

L3 Informatique

Mise à niveau en Logique

Exercice sur le Calcul des Prédicats
Formalisation

Exercice 1 (Les enseignants). Il y a cinq matières à enseigner : anglais, français, maths, histoire et géographie.

1. Monsieur Lenoir ne sait pas ce qu'est un angle.
2. Monsieur Leblanc est le seul à savoir où sont les montagnes Rocheuses.
3. Chacun enseigne trois matières.
4. Aucune matière n'est enseignée par 3 personnes.
5. Certaines matières sont enseignées par 2 personnes.
6. Monsieur Leroux est bilingue et aime bien les maths¹.
7. Les profs d'Anglais enseignent aussi le Français.

Écrire les hypothèses “Chacun enseigne trois matières”, “Aucune matière n'est enseignée par 3 personnes.”, “Certaines matières sont enseignées par 2 personnes.”, et “Les profs d'Anglais enseignent aussi le Français.”.

Exercice 2 (Les entiers, naturels et relatifs). On suppose qu'on dispose d'un prédicat P d'arité 2 (2 arguments), et d'une constante \perp .

- On interprète P sur le domaine \mathbb{N} des entiers naturels selon $P(n, m)$ est vrai lorsque $n \leq m$, et la constante \perp comme l'entier 0.
 - Écrire qu'il existe un entier naturel plus petit que tous les autres,
 - Écrire que \perp est plus petit que tous les autres
- Maintenant on considère le domaine \mathbb{Z} des entiers relatifs, et on conserve la même interprétation de P et de la constante \perp .
 - Écrire qu'il existe un entier relatif plus petit que tous les autres, et montrer que cette formule est fausse dans cette interprétation de P et \perp .
 - Écrire que tout entier relatif admet un entier plus petit que lui.

1. comprendre ici qu'il enseigne Anglais et Maths.

- Inverser les quantificateurs de la formule de la question précédente, que dit-elle?

Exercice 3 (Encore des entiers, bref un domaine infini ...). On suppose qu'on dispose d'un prédicat P d'arité 2 (2 arguments), et d'un symbole de fonction $PlusUn$ d'arité 1, et d'une constante \perp . On interprète P sur le domaine \mathbb{N} des entiers naturels de la manière suivante :

- $P(n, m)$ est vrai lorsque $n \leq m$, la constante \perp comme l'entier 0, et
- la fonction $PlusUn(.)$ comme la fonction qui a un entier associe cet entier plus 1.

Écrire que tout entier est plus petit que l'entier suivant.