

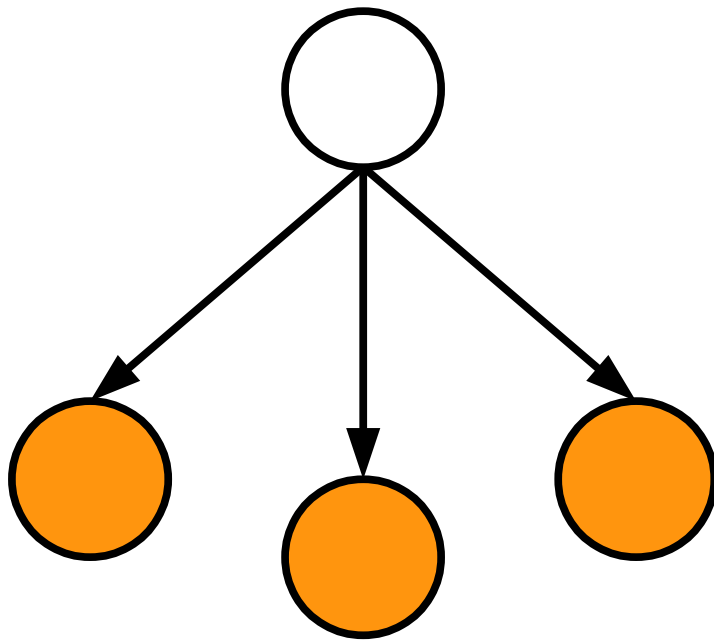
Correspondance sur les cadres

François Schwarzentruher
ENS Cachan – Antenne de Bretagne

Une logique aléthique (ἀλήθεια, vérité)

- Nécessaire

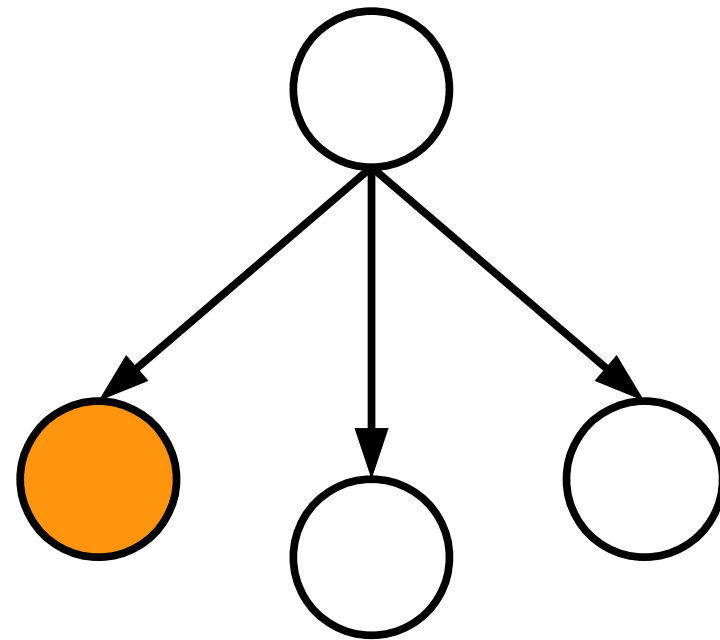
$$\Box\varphi$$



Mondes possibles

- Possible

$$\Diamond\varphi = \neg\Box\neg\varphi$$



Une logique aléthique (ἀλήθεια, vérité)

- Si le théorème de Pythagore est nécessairement vraie alors le théorème de Pythagore est vrai.

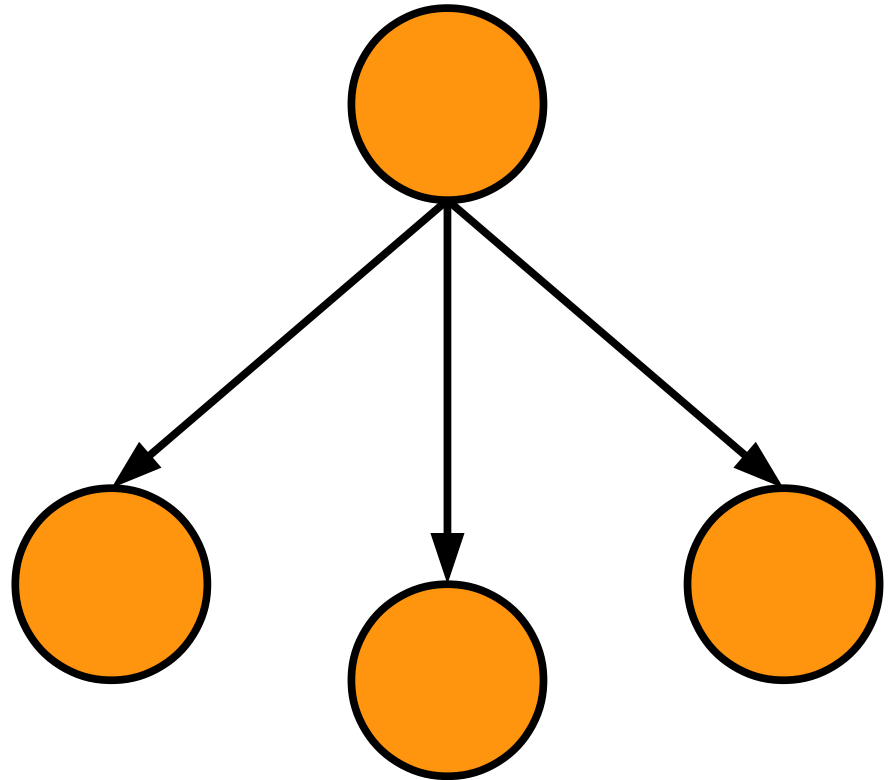
$$\Box\varphi \rightarrow \varphi$$

- Si il pleut alors nécessairement il pleut.

~~$$\varphi \rightarrow \Box\varphi$$~~

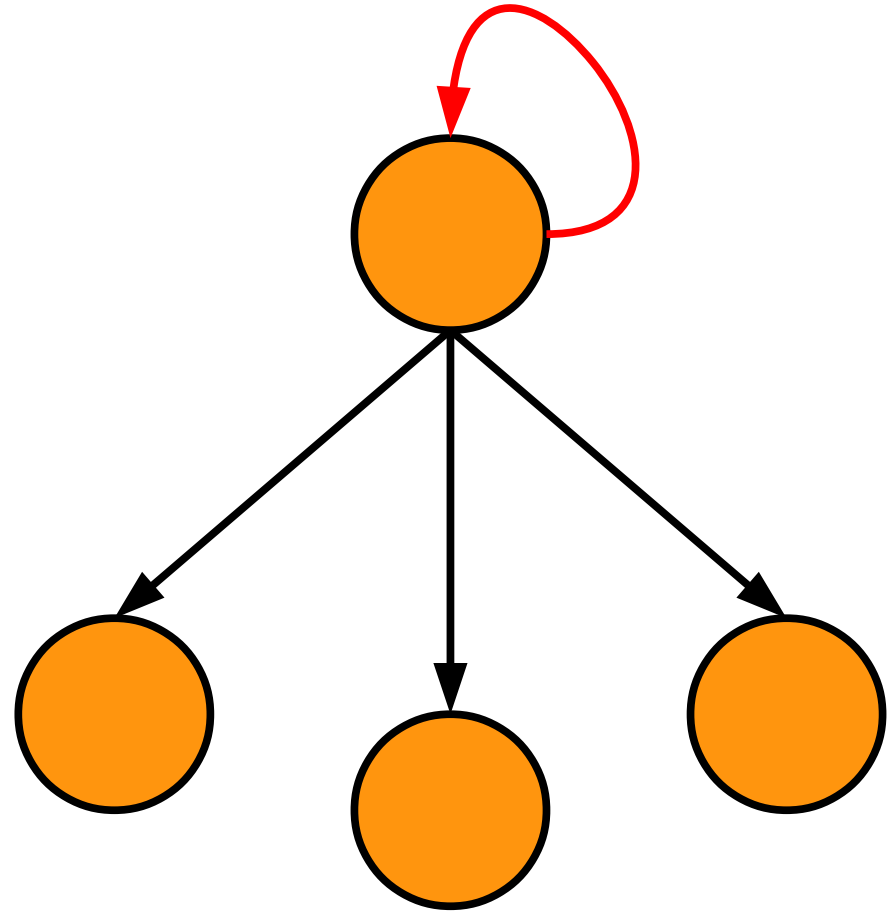
Au niveau des modèles

$$\Box \varphi \rightarrow \varphi$$



Au niveau des modèles

$$\Box\varphi \rightarrow \varphi$$

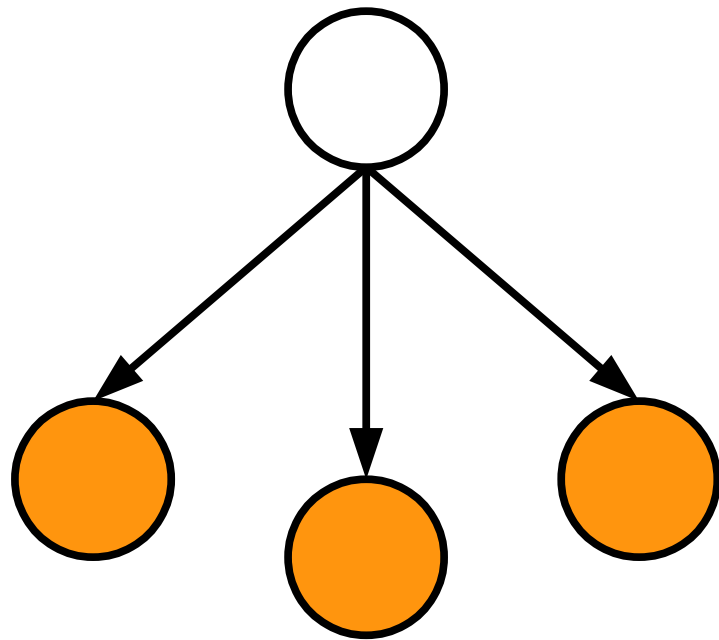


$$\forall x, xRx$$

Une logique déontique (déon, devoir)

- Obligatoire

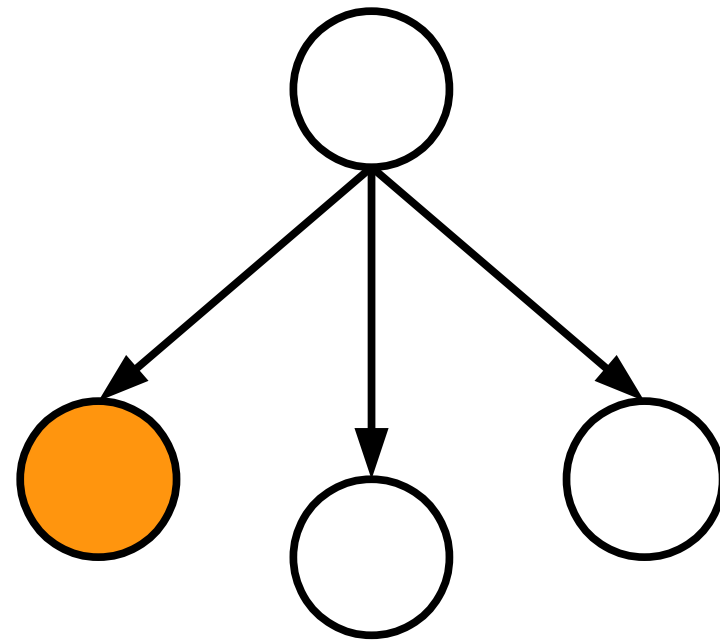
$$\square\varphi$$



Mondes compatibles avec la loi

- Permis

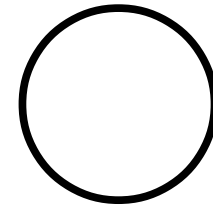
$$\diamond\varphi = \neg\square\neg\varphi$$



Une logique déontique

- S'il est obligatoire de signer alors il est permis de signer.

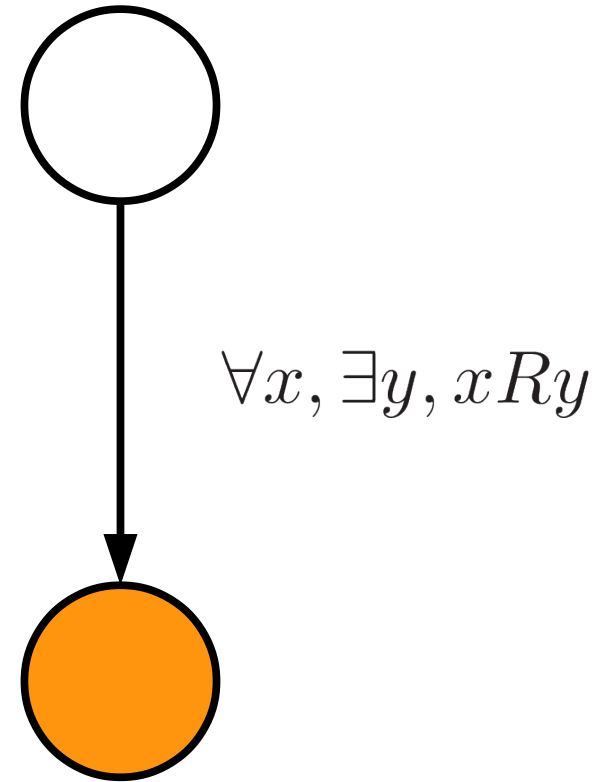
$$\square\varphi \rightarrow \diamond\varphi$$



Une logique déontique

- S'il est obligatoire de signer alors il est permis de signer.

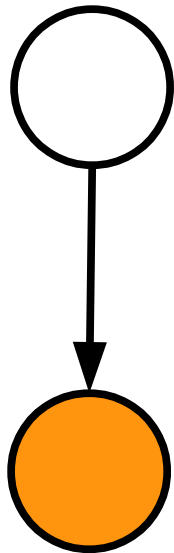
$$\square\varphi \rightarrow \diamond\varphi$$



Une logique temporelle linéaire

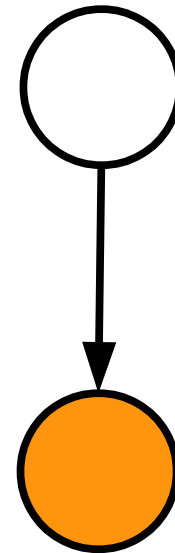
- Demain...

$$\square\varphi$$



- Il est faux que demain il est faux...

$$\diamond\varphi = \neg\square\neg\varphi$$



Un seul successeur...

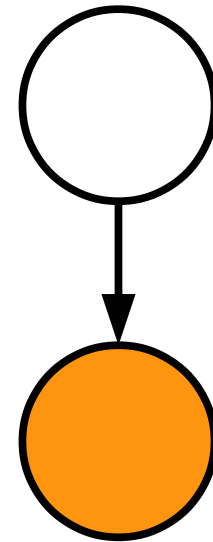
Une logique temporelle linéaire

$$\Box\varphi \rightarrow \Diamond\varphi$$

$$\Diamond\varphi \rightarrow \Box\varphi$$

$$\forall x, \exists y, xRy$$

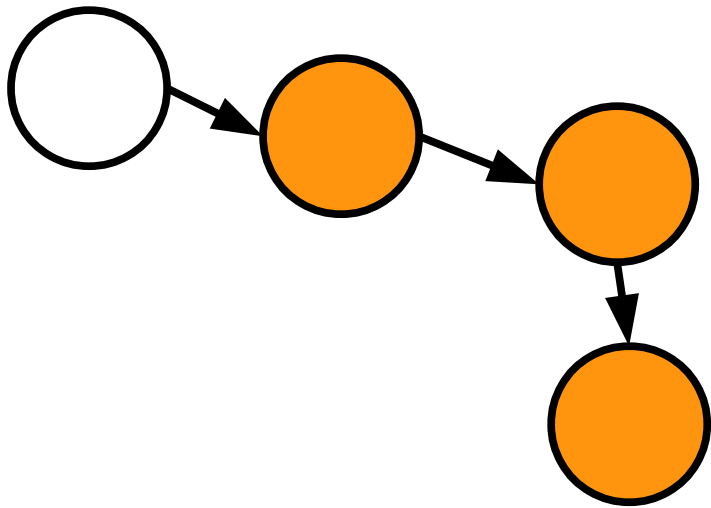
$$\forall x, \forall y, \forall z, (xRy \wedge xRz) \rightarrow (y = z)$$



Une autre logique temporelle

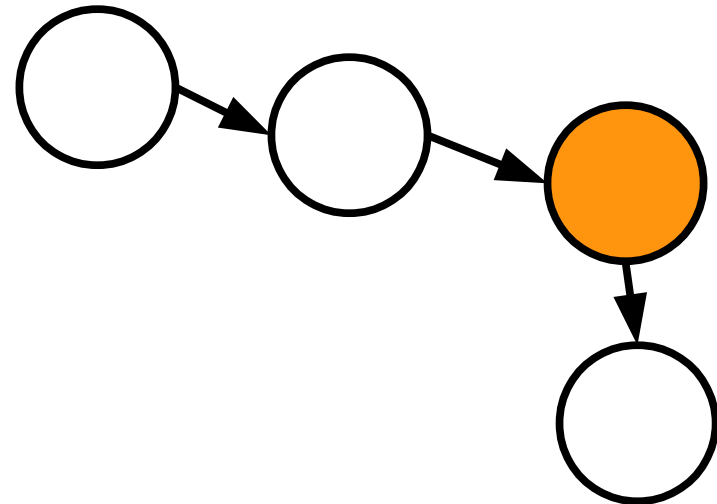
- Toujours

$$\Box\varphi$$



- Un jour

$$\Diamond\varphi = \neg\Box\neg\varphi$$

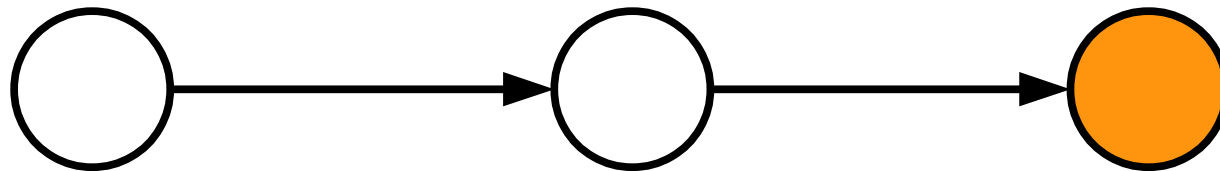


Mondes futurs

Une autre logique temporelle

- Un jour, un jour il pleuvra alors un jour il pleuvra

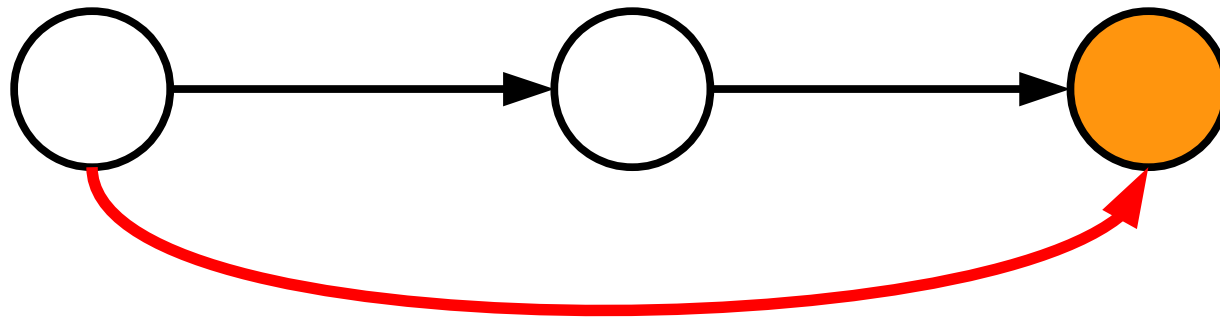
$$\diamond\diamond\varphi \rightarrow \diamond\varphi$$



Une autre logique temporelle

- Un jour, un jour il pleuvra alors un jour il pleuvra

$$\diamond\diamond\varphi \rightarrow \diamond\varphi$$



Transitivité !

Une autre logique temporelle

- Un jour, un jour il pleuvra alors un jour il pleuvra.

$$\diamond\diamond\varphi \rightarrow \diamond\varphi$$

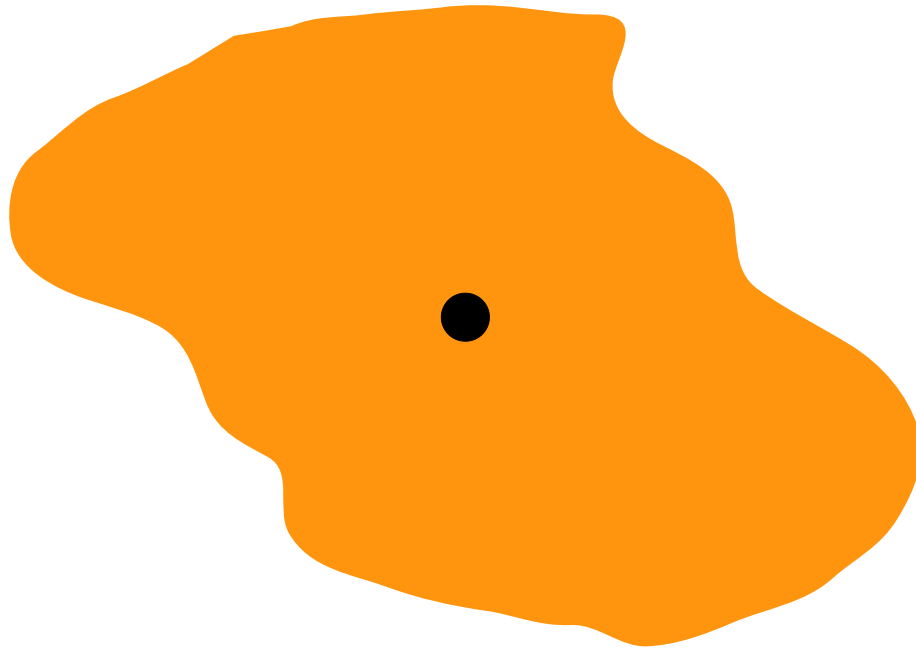
- A partir de maintenant il fait beau alors à partir de maintenant, à partir de maintenant il fait beau.

$$\square\varphi \rightarrow \square\square\varphi$$

Une logique de l'espace

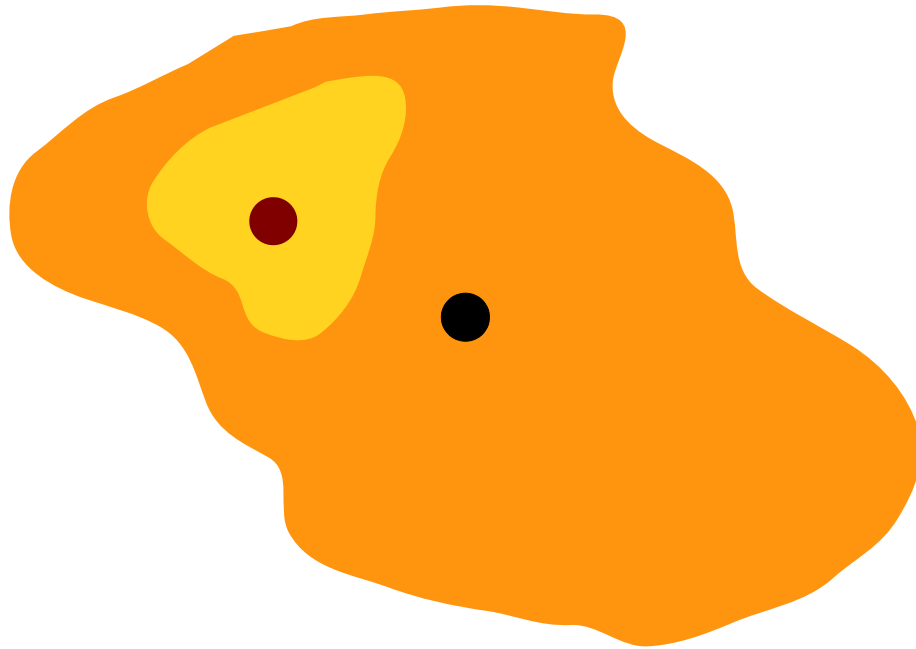
- Dans un voisinage...

$\square \varphi$



Une logique de l'espace

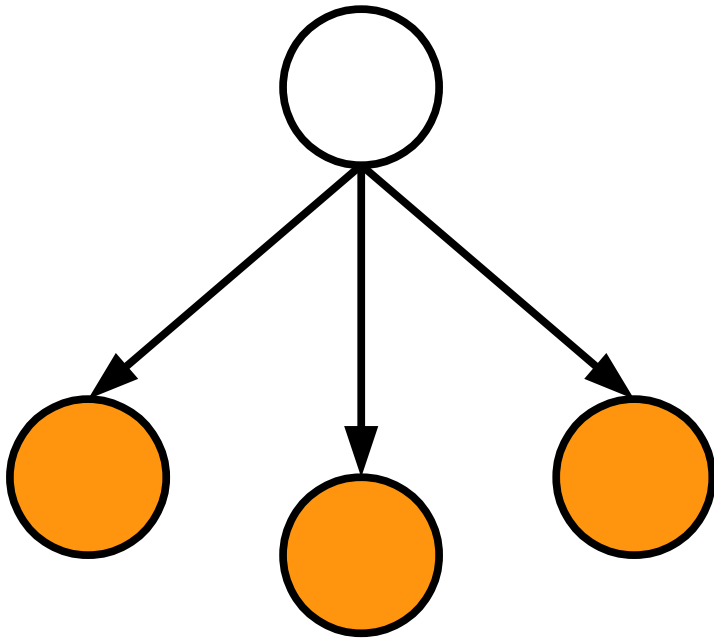
$$\Box\varphi \rightarrow \Box\Box\varphi$$



Une logique épistémique (epístamai, savoir)

- Je sais que...

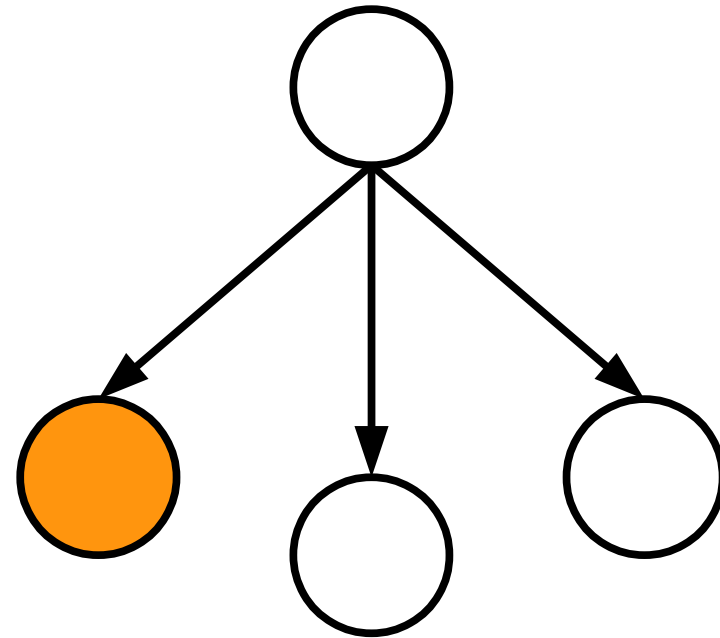
$\Box\varphi$



Mondes envisagés

- Il me paraît envisageable que...

$\Diamond\varphi = \neg\Box\neg\varphi$



Une logique épistémique (epístamai, savoir)

- Je sais qu'il pleut donc il pleut.

$$\Box\varphi \rightarrow \varphi$$

- Je sais ... implique **je sais que** je sais ...

$$\Box\varphi \rightarrow \Box\Box\varphi$$

- Je ne sais pas... implique **je sais que** je ne sais pas ...

$$\neg\Box\varphi \rightarrow \Box\neg\Box\varphi$$

Une logique épistémique (epístamai, savoir)

- Je sais qu'il pleut donc il pleut.

$$\Box\varphi \rightarrow \varphi$$

réflexivité

- Je sais ... implique **je sais que** je sais ...

$$\Box\varphi \rightarrow \Box\Box\varphi$$

transitivité

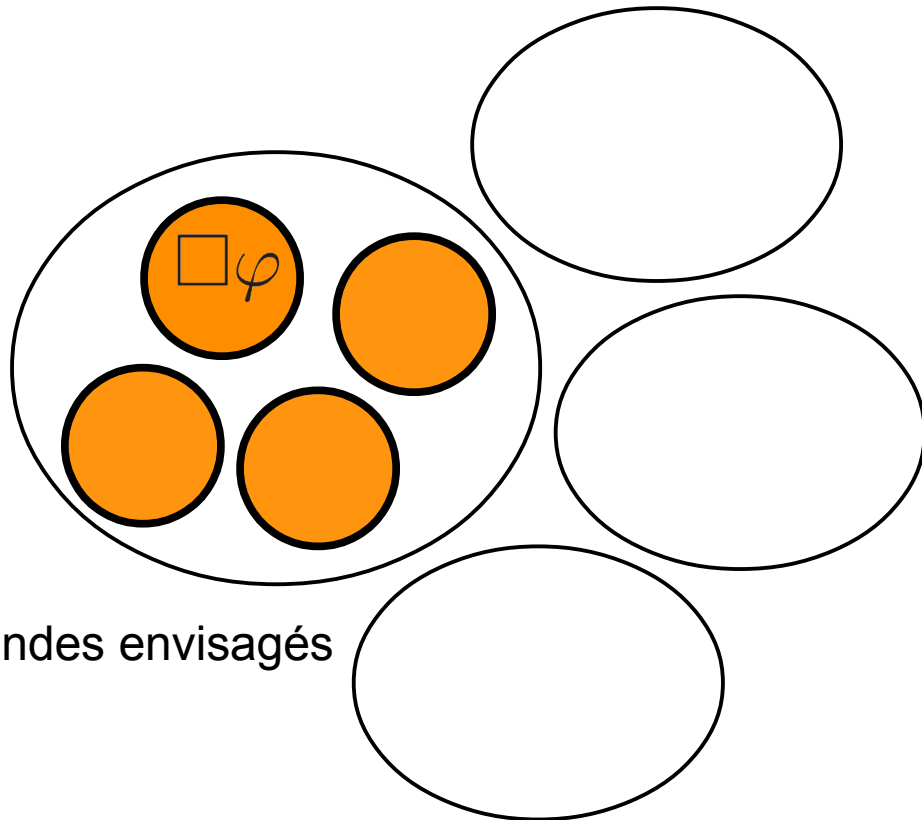
- Je ne sais pas... implique **je sais que** je ne sais pas ...

$$\neg\Box\varphi \rightarrow \Box\neg\Box\varphi$$

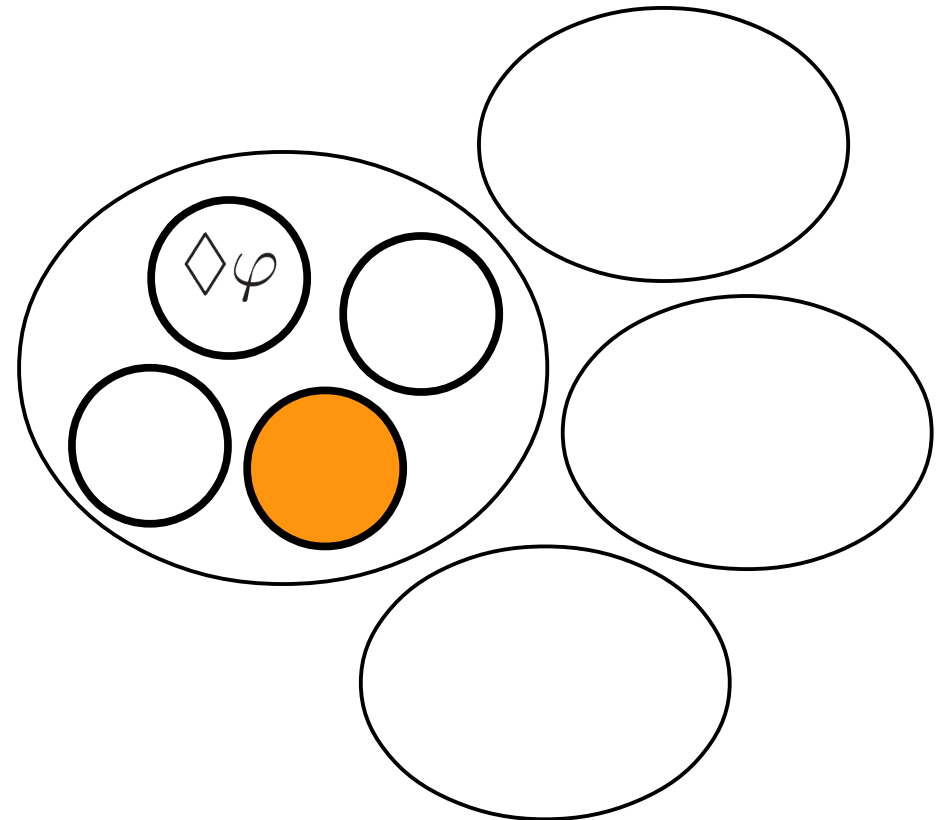
euclidianité

Une logique épistémique (epístamai, savoir)

- Je sais que...



- Il me paraît envisageable que...



Un des objectifs

$$\Box p \rightarrow p$$

$$\forall y (x R y \rightarrow p(y)) \rightarrow p(x)$$

$$\forall x, x R x$$

Objectifs de ce cours

- Comprendre la correspondance

$$\Box\varphi \rightarrow \varphi \quad \longleftrightarrow \quad \forall x, xRx$$

- Enoncer un résultat de complétude (et démontrer des cas particuliers en TD)
- Etudier le problème de satisfiabilité de certains systèmes (peut-être la fois prochaine)