

INTRODUCTION À LA THÉORIE DU CHAOS.

Ces quelques pages vont vous présenter brièvement les bases de la théorie du chaos. Pourquoi aborder ce point dans un cours d'informatique ? Tout d'abord parce que l'ordinateur est un outil puissant qui permet d'illustrer facilement les propriétés des systèmes chaotiques. Cette illustration s'intègre dans votre programme d'informatique puisque cela vous permettra d'apprendre à utiliser les macros. Ensuite, parce que cet aspect des sciences n'a aucun enseignement qui lui est spécifique en premier cycle. Son importance n'est pourtant pas des moindres. La théorie du chaos, au même titre que la mécanique quantique, remet en cause la vision classique des sciences, la vision déterministe. Il nous a semblé intéressant de vous présenter cette nouvelle notion.

Contrairement à la mécanique quantique qui nécessite un formalisme important, il est possible de comprendre les bases de la théorie du chaos sans une équation. Néanmoins un petit effort est nécessaire : la lecture des deux pages qui vont suivre. Cette lecture devrait vous permettre de mieux appréhender les deux prochaines séances de TP. Les quelques explications que vous allez trouver proviennent du livre de James Gleick intitulé **la théorie du chaos**¹. La présentation qui y est faite est simple et rigoureuse, et devrait vous permettre de comprendre aisément ce qui vous sera utile. Par la suite, pour tous ceux qui trouveraient ces notions intéressantes, une multitude de sites Internet existent sur le sujet, notamment ceux présentant le livre de James Gleick.

1. De l'ordre au chaos, l'effet papillon.

D'après James Gleick, le premier scientifique à s'être intéressé aux systèmes complexes serait le météorologue Edward LORENZ. Dans les années 60, Lorenz travaillait au M.I.T sur les questions de prévisions météorologiques. Il avait réussi à réduire la météorologie à sa plus simple expression en décrivant les mouvements de l'air et de l'eau par de simples équations, puisque c'est l'interaction de ces deux éléments qui fait la pluie et le beau temps. L'ordinateur se faisait alors une joie de régurgiter à Lorenz des bulletins météo. Son raisonnement était le suivant : puisque la météorologie est régie par les lois de la nature, et que le monde suit une trajectoire déterministe, il suffit d'introduire des données plus ou moins précises dans un ordinateur pour que celui-ci donne une projection climatique plus ou moins précise. Ce faisant, Lorenz marchait encore sous la bannière de Newton : « *étant donné une connaissance approximative des conditions initiales et*

une compréhension des lois de la nature, on peut déterminer le comportement approximatif du système ».

Un jour d'hiver 1961, Lorenz voulut reprendre le calcul d'un bulletin météo interrompu prématurément. Sans reprendre tous ses calculs depuis le début, il introduit son dernier listage en tronquant les nombres à 3 décimales : 0,506 (127), supposant que la différence – un pour un millier – sera sans conséquence. Lorsqu'il revient, une heure plus tard, le graphique, censé reproduire exactement le précédent, suit une évolution de plus en plus divergente jusqu'à la disparition de toute ressemblance (cf. Illustration 1). Ainsi, un petit changement initial avait entraîné un énorme changement final.

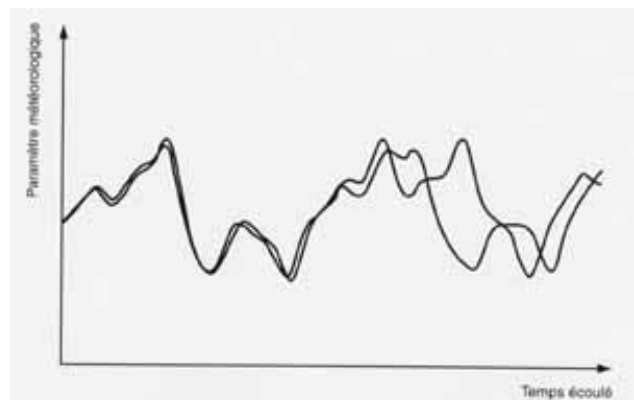


Illustration 1 : Effet papillon

Le chaos impose donc une limite fondamentale à notre aptitude à prévoir la météo. Cela ne veut pas dire qu'il faut cesser d'écouter le bulletin météorologique. Les prévisions à court terme, sur un ou deux jours, et sur une superficie restreinte comme celle de la France sont assez fiables ; en revanche, au-delà de 6 ou 7 jours, les prévisions deviennent spéculatives, voire carrément fausses. Cette limite de la connaissance est incontournable. Même si on couvrait la terre de stations météo se touchant les unes les autres, il y aurait toujours de petites fluctuations dans l'atmosphère, si minuscules qu'elles ne pourraient être détectées, pour s'amplifier et modifier le climat de la planète entière.

C'est pourquoi le chaos a souvent été explicité par ce qu'on appelle l'effet papillon : le battement d'aile d'un papillon aujourd'hui à Pékin engendre dans l'air suffisamment de remous pour influencer sur l'ordre des choses et provoquer une tempête le mois prochain à New-York.

L'effet papillon prit une désignation technique : la dépendance sensible aux conditions initiales.

Ce que nous apprend le modèle de Lorenz, c'est qu'aucune incertitude initiale, aussi négligeable puisse-t-elle paraître, ne doit être négligée dans un système doté de sensibilité aux conditions initiales, vu ses conséquences à long terme. Cela revient aussi à dire que la prédiction à long terme n'a pas de sens, étant donné le très grand nombre de perturbations minimales mais incontrôlées présentes non seulement en météorologie, mais aussi dans beaucoup d'autres systèmes.

C'est ce que l'on appelle le **chaos**. Le chaos tel que le

¹ La théorie du chaos, vers une nouvelle science, James Gleick. Champs Flammarion, 431 pages.

scientifique le comprend ne signifie pas **absence d'ordre** ; il se rattache plutôt à une notion d'imprévisibilité, d'impossibilité de prévoir à long terme. Parce que l'état final dépend de manière si sensible de l'état initial, qu'un petit rien peut tout venir modifier, nous sommes fondamentalement limités dans la prédiction de cet état final. En somme, notre connaissance de l'état initial est toujours entachée d'une certaine imprécision, si petite soit-elle. Dans les systèmes dits chaotiques, cette imprécision s'amplifie de manière exponentielle et a pour résultat une non-connaissance de l'état final.

2. le flux et le reflux de la vie

Le chaos a même envahi le flux et le reflux de la vie. Le monde est un chaudron fait de millions d'espèces en interaction. Comment ces diverses populations évoluent-elles ? Qu'arriverait-il à une population animale si les ressources venaient à manquer, si des prédateurs survenaient, si une épidémie se déclarait ? C'est pour répondre à ces questions qu'une nouvelle discipline a surgi, celle de l'écologie. Des biologistes férus de mathématiques ont commencé à créer des modèles simples pour étudier l'évolution des populations. Le modèle le plus simple est un schéma malthusien : une démographie croissant indéfiniment, sans aucune contrainte alimentaire, morale ou territoriale.

$$\text{Population nouvelle} = \text{facteur de croissance} \times \text{population}$$

Ainsi, si la population initiale est de 1000 et que le taux de croissance est de 10% par an, la population sera de 1100 l'année suivante. Mais ce modèle n'est pas réaliste, car il ne tient pas compte des dures réalités de l'existence (famines, guerres, maladies, épidémies, ...) qui freinent la croissance de la population. Ils incorporèrent donc dans le modèle un facteur de freinage :

$$\text{Population nouvelle} = \text{facteur de croissance} \times \text{population} \times (1 - \text{population})$$

Ce nouveau facteur limite la croissance, car, lorsque la population augmente, la valeur de ce facteur diminue, ce qui diminue le produit égal à la population nouvelle. Cette équation – dite équation logistique – est réutilisée par itérations successives en remplaçant la population ancienne par la nouvelle population calculée, et ainsi de suite. Les calculs par ordinateur confirment que...