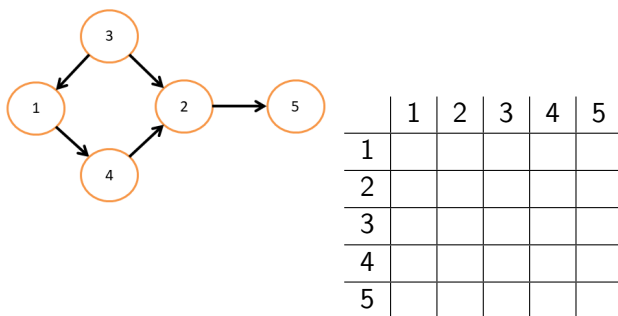


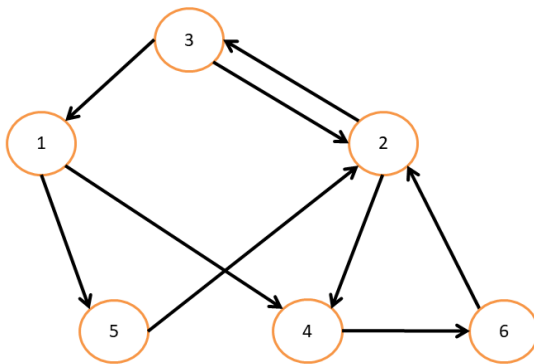
TD 3 : Warshall, Kosaraju

26 mars 2021

1 Fermeture transitive



QUESTION 1 – Calculer la fermeture transitive du graphe G en appliquant l'algorithme de Warshall, en complétant le tableau ci-dessus en utilisant une couleur différente à chaque étape de l'algorithme.



QUESTION 2 – Sans utiliser l'algorithme de Warshall, donner la matrice de la fermeture transitive de ce graphe. Justifier.

2 Composantes fortement connexes

On considère le graphe G défini par le dictionnaire de ses successeurs :

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
succ(X)	4,5,6	5	5	3	3,4	7	6,10	6,7,9	6,8	6,11	6,7	1,2,8,13,14	2,9,11,12	2,12

QUESTION 3 – Dessiner le graphe G à partir du dictionnaire des successeurs.

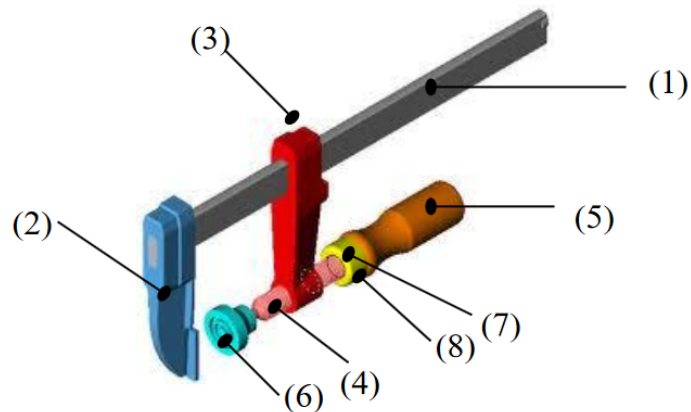
QUESTION 4 – Calculer les composantes fortement connexes en appliquant l'algorithme de Kosaraju. Vous dessinerez le graphe G^t et donnerez les dates de debut/fin pour chacun des parcours.

QUESTION 5 – Prouver qu'un graphe quotient est forcément acyclique.

3 Graphe quotient et application

En sciences de l'ingénieur les systèmes mécaniques peuvent être représenté par un "schéma cinématique", c'est à dire que l'objet est vu comme un ensemble de liaisons mécaniques qui relie certaines pièces de l'objet en lui offrant un certain nombre de degré de liberté. Prenons l'exemple du serre joint.

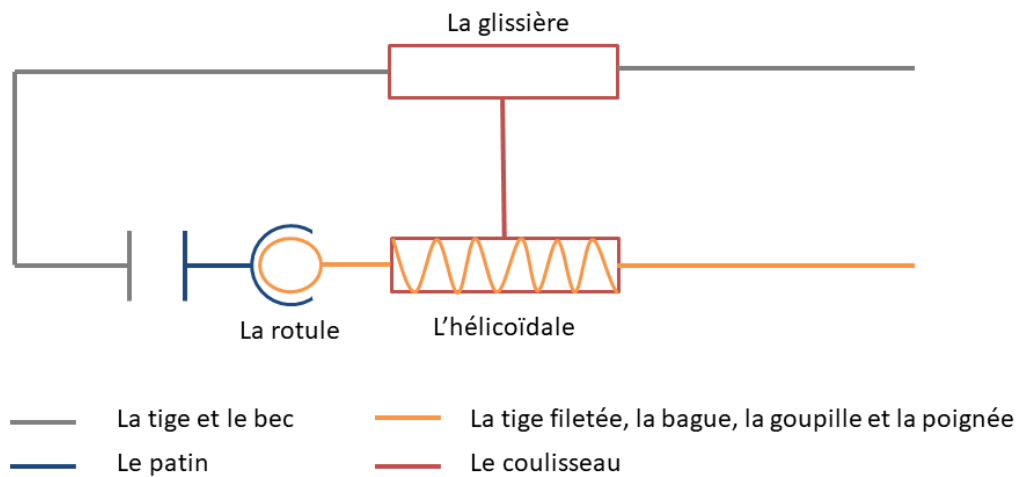
- (1) tige
- (2) bec
- (3) coulisseau
- (4) tige filetée
- (5) poignée
- (6) patin
- (7) Bague
- (8) Goupille



Les différentes liaisons de cet objet sont :

- 1 et 2 sont encastrées
- 1 et 3 peuvent coulisser entre elles. On appelle cette liaison une glissière.
- 3 et 4 peuvent être vissée dévissée entre elles. On appelle cette liaison une hélicoïdale.
- 4 et 5 sont encastrés. De même que 4 et 8.
- 8, 7, et 5 sont encastrés entre eux.
- 6 peut tourner autour de 4 selon 3 axes. On appelle cette liaison une rotule.

Dans un schéma cinématique seul les mouvement offrant des degrés de liberté sont intéressants. Autrement dit les encastrement sont ignorés. Voila à quoi ressemble le schéma cinématique du serre joint.



QUESTION 6 – A partir de l'énoncé, réaliser un graphe de liaison du serre joint. Le graphe aura pour sommet les composants du serre joint et pour arcs les liaisons entre les composants.

QUESTION 7 – Proposer un algorithme qui transforme le graphe de liaison (défini Question 6) en un graphe simplifié qui permet de tracer le schéma cinématique du serre joint.

4 Complexité et correction de l'algorithme de Kosaraju

QUESTION 8 – Prouver que l'algorithme de Kosaraju a pour complexité $O(|A| + |S|)$.

QUESTION 9 – Prouver la correction de l'algorithme de Kosaraju.

5 Algorithme de Tarjan

QUESTION 10 – Calculer les composantes fortement connexe du graphe G_1 en utilisant l'algorithme de Tarjan.

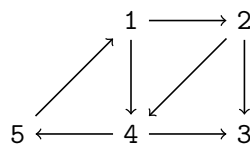


FIGURE 1 – Graphe G_1