

# Module Langages Formels

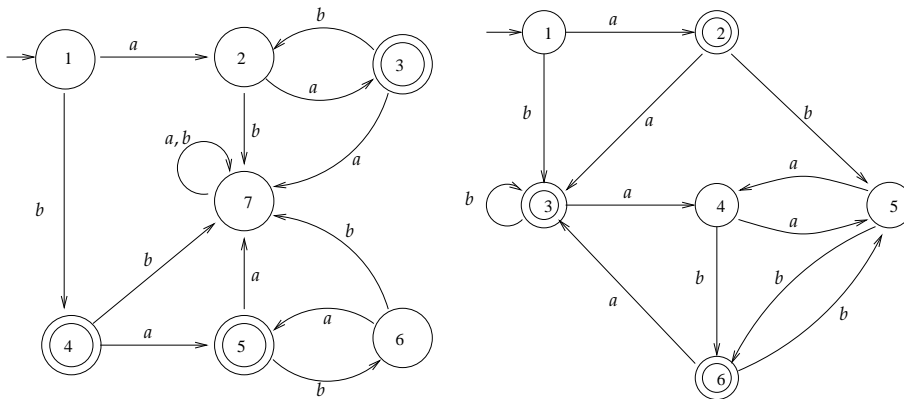
## TD 3 : Minimisation et Propriétés de clôture des reconnaissables et des rationnels

### Exercice 1 Recherche de motif

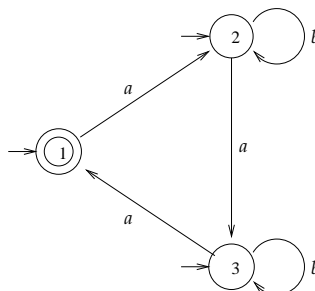
1.1. Montrer que le langage  $L = \{w_1abaaw_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*\}$  est reconnaissable.

### Exercice 2 Minimisation

2.1. Minimiser les automates suivants en utilisant l'algorithme vu en cours :



2.2. Déterminer et minimiser l'automate suivant. à votre avis si on généralise à  $n$  états, combien d'états aura le déterminisé? Le minimal?



**Exercice 3 Transformations de reconnaissables**

Soit  $L$  un langage sur  $\Sigma$  reconnaissable par automate fini.

**3.1.** Montrer que les deux langages suivants sont aussi reconnaissables par automate fini.

$$L_r = \{a_2a_1a_4a_3 \dots a_{2n}a_{2n-1} \mid a_i \in \Sigma, a_1a_2 \dots a_{2n-1}a_{2n} \in L\}$$
$$L_i = \{a_1a_3 \dots a_{2n-1} \mid a_i \in \Sigma, a_1a_2 \dots a_{2n-1}a_{2n} \in L\}$$

**3.2.** Montrer, en utilisant cette fois des propriétés de clôture de  $Rat(\Sigma^*)$ , que  $L_i$  est un langage rationnel.

**Exercice 4 Tranches de rationnels**

Pour chaque mot  $g$  de longueur paire de  $\Sigma^*$ , on appellera “première moitié” de  $g$ , noté  $FH(g)$ , le préfixe de  $g$  dont la longueur est la moitié de celle de  $g$ . Par additivité, la première moitié d’un langage  $L$ , notée  $FH(L)$ , est l’ensemble des premières moitiés des mots de  $L$ .

**4.1.** Montrer, par des propriétés de clôture, que si  $L$  est rationnel alors  $FH(L)$  l’est aussi.

**4.2.** Montrer, par construction d’un automate cette fois-ci, que si  $L$  est reconnaissable alors  $FH(L)$  l’est aussi.