

Pseudo-opérateurs morphologiques multivariés basés sur les extremums lexicographiques α -tronqués

Pseudo multivariate morphological operators based on α -trimmed lexicographical extrema

E. Aptoula

S. Lefèvre

LSIIT UMR-7005 CNRS, Université Louis Pasteur, Strasbourg I

Pôle API, Bd Sébastien Brant, BP 10413, 67412 Illkirch Cedex
{aptoula,lefevre}@lsiit.u-strasbg.fr

Résumé

L'extension de la morphologie mathématique aux images couleur (et plus généralement aux images multivariées) est toujours un problème ouvert. La définition des opérateurs morphologiques multivariés nécessite l'induction d'une structure de treillis complet sur les données de l'image et des méthodes de calcul des extremums vectoriels sont donc nécessaires. Dans cet article, nous proposons de résoudre ce problème à l'aide d'une approche lexicographique, en utilisant le principe de la α -troncature, et nous proposons ainsi des opérateurs morphologiques flexibles. Cependant il s'agit de pseudo-opérateurs, du fait de l'absence d'une relation binaire sous-jacente. Nous proposons donc une alternative permettant d'obtenir une relation binaire, et donnons également une technique pour calculer automatiquement le paramètre α , en se basant sur des mesures statistiques. Les résultats d'une série d'expériences en réduction de bruit dans les images couleur sont présentés afin d'illustrer la performance de l'approche proposée par rapport à d'autres ordres vectoriels dans le traitement du bruit gaussien non corrélé.

Mots Clef

Morphologie mathématique multivariée, ordres vectoriels, images multivaluées.

Abstract

The extension of mathematical morphology to color and more generally to multivariate image data is still an open problem. The definition of multivariate morphological operators requires the induction of a complete lattice structure on the image data, hence vectorial extrema computation methods are necessary. In this paper, we propose a lexicographical approach with this end, based on the principle of α -trimming, that leads to flexible, but nevertheless pseudo

morphological operators, in the sense that there is no underlying binary ordering relation among the vectors. Moreover a possible solution to this problem is presented as well as a way of automatically computing the parameter α based on statistical measures. The results of a series of color noise reduction experiments are also included, illustrating the superior performance of the proposed approach against uncorrelated Gaussian noise, with respect to state-of-the-art vector ordering schemes.

Keywords

Multivariate mathematical morphology, vector ordering, multivalued images.

1 Introduction

L'extension de la morphologie mathématique aux images multivariées, et plus particulièrement aux images couleur est toujours un problème ouvert. Depuis la formalisation du problème au début des années 1990 [4, 11, 12] où la théorie des treillis complets fut acceptée comme une base algébrique appropriée, plusieurs approches ont été proposées pour permettre cette extension. Celle-ci nécessite la présence d'un ordre vectoriel afin de fournir les extremums vectoriels nécessaires pour induire une structure de treillis complet sur les valeurs de l'image. Elle a donc fait l'objet de différentes propositions de cadres morphologiques multivariés, sans pour autant aboutir aujourd'hui à un consensus. Outre la difficulté inhérente à ordonner des données vectorielles, la nature de la couleur a également été un obstacle. Un panorama des différentes approches peut être trouvé dans [2].

Parmi les ordres vectoriels les plus couramment utilisés, l'approche lexicographique souffre cependant de la priorisation extrême de la première dimension, ignorant ainsi largement les autres composantes. Dans cet article, nous

nous intéressons à ce problème, et proposons une version modifiée de l'ordre lexicographique basé sur le principe de la α -troncature. Ce choix s'inspire des travaux en réduction de bruit, où ce mécanisme a longtemps été employé contre le bruit impulsif sous la forme du filtre médian α -tronqué et de ses variantes [9]. Même si la méthode obtenue pour le calcul des extremums lexicographiques α -tronqués fournit une solution plus flexible avec des capacités de filtrage intéressantes, nous montrons que les opérateurs morphologiques élaborés dans ce cadre sont théoriquement incorrects et présentons une manière de s'affranchir de ce problème. Nous discutons également le choix de l'argument α et proposons une méthode de calcul appropriée qui est basée sur l'écart-type des valeurs des différentes composantes de l'image.

En complément, nous présentons les résultats d'une série de tests où l'approche proposée est comparée avec des ordres vectoriels existants, dans le contexte de la réduction de bruit. La performance de l'approche proposée contre le bruit gaussien illustre son intérêt pratique.

La suite de cet article est organisée comme suit. La section 2 introduit brièvement les aspects théoriques relatifs à l'extension des opérateurs morphologiques aux images multivariées et rappelle les principales méthodes. Dans la section 3, l'approche proposée est présentée et ses propriétés théoriques sont discutées. Ensuite, dans la section 4, nous commentons les résultats obtenus sur des tests comparatifs. Finalement les conclusions et perspectives font l'objet de la section 5.

2 Morphologie mathématique multivariée

Dans cette section nous rappelons brièvement les principaux problèmes relatifs à l'extension de la morphologie mathématique aux images multivariées. Pour une étude plus complète de ce sujet, le lecteur est invité à consulter les principaux travaux [4, 12].

2.1 Définitions

Parmi les différentes méthodologies qui ont été proposées dans le but d'étendre les opérateurs morphologiques binaires aux images à niveaux de gris, celle basée sur les treillis complets a sans doute reçu le plus d'attention et elle est aujourd'hui considérée comme le cadre mathématique approprié pour la morphologie [11]. Selon cette approche, étant donné une image $f : \mathcal{E} \rightarrow \mathcal{T}$ avec \mathcal{E} un ensemble non vide, une structure de treillis complet est imposée sur la plage des niveaux de gris \mathcal{T} . En d'autres termes, \mathcal{T} doit être un ensemble non vide équipé d'un ordre partiel tel que tout sous-ensemble non vide $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{T}$ a une plus grande borne inférieure $\bigwedge \mathcal{P}$ (*infimum*) et une plus petite borne supérieure $\bigvee \mathcal{P}$ (*supremum*). Par conséquent, tandis que l'ordre scalaire est suffisant pour vérifier cette condition dans le cas d'images à niveaux de gris, où généralement $\mathcal{T} = \overline{\mathbb{Z}}$ ou $\mathcal{T} = \mathbb{R}$, il est beaucoup plus délicat de considérer le cas des images multivariées, où généralement $\mathcal{T} = \overline{\mathbb{Z}}^n$ ou $\mathcal{T} = \overline{\mathbb{R}}^n$

avec $n > 1$, puisqu'il n'y a pas de relation d'ordre naturelle pour les données multivariées.

En effet, étant donné un opérateur de comparaison vectorielle " $<$ ", les versions vectorielles des deux opérateurs morphologiques fondamentaux, l'érosion (ε_b) et la dilatation (δ_b) d'une image multivaluée \mathbf{f} à une position \mathbf{x} , par un élément structurant (ES) plat b , peut être immédiatement obtenu au moyen des opérateurs d'extremums vectoriels \sup_v et \inf_v , en se basant sur l'ordre considéré :

$$\varepsilon_b(\mathbf{f})(\mathbf{x}) = \inf_{\mathbf{s} \in b} \{\mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{s})\} \quad (1)$$

$$\delta_b(\mathbf{f})(\mathbf{x}) = \sup_{\mathbf{s} \in b} \{\mathbf{f}(\mathbf{x} - \mathbf{s})\} \quad (2)$$

Aussi l'obstacle principal à l'extension des opérateurs morphologiques à des images multivaluées réside dans la définition d'une relation d'ordre vectoriel qui permet d'induire une structure de treillis complet sur les données de l'image.

2.2 Ordres vectoriels

Les ordres vectoriels ont fait l'objet de nombreuses études [3], et des solutions variées ont été proposées. Parmi les alternatives les plus courantes, l'ordre marginal est un ordre partiel réalisé de façon indépendante sur les différentes composantes : cet ordre n'exploite donc pas les relations entre les composantes et ne préserve pas non plus les vecteurs originaux. Cette dernière propriété rend l'ordre marginal inadéquat pour les images couleur puisqu'il introduit de fausses couleurs. Pour leur part, les ordres réduits réduisent tout d'abord les vecteurs à des valeurs scalaires qui sont ensuite ordonnées naturellement selon l'ordre scalaire. Cependant, à moins que la transformation de réduction soit injective, cette approche résulte en des pré-ordres qui ne garantissent pas nécessairement des extremums uniques. Les ordres conditionnels comparent les vecteurs en s'appuyant sur certains de leurs composants marginaux, qui sont sélectionnés séquentiellement selon différentes conditions. L'ordre lexicographique " $<_L$ " est certainement l'exemple le plus connu d'ordre conditionnel :

$$\begin{aligned} \forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{v} <_L \mathbf{v}' \Leftrightarrow \\ \exists i \in \{1, \dots, n\}, \quad (\forall j < i, v_j = v'_j) \wedge (v_i < v'_i) \end{aligned} \quad (3)$$

D'un point de vue théorique, l'ordre lexicographique est un ordre total. Il préserve donc les vecteurs d'entrée tout en produisant des extremums uniques. C'est pourquoi la plupart des développements en morphologie multivariée (et notamment en morphologie couleur) sont basés sur cet ordre [1, 7].

Cependant, malgré ses avantages théoriques, la plupart des comparaisons réalisées dans un ordre lexicographique sont généralement déterminées en utilisant uniquement la première composante [5]. Les dimensions restantes ne participent que rarement au processus de comparaison, ce qui entraîne une exploitation inefficace des relations entre les composantes. Afin de résoudre ce problème, une première tentative a été effectuée par Ortiz et al. [8], qui ont proposé

l'ordre α -lexicographique :

$$\forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \mathbb{R}^n, \mathbf{v} < \mathbf{v}' \Leftrightarrow [v_1 + \alpha, v_2, \dots, v_n]^T <_L [v'_1, v'_2, \dots, v'_n]^T \quad (4)$$

où $\alpha \in \mathbb{R}$, et pour des valeurs élevées de α , les comparaisons considèrent plus souvent la seconde dimension. Cependant, l'expression (4) n'est pas transitive, et ne représente donc pas un ordre d'un point de vue algébrique. Une méthodologie plus valide théoriquement a été introduite par Angulo [1], l'ordre lexicographique modulo α :

$$\forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \mathbb{R}^n, \mathbf{v} < \mathbf{v}' \Leftrightarrow [[v_1/\alpha], v_2, \dots, v_n]^T <_L [[v'_1/\alpha], v'_2, \dots, v'_n]^T \quad (5)$$

où à l'aide d'une division par une constante α suivie par un arrondi, la marge dynamique de la première composante (considérée comme des valeurs entières dans l'intervalle $[0, 255]$) est réduite, permettant ainsi d'effectuer plus de comparaisons en se basant sur la deuxième composante.

3 Extremums lexicographiques α -tronqués

Nous proposons ici une méthode alternative permettant d'obtenir un ordre lexicographique moins "asymétrique". Nous nous basons sur le principe de la α -troncature utilisé dans des filtres tels que le filtre médian α -tronqué (α MF) [9]. Étant donné un vecteur $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$, contenant les pixels scalaires triés dans la fenêtre de filtrage, l'idée sous-jacente de la α -troncature consiste à calculer la moyenne des valeurs en supprimant les 2α valeurs extrêmes :

$$\alpha\text{MF}(\mathbf{v}) = \frac{1}{n - 2\alpha} \sum_{i=\alpha+1}^{n-\alpha} v_i \quad (6)$$

où $\alpha \in [0, n/2]$, et n est impair.

3.1 Approche proposée

De façon similaire, ce principe peut être appliqué à chaque dimension de manière itérative dans le cas de vecteurs multidimensionnels. Plus spécifiquement, dans le cas du maximum, en débutant à la première dimension, nous pouvons trier tous les vecteurs selon cette dimension, et conserver les α plus grands. Par conséquent, à chaque étape, l'ensemble initial des vecteurs sera plus petit. Dans le cas éventuel où plusieurs seraient conservés à la fin de la procédure, nous choisissons d'utiliser la dernière dimension pour départager les vecteurs candidats. Une description plus formelle pour calculer le maximum en se basant sur cette procédure est donnée dans le tableau 1.

Le minimum peut être obtenu par la même approche en triant simplement de manière décroissante. Une illustration de cette approche sur un espace 3-D $D1 \times D2 \times D3$ est donnée en figure 1. Bien sûr la valeur de α influence grandement le choix des extremums. De ce fait, si la valeur de α est proche de zéro, à chaque dimension i ne sera conservé

Entrées :

un ensemble V de k vecteurs n -dimensionnels
un réel $\alpha \in]0, 1]$

Sortie :

le maximum de l'ensemble V , soit $\max V$

début

pour $i = 1$ à $n - 1$

trier de façon croissante les vecteurs de V

en considérant la dimension i

$k \leftarrow \lceil \alpha \times k \rceil$

$V \leftarrow$ les k plus grands vecteurs dans V

et ceux égaux au k . vecteur

si ($|V| = 1$)

retourner $v \in V$

finsi

$i \leftarrow i + 1$

finpour

retourner le plus grand vecteur dans V

en considérant la dimension n

fin

TAB. 1 – L'algorithme de calcul du maximum lexicographique α -tronqué

que le vecteur extremum (maximum ou minimum), potentiellement avec ceux qui lui sont égaux en considérant la dimension i . Autrement dit, la procédure devient identique à l'ordre lexicographique standard. D'un autre côté, lorsque la valeur de α approche un, la priorité est décalée graduellement à la dernière dimension. De plus, il est possible d'établir des relations de priorité plus complexes en utilisant des valeurs différentes de α pour chaque dimension de l'espace vectoriel.

En ce qui concerne la complexité calculatoire, si on suppose que la procédure de tri utilisée est optimale, la complexité dans le pire cas (où toutes les n dimensions doivent être triées) sera de l'ordre de $O(n \times k \times \log k)$ avec k vecteurs. Tandis qu'avec le même scénario, la complexité pour calculer un extremum au moyen d'un ordre lexicographique serait de $O(n \times k)$. Outre ce coût de calcul supplémentaire, la flexibilité de cette approche est également source d'un inconvénient plus important.

Plus précisément, selon la section 2.1, afin d'obtenir des opérateurs morphologiques aux fondements théoriques valides, un ordre partiel doit au minimum être induit sur les données de l'image. La méthode proposée de calcul des extremums n'est cependant pas basée sur une relation binaire, et donc sur un ordre. Néanmoins, puisque des extremums uniques peuvent être calculés, les opérateurs d'érosion et de dilatation peuvent être définis, en tant que pseudo-opérateurs morphologiques puisqu'ils ne garantissent pas toutes les propriétés morphologiques standards (idempotence, croissance, etc). D'autres approches proposées dans la littérature fournissent également des pseudo-opérateurs, comme l'approche basée sur des distances cumulatives,

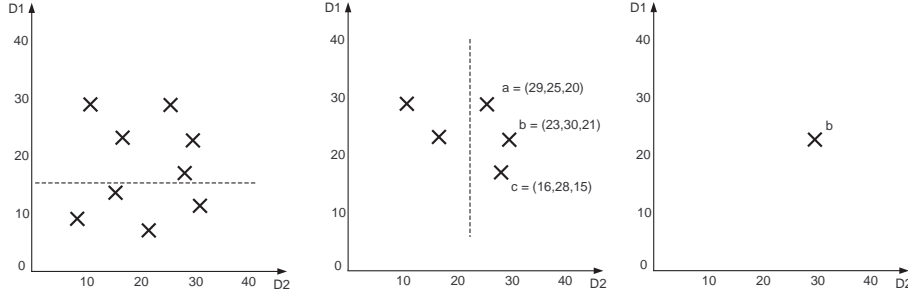


FIG. 1 – Un ensemble de vecteurs dans un espace tridimensionnel $D1 \times D2 \times D3$, et les trois itérations du calcul de maximum lexicographique α -tronqué avec $\alpha = 0,5$ (de gauche à droite). Selon l’approche proposée, le maximum sera le vecteur le plus élevé parmi les vecteurs restants, en considérant la troisième dimension.

où le minimum est défini comme le vecteur médian et le maximum comme le vecteur le plus éloigné. Etant donné $V = \{v_i\}_{1 \leq i \leq k}$ un ensemble de vecteurs :

$$\max V = \arg \max_i \left\{ \sum_{j \neq i} d(v_i, v_j) \right\} \quad (7)$$

$$\min V = \arg \min_i \left\{ \sum_{j \neq i} d(v_i, v_j) \right\} \quad (8)$$

où $d(\cdot, \cdot)$ dénote une distance.

Même s’il s’agit d’un sérieux handicap, l’absence d’une relation d’ordre sous-jacente n’empêche pas l’usage en pratique de pseudo-opérateurs morphologiques basés sur ces mécanismes de calcul des extremums.

Par exemple Plaza et al. [10] utilisent avec succès des profils morphologiques étendus calculés à l’aide d’opérateurs basés sur les équations (7) et (8) pour la classification d’images multispectrales de télédétection. En fait, grâce au calcul ensembliste des extremums, et contrairement aux relations binaires, ces approches sont supposées mieux exploiter la distribution des vecteurs au sein de l’espace multidimensionnel, permettant ainsi d’offrir des comportements plus intéressants (section 4).

3.2 Vers une relation binaire

Dans les situations où des relations d’ordre binaires sont nécessaires, il est possible d’utiliser une approche ensembliste. En effet, étant donné un espace discret multidimensionnel, la méthode ensembliste de calcul des extremums peut être employée pour calculer le minimum et le maximum de l’espace. Le processus est alors réitéré pour les points restants, jusqu’à ce que l’espace entier soit ordonné. Une procédure plus formelle est donnée dans le tableau 2. Par conséquent, deux vecteurs quelconques au sein de cet espace peuvent être ordonnés. De plus, puisque les extremums lexicographiques α -tronqués sont uniques, ce type d’approche fournit un ordre total. Les propriétés d’un tel ordre sont cependant très variables selon la méthode utili-

sée pour le calcul des extremums (par exemple lexicographique α -tronqué, distances cumulatives) ainsi que l’extremum considéré (minimum ou maximum). En outre, l’application de cette procédure à l’espace vectoriel complet est très coûteux en terme de complexité calculatoire, mais ce traitement ne doit être effectué qu’une seule fois. De plus, il est possible de limiter la procédure décrite dans le tableau 2 aux points de l’espace multidimensionnel qui sont présents dans l’image à traiter, ce qui permet d’obtenir alors un ordre spécifique à l’image. Dans ce cas, le traitement doit alors être effectué pour chaque image.

3.3 Réglage du paramètre α

Comme il a été mentionné dans la section 3.1, le choix de α contrôle directement l’influence de chaque dimension dans le calcul des extremums. Un contrôle plus fin peut bien sûr être obtenu en utilisant différentes valeurs de α pour chaque dimension. Cependant, il est souvent pertinent en pratique de fixer ces paramètres de façon non supervisée. Nous proposons ici un modèle simple de réglage de paramètre basé sur l’écart-type (σ) des valeurs de chaque dimension.

Si les données sont relativement concentrées au sein d’une dimension i , ou autrement dit si cette bande i de l’image ne contient qu’une faible partie de l’information variationnelle totale, nous considérons qu’il faut utiliser une plus grande valeur de α afin de diminuer l’influence de cette dimension en conservant la plupart des vecteurs d’entrée pour la dimension suivante, avec une troncature minimale. A l’opposé, si les données sont hautement dispersées dans la dimension considérée par rapport aux autres dimensions, cette bande représente alors une information variationnelle importante, et une valeur faible de α sera utilisée pour obtenir une troncature importante. Etant donné n dimensions, la valeur α_i associée à une dimension i est calculée comme :

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \alpha_i = 1 - \frac{\sigma_i}{\sum_{j=1}^n \sigma_j} \quad (9)$$

où σ_j représente l’écart-type de la dimension j .

Entrée :

un ensemble $V = \{v_i\}_{1 \leq i \leq k}$ contenant tous les vecteurs d'un espace discret multidimensionnel

Sortie :

l'ensemble ordonné $V' = \{v'_j \in V \mid \forall m, n \in \{1, \dots, k\}, m \leq n, v'_m \leq v'_n\}$ contenant les vecteurs de V

begin

pour $j = 1$ à k

$v'_j = \text{SetBasedMinimum} \{V \setminus \{v'_i \mid i \in \{1, \dots, k\}, i < j\}\}$

$j \leftarrow j + 1$

finpour

retourner $V' = \{v'_j\}_{1 \leq j \leq k}$

fin

TAB. 2 – L'ordonnancement d'un espace multidimensionnel en utilisant une méthode ensembliste de calcul de minimum (SetBasedMinimum)

4 Application à l'élimination de bruit gaussien

Dans cette section, nous présentons les résultats d'une étude comparative dont les objectifs sont d'une part d'illustrer les avantages pratiques de l'approche proposée par rapport à l'état de l'art, et d'autre part de souligner certaines remarques faites dans les sections précédentes avec des résultats expérimentaux.

La comparaison des ordres utilisés en morphologie mathématique multivariée est relativement problématique puisque leur performance dépend de plusieurs critères (par exemple : l'espace de représentation des données, les images considérées, les opérateurs utilisés, la métrique d'évaluation employée, etc). C'est pourquoi nous avons choisi ici de considérer une tâche facilement quantifiable, la réduction de bruit dans les images couleur, en utilisant quatre images avec des distributions de couleurs variées (figure 2). De plus, puisque l'ordre lexicographique est en général le plus adéquat pour les espaces où une priorité inhérente existe entre les bandes, l'espace couleur RVB (où les trois dimensions sont d'égale importance) n'a pas été considéré ici. Nous avons plutôt utilisé un espace couleur intuitif basé sur les notions de teinte (H), saturation (S), et luminance (L), l'espace HLS amélioré basé sur la norme max-min [6], qui s'affranchit des principales limites de l'espace HLS standard cylindrique (par exemple la dépendance entre saturation et luminance).

Puisque le système de la vision humaine est connu pour attribuer plus d'importance aux variations de luminance qu'à celles de chrominance, il a été décidé d'ordonner les bandes dans la comparaison lexicographique selon l'ordre suivant : L, S, et H. Toutes les composantes sont définies dans l'intervalle $[0, 1]$. En ce qui concerne la périodicité de la teinte, l'ordonnancement a été réalisé en termes de distances angulaires depuis une teinte de référence h_0 :

$$h \div h_0 = \begin{cases} |h - h_0| & \text{si } |h - h_0| < 0,5 \\ 1 - |h - h_0| & \text{si } |h - h_0| \geq 0,5 \end{cases} \quad (10)$$

qui pour plus de simplicité a été fixée à $h_0 = 0, 0$. Les

valeurs de teinte sont alors ordonnées selon leur distance à h_0 :

$$\forall h, h' \in [0, 1], \quad h < h' \Leftrightarrow h' \div h_0 < h \div h_0 \quad (11)$$

où les teintes les plus grandes sont celles proches de h_0 . Les images ont été dégradées dans l'espace RVB avec un bruit gaussien non corrélé ($\sigma = 0, 125, \rho = 0, 0$), et afin de quantifier les performances relatives des ordres, l'erreur quadratique moyenne normalisée (RNMSE)) a été utilisée, également dans l'espace RVB :

$$\text{RNMSE} = \frac{\sum_{x,y} \|f(x,y) - f_f(x,y)\|^2}{\sum_{x,y} \|f(x,y) - f_n(x,y)\|^2} \quad (12)$$

où $f(x,y)$, $f_n(x,y)$, $f_f(x,y)$ représentent les pixels vectoriels à la position (x,y) respectivement dans les images originale, bruitée, et filtrée, tandis que la norme euclidienne est notée $\|\cdot\|$. Les images ont été filtrées en utilisant un ES de taille (3×3) et le filtre *open-close close-open* (OCCO) :

$$\text{OCCO}(f) = \frac{1}{2}\phi(\gamma(f)) + \frac{1}{2}\gamma(\phi(f)) \quad (13)$$

où ϕ et γ représentent respectivement les opérateurs de fermeture et d'ouverture. Les approches de calcul des extremums qui ont été testées sont : luminance seulement (Lum), saturation seulement (Sat), teinte seulement (Hue), lexicographique (Lex), α -lexicographique avec $\alpha = 0, 01$ (Lex α), équation (4), lexicographique modulo α avec $\alpha = 10$ (Lex modulo α), équation (5), lexicographique α -tronqué avec $\alpha = 0, 45$ (Lex α -tronqué) ou calculé selon l'équation (9) (Lex α -tronqué adaptatif), et finalement l'ordre total obtenu à l'aide de l'algorithme 2 avec un minimum lexicographique α -tronqué où $\alpha = 0, 45$ (Lex α -tronqué total). En ce qui concerne les autres paramètres, ils ont tous été réglés empiriquement de façon à maximiser les performances sur l'image Lenna. L'ordre marginal sur RVB (MargRGB) est également inclus à titre de référence. Les résultats du filtrage sont donnés dans le tableau 3. D'après les valeurs obtenues, la supériorité de l'approche



FIG. 2 – De gauche à droite : Lenna (Lenna) 512×512 , l’image du bonheur (Happy) 552×421 (par Abidin Dino), chat avec parapluie (Cat) 576×420 (par Gamze Aktan) et le curieux (Curious) 502×512 (par Gamze Aktan).

Méthode	Lenna	Happy	Cat	Curious	Moyenne
MargRGB	14,07	14,57	18,44	24,38	17,87
Lum	43,12	43,31	48,43	53,75	47,15
Sat	53,10	61,62	57,03	70,91	60,67
Teinte	49,83	53,57	59,01	69,48	57,97
Lex	43,20	43,31	48,50	53,72	47,18
Lex α	43,11	43,28	48,35	53,53	47,07
Lex modulo α	43,51	43,92	48,74	53,79	47,49
Lex α -tronqué	29,97	39,74	35,77	45,16	37,66
Lex α -tronqué adaptatif	29,86	39,96	36,12	45,37	37,83
Lex α -tronqué total	79,67	87,69	81,83	95,26	86,11

TAB. 3 – $100 \times RN MSE$ erreurs pour le bruit gaussien non corrélé ($\sigma = 0,125, \rho = 0,0$)

marginale est évidente. En ne se limitant pas aux vecteurs d’entrée, elle est capable d’approximer bien mieux l’image originale, tandis que l’introduction de fausses couleurs est également inévitable. En outre, nous pouvons observer la supériorité de la luminance sur les deux autres dimensions, ce qui justifie notre choix de placer la luminance en première position des comparaisons lexicographiques. Nous pouvons également remarquer la priorité attribuée à la première dimension lors de l’ordre lexicographique puisque ses performances sont très proches de celles obtenues en utilisant uniquement la luminance. Parmi les deux premières approches basées sur α (celles issues de la littérature), seulement le Lex α fournit une amélioration par rapport à Lum, avec cependant une différence trop faible pour en déduire des conclusions pertinentes.

Les deux extremums basés sur une troncature sont sensiblement meilleurs que leurs concurrents. Même s’il résulte en des pseudo-opérateurs morphologiques, ces méthodes offrent des performances intéressantes. De plus, bien que la constante $\alpha = 0,45$ fixée empiriquement fournit en moyenne les meilleurs résultats, les arguments fixés de façon adaptative en fonction de la dimension ne génèrent des niveaux d’erreur que légèrement supérieurs. L’ordre lexicographique α -tronqué spécifique à l’image est cependant très décevant, montrant ainsi que cette solution doit être étudiée de façon plus approfondie.

5 Conclusion

L’extension de la morphologie mathématique à des images multivariées est une tâche délicate, dû fait de l’ambiguïté des relations d’ordre sur des données multidimensionnelles. Parmi les nombreuses approches disponibles pour ordonner des vecteurs, la solution lexicographique a été largement utilisée du fait de la validité de ses propriétés théoriques. Dans cet article, nous proposons une solution alternative permettant de s’affranchir de son principal inconvénient, la priorisation hautement asymétrique des dimensions de l’espace considéré. Le principe de la α -troncature est utilisé dans ce but, permettant d’obtenir des relations de priorité entre les bandes plus flexibles. L’approche proposée, de même que toutes les approches s’appuyant sur une méthode ensembliste de calcul des extremums, n’est cependant pas basée sur une relation d’ordre sous-jacente, et fournit des pseudo-opérateurs morphologiques. Nous proposons donc également une méthode itérative permettant d’ordonner l’espace des données.

L’approche proposée a été comparée avec les principaux ordres vectoriels utilisés en morphologie couleur, dans le contexte de la réduction de bruit gaussien. Bien que toutes les autres approches utilisées dans le processus de comparaison aient été paramétrées empiriquement, les extremums lexicographiques α -tronqués fournissent de meilleurs résultats. De plus, le modèle proposé pour le calcul adaptatif de α est une solution robuste et non-supervisée pour le réglage des paramètres.

Nos prochains travaux vont concerner l’influence de α

dans des applications différentes de la réduction de bruit (par exemple la classification d'images de télédétection), et l'élaboration de modèles de paramétrage. De plus, étant donné les taux d'erreur relativement élevés de l'ordre total basé sur le minimum lexicographique α -tronqué, des améliorations possibles de la version préliminaire de l'algorithme 2 vont être étudiées.

Références

- [1] J. Angulo. Unified morphological color processing framework in a lum/sat/hue representation. In C. Ronse, L. Najman, and E. Decencière, editors, *Proceedings of the 7th ISMM*, volume 30 of *Computational Imaging and Vision*, pages 387–396, Dordrecht, Allemagne, 2005. Springer-Verlag.
- [2] E. Aptoula and S. Lefèvre. A comparative study on multivariate mathematical morphology. *Pattern Recognition*, 2007. à paraître.
- [3] V. Barnett. The ordering of multivariate data. *Journal of the Statistical Society A*, 139(3) :318–355, 1976.
- [4] J. Goutsias, H. J. A. M. Heijmans, and K. Sivakumar. Morphological operators for image sequences. *Computer Vision and Image Understanding*, 62(3) :326–346, Novembre 1995.
- [5] A. Hanbury and J. Serra. Mathematical morphology in the CIELAB space. *Image Analysis and Stereology*, 21(3) :201–206, Mars 2002.
- [6] A. Hanbury and J. Serra. Colour image analysis in 3d-polar coordinates. In *International Conference on Image Processing and its Applications*, Magdeburg, Allemagne, Septembre 2003.
- [7] G. Louverdis, M. Vardavoulia, I. Andreadis, and P. Tsalides. A new approach to morphological color image processing. *Pattern Recognition*, 35(8) :1733–1741, Septembre 2002.
- [8] F. Ortiz, F. Torres, J. Angulo, and S. Puente. Comparative study of vectorial morphological operations in different color spaces. *Proceedings of Intelligent robots and computer vision XX*, 4572 :259–268, November 2001.
- [9] R. Öten and R. J. P. De Figueiredo. Adaptive alpha-trimmed mean filters under deviations from assumed noise model. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(5) :627–639, Mai 2004.
- [10] A. Plaza, P. Martinez, R. Perez, and J. Plaza. A new approach to mixed pixel classification of hyperspectral imagery based on extended morphological profiles. *Pattern Recognition*, 37(6) :1097–1116, Juin 2004.
- [11] C. Ronse. Why mathematical morphology needs complete lattices. *Signal Processing*, 21(2) :129–154, Octobre 1990.
- [12] J. Serra. Anamorphoses and function lattices. In E. R. Dougherty, editor, *Mathematical Morphology in Image Processing*, chapter 13, pages 483–523. Marcel Dekker, New York, 1993.