

Programmation linéaire

Exercice 1 (Résolution et modélisation des programmes linéaires)

Résoudre les programmes linéaires ci-dessous par l'approche graphique et l'algorithme du simplexe (forme tableau) puis comparer et analyser les résultats obtenus.

$$\begin{array}{l} \text{Maximiser } z = \quad x \quad + \quad 3y \\ \text{s. c.} \quad \quad \quad x \quad + \quad y \leq \quad 5 \\ \quad \quad \quad 4x \quad - \quad 3y \geq \quad -8 \\ \quad \quad \quad 2y \quad - \quad x \leq \quad 10 \\ \quad \quad \quad \quad \quad x, y \geq \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Minimiser } z = \quad 2x \quad + \quad y \\ \text{s. c.} \quad \quad \quad x \quad - \quad y \geq \quad -2 \\ \quad \quad \quad x \quad - \quad 3y \leq \quad 3 \\ \quad \quad \quad \quad \quad x, y \geq \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Maximiser } z = \quad 2x \quad + \quad 3y \\ \text{s. c.} \quad \quad \quad 5x \quad - \quad 3y \geq \quad 5 \\ \quad \quad \quad 3x \quad - \quad 4y \leq \quad -8 \\ \quad \quad \quad \quad \quad y \leq \quad 4 \\ \quad \quad \quad \quad \quad x, y \geq \quad 0 \end{array}$$

Exercice 2 (Partition équilibrée ou le parking optimal)

M. Edmons habite au 1, rue "Dantzig" sur laquelle les voitures peuvent se garer de deux cotés. Pour son anniversaire, il a invité ses amis qui viendront avec k voitures. La longueur de la i^e voiture est notée l_i .

Pour ne pas déranger ses voisins, M. Edmons souhaite organiser le parking des voitures de ses amis des deux cotés de la rue de manière à minimiser la longueur du coté le plus long.

1. Donner le programme linéaire associé à ce problème (sans le résoudre).
2. Quelles contraintes faut-il ajouter au programme précédent pour modéliser les situations suivantes:
 - (a) La longueur du coté pair ne doit pas dépasser 20 mètres.
 - (b) Les voitures d'une longueur supérieure à 4 mètres doivent être garées du coté impair.

Exercice 3 (Fret)

Un avion cargo possède trois compartiments pour le chargement de fret : un à l'avant, un au centre et un dernier à l'arrière. Les limites de capacité en poids et en volume sont résumées dans le tableau suivant :

Compartiment	poids (t)	volume (m^3)
Avant	12	1000
Centre	18	1300
Arrière	10	700

Pour des raisons de stabilité de l'avion en vol, le chargement doit être équilibré dans chaque compartiment, c'est-à-dire que, pour les trois compartiments, le chargement doit représenter la même proportion, en poids, de la limite de charge. L'avion a la possibilité de charger les quatre frets suivant :

Fret	poids (t)	volume (m^3/t)	bénéfice (euro/ t)
1	20	70	220
2	16	100	280
3	25	85	250
4	13	60	200

On peut prendre n'importe quelle portion de ces frets. En d'autres termes, on peut choisir de ne pas transporter l'intégralité d'un fret.

1. Écrire le problème qui consiste à trouver un chargement de cet avion qui maximise le bénéfice sous forme d'un programme linéaire.
2. Comment faire lorsque chaque type de fret est composé de palettes de 500 kg ?