

Module Langages Formels

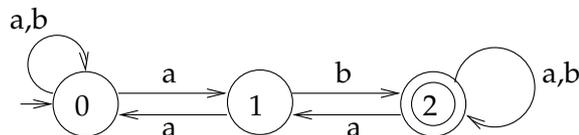
TD 1 : Expressions rationnelles et automates finis

Exercice 1 De l'expression rationnelle à l'automate : algorithme de Thompson

1.1. Construire en suivant l'algorithme de Thompson, un automate fini non-déterministe avec ϵ -transitions reconnaissant le langage dénoté par l'expression rationnelle $a^*b + (aba)^*$.

Exercice 2 De l'automate à l'expression rationnelle : équations et lemme d'Arden

2.1. À partir d'un automate fini, expliquer comment construire un système d'équations dont les solutions sont les langages reconnus à partir de chacun des états. Appliquer cette méthode à l'automate suivant :



Le lemme d'Arden s'énonce ainsi :

Soit $P, R \subseteq A^*$, $\epsilon \notin P$, alors l'équation $X = PX + R$ admet comme unique solution P^*R .

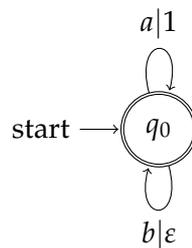
2.2. Résoudre ce système d'équations en utilisant le lemme d'Arden

2.3. Montrer le lemme d'Arden.

Exercice 3 Automates et nombres

3.1. Construire un automate reconnaissant les mots multiples de 3 en base 2.

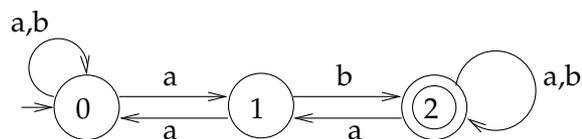
Par définition, un transducteur est un dispositif convertissant une grandeur physique en une autre. On définit (informellement) un transducteur de la façon suivante : dans le graphe d'un automate, on ajoute sur les transitions, en plus des lettres d'un alphabet d'entrée Σ , des mots d'un alphabet de sortie Γ . Un transducteur peut donc représenter une fonction de Σ^* dans Γ^* (ou plus généralement $\mathcal{P}(\Gamma^*)$). Par exemple, le transducteur suivant compte (en unaire !) le nombre de a dans un mot sur $\{a, b\}$.



3.2. Donner un transducteur qui calcule la division entière par 3 d'un nombre écrit en binaire.

Exercice 4 Détermination

4.1. Déterminer l'automate suivant :

**Exercice 5** Langages reconnaissables ou pas ...

Parmi les langages suivants lesquels sont reconnaissables ? Justifiez vos réponses.

1. $\{a^{2^n}, n \geq 0\}$
2. $\{a^m b^n a^{m+n}, m \geq 0 \text{ et } n \geq 0\}$
3. L'ensemble des mots qui n'ont pas trois a consécutifs
4. L'ensemble des mots qui ont un nombre égal de a et de b
5. L'ensemble des mots qui sont des palindromes sur $\Sigma = \{a, b\}$
6. $\{uv\bar{u} \mid u, v \in \{a, b\}^+\}$ où \bar{u} est le miroir de u , $\overline{abb} = bba$