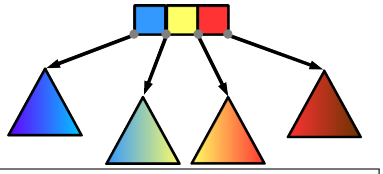
B-arbres

François Schwarzentruber

17 septembre 2019

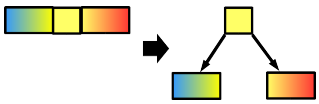
Définition. Un *B-arbre* est un arbre qui vérifie, en plus des conditions d'ABR, les conditions suivantes :

1. Tout nœud a au plus $2B - 1$ clefs ;
2. Tout nœud non racine a au moins $B - 1$ clefs ;
3. Si l'arbre est non vide, la racine est non vide ;
4. Les feuilles sont à la même profondeur h.



- Entrée : un B-arbre A, une clef k
- Sortie : un B-arbre contenant en plus k

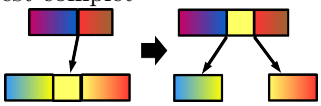
fonction insererDepuisRacine(A, k)
  si A complet **alors**
    éclater la racine A



  insererDepuisNoeudIncomplet(A, k)

- Entrée : un nœud A non complet, une clef k
- Sortie : tout l'arbre est un B-arbre contenant en plus k

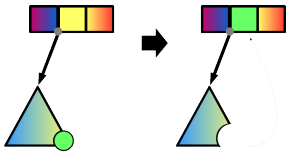
fonction insererDepuisNoeudIncomplet(A, k)
  si A est une feuille **alors** on insère la clef k dans A
  sinon
    S := sous-arbre de A correspondant à k
    si S est complet



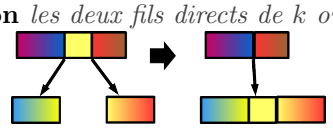
    éclater S
    remonter l'élément central de S dans A
    S := le sous-arbre de A correspondant à k
    insererDepuisNoeudIncomplet(S, k)

- Entrée : un nœud A qui est soit la racine ou qui contient plus de B clefs, une clef k
- Sortie : tout l'arbre est un B-arbre mais k n'y est plus

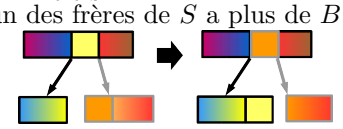
fonction supprimer(A, k)
  si A contient la clef k **alors**
    si A est une feuille **alors** supprimer k de A
    sinon si un des fils directs de k contient plus de B clefs



    S := un de ces fils
    supprimer le min/max dans S
    remplacer k par ce min/max
    sinon *les deux fils directs de k ont $B - 1$ clefs*



    enlever k de A
    créer le fils avec les clefs des deux fils directs et k que l'on connecte à A
    supprimer(ce fils, k)
  sinon *//A ne contient pas la clef k*
    S := le sous-fils de A correspondant à k
    si S a $B - 1$ clefs
      si un des frères de S a plus de B clefs



      remonter un des éléments de ce frère dans A
      descendre une clef de A dans S
      sinon si tous les frères de S ont $B - 1$ clefs

      S := fusion(S, la valeur de A entre S et ce frère, ce frère)
      si A est devenu vide **alors** effacer A
    supprimer(S, k)