

TD1

THX

17 septembre 2019

Devoir maison noté à rendre le 1er octobre 2019 : Exercice 8, ou Problème 1, ou Problème 2 à rédiger

Exercice 1 (logique propositionnelle) Est-ce que la formule suivante est satisfiable ?

$$(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$$

Exercice 2 (culture générale) Donner une liste de problèmes de décision dans P .

Exercice 3 (culture générale) Donner une liste de problèmes de décision NP-complets.

Exercice 4 (culture générale) Donner une liste de problèmes de décision coNP-complets.

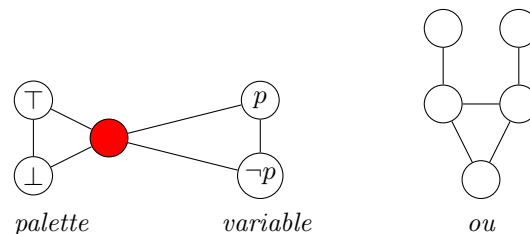
Exercice 5 Montrer que P est clos par union, concaténation et complément.

Exercice 6 Montrer que NP est clos par union, concaténation.

Exercice 7 Un vérifieur pour un problème A est une machine de Turing déterministe V telle que pour tout instance w , w est une instance positive de A ssi il existe c tel que V accepte (w, c) .

Montrer qu'un problème A est dans NP ssi il existe un vérifieur V pour A et un polynôme f tels que pour toute instance w , pour tout c , la longueur de l'exécution $V(w, c)$ est inférieure à $f(|w|)$.

Exercice 8 Montrer que le problème de 3-coloration d'un graphe non orienté est NP-complet.



Exercice 9 (programmation linéaire entière est NP-dur) Montrer que la programmation linéaire entière est NP-dur, i.e. que le problème de décision suivant est NP-dur :

- Entrée : un système d'inégalités linéaires sur des variables entières ;
- Sortie : oui, si le système admet une solution entière ; non sinon.

Problème 1 Montrer que PRIMES est dans $NP \cap co-NP$.

Problème 2 Soit $DP = \{A \cap \overline{B} \mid A \in NP \text{ et } B \in NP\}$. Montrer que

$$Z = \{(G_1, k_1, G_2, k_2) \mid G_1 \text{ admet une } k_1\text{-clique et } G_2 \text{ n'admet pas de } k_2\text{-clique}\}$$

est DP-complet. En déduire que

$$MAX-CLIQUE = \{(G, k) \mid \text{une plus grande clique de } G \text{ est de taille exactement } k\}$$

est DP-complet.