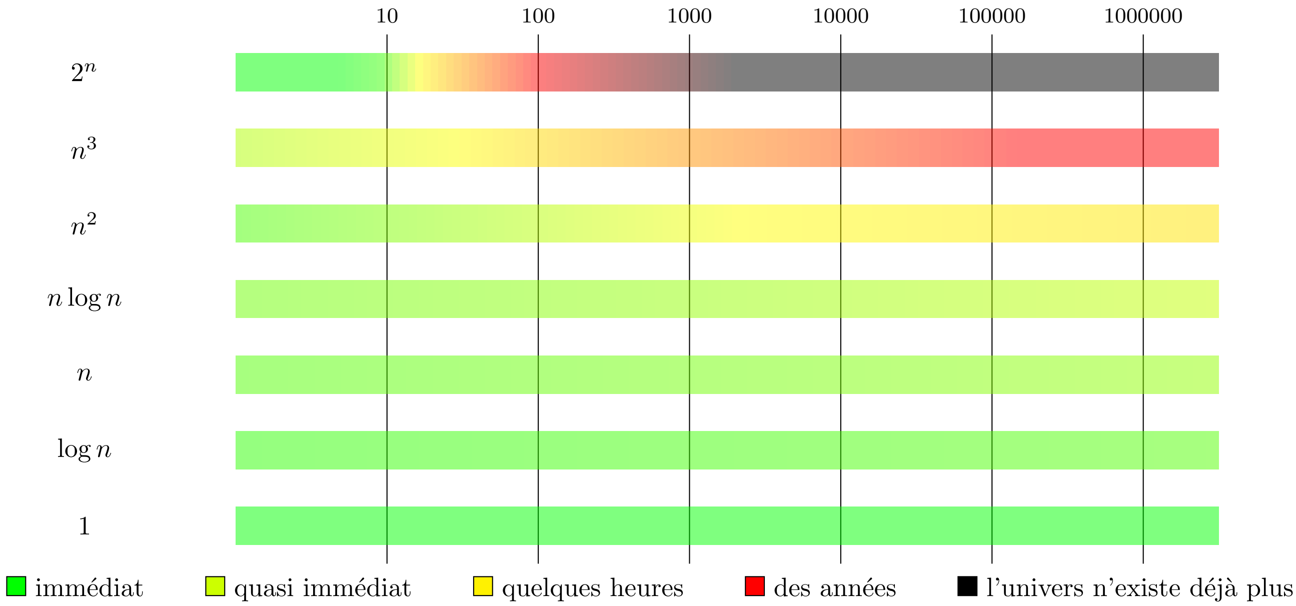
Complexité

François Schwarzentruber

5 septembre 2020

1 Ordre de grandeur



2 Notation de Landau

Les fonctions sont toutes à valeurs positives.

Définition 1 *On dit qu'une fonction $g(n)$ est un $O(f(n))$ s'il existe une constante $c > 0$ telle que $f(n) \leq cg(n)$.*
(majoration par $f(n)$ à une constante près)

Définition 2 *On dit qu'une fonction $g(n)$ est un $\Omega(f(n))$ s'il existe une constante $c > 0$ telle que $cf(n) \leq g(n)$.*
(minoration par $f(n)$ à une constante près)

Proposition 3 *Une fonction $g(n)$ est un $\Omega(f(n))$ si $f(n)$ est un $O(g(n))$.*

Définition 4 *On dit qu'une fonction $g(n)$ est un $\Theta(f(n))$ si $g(n)$ est un $O(f(n))$ et un $\Omega(f(n))$.*

Proposition 5

“ $g(n)$ est un $O(f(n))$ ” est une relation d'ordre partiel.
“ $g(n)$ est un $\Omega(f(n))$ ” est une relation d'ordre partiel.
“ $g(n)$ est un $\Theta(f(n))$ ” est une relation d'équivalence.

Notation 6

On note $g(n) = O(f(n))$ pour “ $g(n)$ est un $O(f(n))$ ”.
On note $g(n) = \Omega(f(n))$ pour “ $g(n)$ est un $\Omega(f(n))$ ”.
On note $g(n) = \Theta(f(n))$ pour “ $g(n)$ est un $\Theta(f(n))$ ”.

3 Exemples

3	est un $\Theta(1)$	est un $O(\log n)$	est un $O(n \log n)$	est un $O(n)$	est un $O(n^2)$	est un $O(n^3)$
$1 + \lvert\sin n\rvert$	est un $\Theta(1)$	est un $O(\log n)$	est un $O(n \log n)$	est un $O(n)$	est un $O(n^2)$	est un $O(n^3)$
$\lvert\sin n\rvert$	est un $O(1)$	est un $O(\log n)$	est un $O(n \log n)$	est un $O(n)$	est un $O(n^2)$	est un $O(n^3)$
$4 \log n + 3$	est un $\Omega(1)$	est un $\Theta(\log n)$	est un $O(n)$	est un $O(n \log n)$	est un $O(n^2)$	est un $O(n^3)$
$4 \log n + 9 \log \log n$	est un $\Omega(1)$	est un $\Theta(\log n)$	est un $O(n)$	est un $O(n \log n)$	est un $O(n^2)$	est un $O(n^3)$
$2(n+1)\log(n+3)$	est un $\Omega(1)$	est un $\Omega(\log n)$	est un $\Omega(n)$	est un $\Theta(n \log n)$	est un $O(n^2)$	est un $O(n^3)$
$2n + 3 \log n$	est un $\Omega(1)$	est un $\Omega(\log n)$	est un $\Theta(n)$	est un $O(n \log n)$	est un $O(n^2)$	est un $O(n^3)$
$\frac{(n(n+1)}{2}$	est un $\Omega(1)$	est un $\Omega(\log n)$	est un $\Omega(n)$	est un $\Omega(n \log n)$	est un $\Theta(n^2)$	est un $O(n^3)$
$2n^3 + 1000n^2 + 5n$	est un $\Omega(1)$	est un $\Omega(\log n)$	est un $\Omega(n)$	est un $\Omega(n \log n)$	est un $\Omega(n^2)$	est un $\Theta(n^3)$
$2n^3 + n^2\lvert\sin n\rvert$	est un $\Omega(1)$	est un $\Omega(\log n)$	est un $\Omega(n)$	est un $\Omega(n \log n)$	est un $\Omega(n^2)$	est un $\Theta(n^3)$
$n^2\lvert\sin n\rvert$	–	–	–	–	–	–