Automates à pile

FOND1 - ENS Rennes

19 Définitions

Définition 101 (automate à pile)**.** *Un automate à pile est un tuple* $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ *où*
- Q *est un ensemble fini non vide d'états ;*
- Σ *est un alphabet fini, appelé alphabet des mots ;*
- Γ *est un alphabet fini, appelé alphabet de pile ;*
- $\delta \subseteq Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \times Q \times \Gamma_\epsilon$ *relation de transition ;* *où* $\Sigma_\epsilon = \Sigma \cup \{\epsilon\}$ *et* $\Gamma_\epsilon = \Gamma \cup \{\epsilon\}$.
- $q_0 \in Q$ *état initial ;*
- $F \subseteq Q$ *états finaux*

Définition 102 (configuration)**.** *Une configuration est une paire* $(q, \gamma) \in Q \times \Gamma^*$.

Définition 103 (passage d'une configuration à une configuration suivante)**.** *Pour tout* $q, q' \in Q$*, pour tout* $z \in \Gamma_\epsilon$*, pour tout* $z' \in \Gamma_\epsilon$*, on note*

$$(q, \gamma z) \to^a (q', \gamma z')$$

si $(q, a, z, q', z') \in \delta$.

Définition 104 (transitions successives)**.** *Pour tout mot* $w \in \Sigma^*$*, pour toutes configurations* $c, c' \in Q \times \Gamma^*$*, on note*

$$c \to^w c'$$

s'il existe $n \in \mathbb{N}$ *et une suite de configurations* $(c_0, \ldots, c_n)$ *et une suite* $u_1, \ldots, u_n \in \Sigma_\epsilon$ *telle que*
- $w = u_1 \ldots u_n$ *;*
- $c_0 = c$ *;*
- *pour tout* $i \in \{0, \ldots, n-1\}$*,* $c_i \to^{u_i} c_{i+1}$ *;*
- $c_n = c'$.

Définition 105 (langage reconnu par $\mathcal{A}$)**.**

$$L(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma^* \mid \text{il existe } q_f \in F,\ \gamma \in \Gamma^* \text{ tel que } (q_0, \epsilon) \to^w (q_f, \gamma)\}.$$

20 Équivalence avec les langages algébriques

Théorème 106. *Un langage est algébrique ssi il est reconnu par un automate à pile.*

Corollaire 107. *Soit* L *un langage algébrique et* K *un langage rationnel. Alors* $L \cap K$ *est algébrique.*

21 Automates à pile déterministes

Définition 108 (automate à pile déterministe)**.** *Un automate à pile* $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ *est déterministe si* $\delta : Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \to Q \times \Gamma_\epsilon$ *est une fonction partielle avec, pour tout* $q \in Q$*,* $a \in \Sigma$*,* $z \in \Gamma$ *au plus une de ces valeurs qui est définie :*

$$\delta(q, a, z), \quad \delta(q, a, \epsilon), \quad \delta(q, \epsilon, z), \quad \delta(q, \epsilon, \epsilon).$$

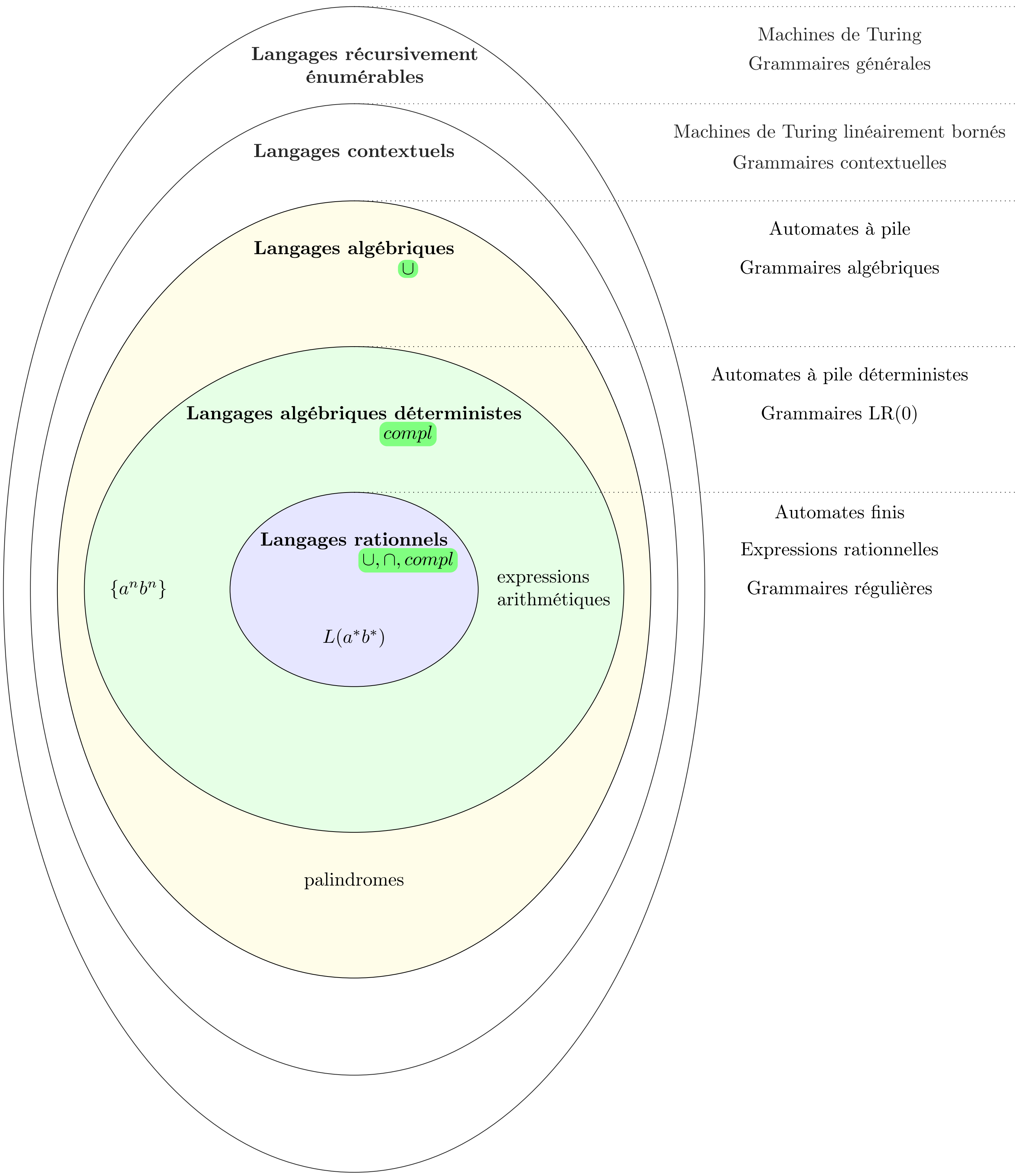
Définition 109 (langage algébrique déterministe)**.** *Un langage est algébrique déterministe s'il est reconnu par un automate à pile déterministe.*

Théorème 110. *Le complémentaire d'un langage algébrique déterministe est algébrique déterministe.*

Corollaire 111. *La classe des langages algébriques déterministes est strictement incluse dans la classe des langages algébriques.*

Proposition 112. *Les langages algébriques déterministes ne sont pas intrinsèquement ambigus.*

22 Bilan



Langages récursivement énumérables
Machines de Turing
Grammaires générales
Langages contextuels
Machines de Turing linéairement bornés
Grammaires contextuelles
Langages algébriques
$\cup$
Automates à pile
Grammaires algébriques
Langages algébriques déterministes
compl
Automates à pile déterministes
Grammaires LR(0)
Langages rationnels
$\cup, \cap,$ *compl*
Automates finis
Expressions rationnelles
Grammaires régulières
$\{a^n b^n\}$
expressions arithmétiques
$L(a^* b^*)$
palindromes