

# Problèmes de recherche d'une solution

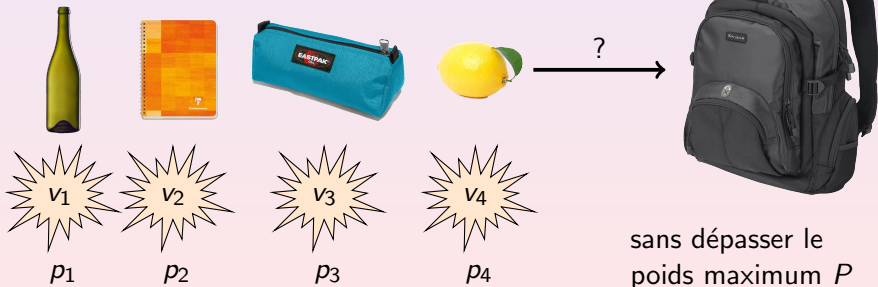
Francois Schwarzentruher

ENS Rennes, France

## Exemple : sac à dos [Papadimitriou et al., Algorithms]

### Problème d'optimisation

maximiser la  
valeur des objets  
emportés



# Outline

- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
  - Problèmes de décision
  - Motivation
  - Algorithme non-déterministe
  - Définition de NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
- 3 Techniques quand pas d'algo polynomial connu

# Outline

- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
  - Problèmes de décision
  - Motivation
  - Algorithme non-déterministe
  - Définition de NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
- 3 Techniques quand pas d'algo polynomial connu

## Problèmes de décision

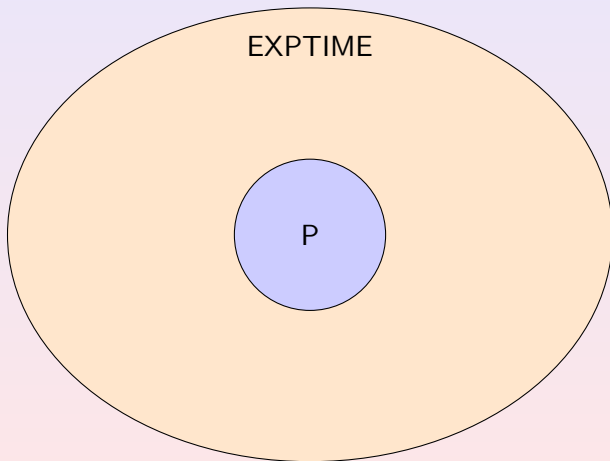
- Entrée : ...
- Sortie :  $J$  tel que  $\sum_J x_j$  maximal sous les contraintes ...

- Entrée : ...
- Sortie : Oui, si .... ; non sinon.

# Outline

- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
  - Problèmes de décision
  - **Motivation**
  - Algorithme non-déterministe
  - Définition de NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
- 3 Techniques quand pas d'algo polynomial connu

## EXPTIME : une trop grosse classe



# Outline

- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
  - Problèmes de décision
  - Motivation
  - **Algorithme non-déterministe**
  - Définition de NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
- 3 Techniques quand pas d'algo polynomial connu



## Algorithme non-déterministe

**procedure ...**  
...  
**fin procedure**

**accepter**

**refuser**

**si ... alors**  
...  
**fin si**

**pour  $i = ..$  à  $..$  faire**  
...  
**fin pour**

**tant que ... faire**  
...  
**fin tant que**

Nouveau type d'instruction

**choisir  $x$  dans** un ensemble fini fixé



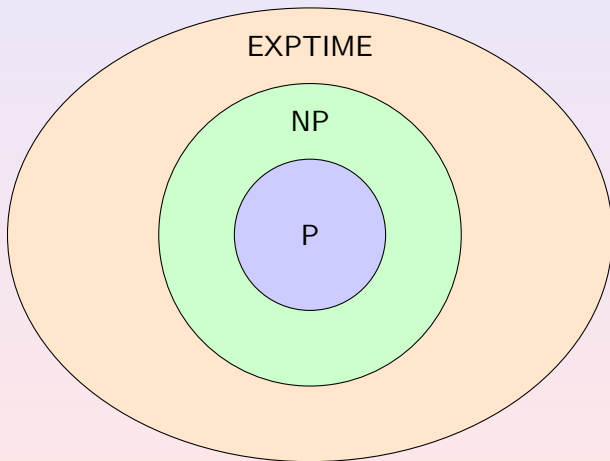
~~**return ...**~~

~~**fonction ...**  
...  
**fin fonction**~~

# Outline

- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
  - Problèmes de décision
  - Motivation
  - Algorithme non-déterministe
  - Définition de NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
- 3 Techniques quand pas d'algo polynomial connu

## Définition de NP



# Outline

- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
  - Programmation dynamique
  - Réduction vers flots/programmation linéaire
- 3 Techniques quand pas d'algo polynomial connu

# Outline

- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
  - Programmation dynamique
  - Réduction vers flots/programmation linéaire
- 3 Techniques quand pas d'algo polynomial connu

# Programmation dynamique

## Une condition pour avoir un algorithme en temps polynomial

Nombre  
polynomial de  
sous-problèmes

et

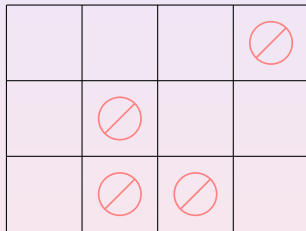
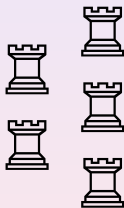
Une relation de  
récurrence avec  
calcul en temps  
polynomial

Glouton = programmation dynamique où le graphe de dépendance des sous-problèmes est linéaire.

# Outline

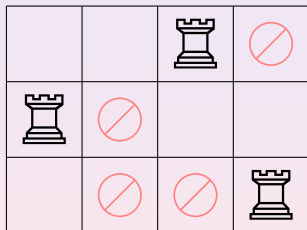
- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
  - Programmation dynamique
  - Réduction vers flots/programmation linéaire
- 3 Techniques quand pas d'algo polynomial connu

## Placer un nombre maximal de tours qui ne s'attaquent pas





## Placer un nombre maximal de tours qui ne s'attaquent pas



# Outline

- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
- 3 Techniques quand pas d'algo polynomial connu
  - Branch and bound
  - Réduction à SAT
  - Local search

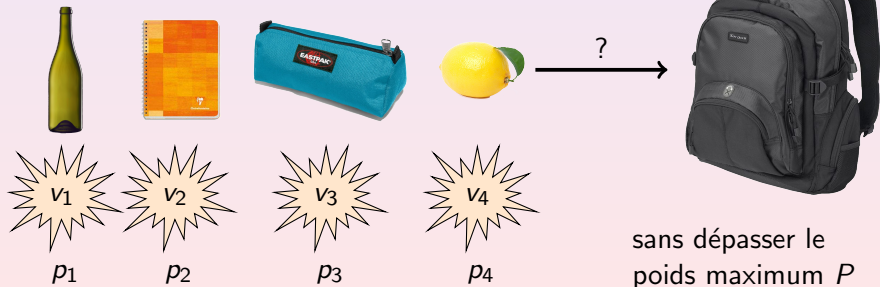
# Outline

- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
- 3 **Techniques quand pas d'algo polynomial connu**
  - Branch and bound
  - Réduction à SAT
  - Local search

## Exemple : sac à dos [Papadimitriou et al., Algorithms]

### Problème d'optimisation

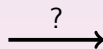
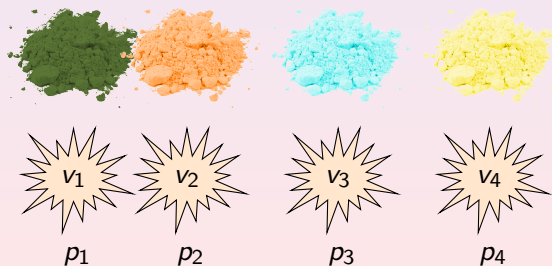
maximiser la  
valeur des objets  
emportés



## Sac à dos fractionnaire

### Problème d'optimisation

maximiser la  
valeur de la  
poudre emportée

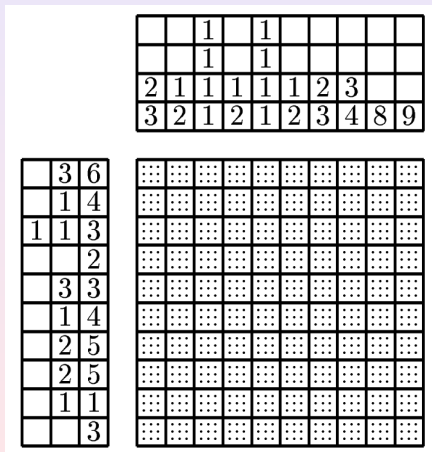


sans dépasser le  
poids maximum  $P$

# Outline

- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
- 3 Techniques quand pas d'algo polynomial connu
  - Branch and bound
  - Réduction à SAT
  - Local search

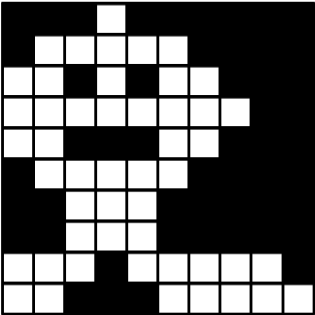
# Logimage



## Logimage

		1		1					
		1		1					
2	1	1	1	1	1	2	3		
3	2	1	2	1	2	3	4	8	9

	3	6
	1	4
1	1	3
		2
	3	3
	1	4
	2	5
	2	5
	1	1
		3





# Outline

- 1 De quels problèmes parle-t-on ? La classe NP
- 2 Voyage optimiste dans NP
- 3 Techniques quand pas d'algo polynomial connu
  - Branch and bound
  - Réduction à SAT
  - Local search

## Questions

Thank you for your attention!

