

LK₀: calcul des séquents pour la logique propositionnelle classique

Définitions. Un séquent classique s'écrit $\Gamma \vdash \Delta$ et est composé de deux multi-ensembles de formules. Il peut être lu comme "la *conjonction* des formules de Γ implique la *disjonction* des formules de Δ ".

Le séquent est *valide* quand cette formule est valide, c'est à dire que toute interprétation satisfaisant toutes les formules de Γ va satisfaire une des formules de Δ .

Groupe identité

$$\overline{\Gamma, \phi \vdash \phi, \Delta} \text{ axiom} \qquad \frac{\Gamma \vdash \phi, \Delta \quad \Gamma, \phi \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \Delta} \text{ cut}$$

Groupe structurel

$$\frac{\Gamma, \phi, \phi \vdash \Delta}{\Gamma, \phi \vdash \Delta} c_L \qquad \frac{\Gamma \vdash \phi, \phi, \Delta}{\Gamma \vdash \phi, \Delta} c_R$$

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma, \phi \vdash \Delta} w_L \qquad \frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \phi, \Delta} w_R$$

Groupe logique

$$\overline{\Gamma, \perp \vdash \Delta} \perp_L \qquad \overline{\Gamma \vdash \top, \Delta} \top_R$$

$$\frac{\Gamma, \phi_1, \phi_2 \vdash \Delta}{\Gamma, \phi_1 \wedge \phi_2 \vdash \Delta} \wedge_L \qquad \frac{\Gamma \vdash \phi_1, \Delta \quad \Gamma \vdash \phi_2, \Delta}{\Gamma \vdash \phi_1 \wedge \phi_2, \Delta} \wedge_R$$

$$\frac{\Gamma, \phi_1 \vdash \Delta \quad \Gamma, \phi_2 \vdash \Delta}{\Gamma, \phi_1 \vee \phi_2 \vdash \Delta} \vee_L \qquad \frac{\Gamma \vdash \phi_1, \phi_2, \Delta}{\Gamma \vdash \phi_1 \vee \phi_2, \Delta} \vee_R$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi_1, \Delta \quad \Gamma, \phi_2 \vdash \Delta}{\Gamma, \phi_1 \Rightarrow \phi_2 \vdash \Delta} \Rightarrow_L \qquad \frac{\Gamma, \phi_1 \vdash \phi_2, \Delta}{\Gamma \vdash \phi_1 \Rightarrow \phi_2, \Delta} \Rightarrow_R$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi, \Delta}{\Gamma, \neg \phi \vdash \Delta} \neg_L \qquad \frac{\Gamma, \phi \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg \phi, \Delta} \neg_R$$

On utilise ici la terminologie anglaise: *L/R* pour left/right; *cut* pour coupure; *c* pour *contraction*; *w* pour *weakening* (affaiblissement).

Théorème. Le système LK₀ est correct et complet: un séquent est valide ssi il est dérivable.