Université de Rennes 1 **année 2009-2010**

I.F.S.I.C. **11 Décembre 2009**

D.I.I.C. 3 - INC
Module COMV - Contrôle 1
cours d'Olivier LE MEUR

Durée : 2 heures
Documents autorisés : documents des cours, TD et TP, calculatrices autorisées
Nombre de pages : 6
Remarques : Le barème est indicatif. Les exercices sont indépendants.

I. QCM argumenté / Questions de cours (6 points)

Pour les questions de type QCM, vous devez indiquer pour chaque réponse proposée si elle est correcte ou incorrecte et pourquoi. Il peut y avoir une ou plusieurs bonnes réponses par question.

1. Si une image à N niveaux de gris a une entropie H proche de $log_2 N$, alors :
   - (a) l'image contient beaucoup d'information (au sens de Shannon)
   - (b) l'image est approximativement uniforme
   - (c) son histogramme est approximativement uniforme
   - (d) on pourra efficacement la comprimer sans perte
2. On réalise un codage de Huffman des niveaux de gris de l'image Lena (codée sur 8 bits). Ce codage fournit un arbre de Huffman. Cet arbre est utilisé pour coder une image de synthèse comportant 8 niveaux de gris distincts. Quel résultat obtient-on ?
   - (a) on ne peut pas décoder le message binaire obtenu
   - (b) le modèle de source n'est pas adpaté
   - (c) on obtient le même taux de compression qu'avec l'image Lena
   - (d) on aurait pu obtenir un meilleur taux de compression en utilisant l'arbre de Huffman construit à partir de l'image de synthèse.
3. Que peut-on faire pour exploiter la dépendance spatiale entre les pixels d'une image en vue d'une compression efficace ?
   - (a) appliquer une transformée fréquentielle
   - (b) réaliser une quantification scalaire des valeurs
   - (c) réaliser une quantification vectorielle des valeurs
   - (d) appliquer un algorithme de type DPCM
4. Qu'appelle-t-on codage avec pertes ? Quels sont les intérêts de ce type de codage par rapport au codage sans perte ? Comment peut-il être mis en oeuvre (citer deux façons de le faire) ?
5. La capacité d'un canal
   - (a) est le nombre maximal de bits d'information par secondes qu'il peut transmettre
   - (b) dépend de l'entropie de la source que l'on cherche à transmettre
   - (c) doit être supérieure à l'entropie de la source pour une transmission sans perte
   - (d) dépend du modèle de source choisi
6. Un quantificateur optimal au sens de l'erreur quadratique moyenne...
   - (a) est un quantificateur qui vérifie la règle du centroïde et la règle du plus proche
   - (b) vise à réduire les erreurs de quantification
   - (c) minimise la distorsion visuelle
   - (d) maximise le PSNR
   - (e) tient compte de la distribution des valeurs à quantifier pour le choix des seuils de décision et des niveaux de quantification

7. La quantification vectorielle
   (a) est une méthode réalisant une quantification optimale des vecteurs de mouvement
   (b) est une méthode qui quantifie des n-uplets de valeurs
   (c) est plus avantageuse que la quantification scalaire en terme de compromis débit-distortion
   (d) est plus avantageuse que la quantification scalaire (performances équivalentes pour une faible complexité calculatoire)

8. Dans un schéma de codage, pourquoi utilise-t-on une transformée (DCT, DWT...) ?

II. Entropie mutuelle conditionnelle (3 points)

Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes à valeurs dans $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ et $\{y_1, y_2, ..., y_m\}$. On désigne par p_{ij} la loi du couple (X, Y). On rappelle que l'information mutuelle de X et Y, notée $I(X;Y)$ peut s'écrire :

$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X), \text{ avec } H() \text{ l'entropie.}$$

Soit Z une variable aléatoire discrète à valeurs dans $\{z_1, z_2, ..., z_p\}$. Par extension de la formule précédente, on définit l'information mutuelle entre X et Y sachant Z :

$$I(X;Y|Z) = H(X|Z) - H(X|Y,Z) = H(Y|Z) - H(Y|X,Z)$$

1. Montrez que $I(X;(Y,Z)) = I(X;Z) + I(X;Y|Z)$.

2. Que se passe-t-il si Y est indépendante de X sachant Z ?

III. Codage par bloc de symboles (6 points)

On considère une source S constituée de 3 symboles et définie par les probabilités suivantes :

S	s_1	s_2	s_3
$p(S = s_i)$	0.38	0.34	0.28

1. Rappeler l'objectif d'un codage par bloc de symboles.

2. Calculer l'entropie de la source S. Que signifie cette valeur ?

3. Proposer un code de longueur fixe. Quelle est son efficacité ? (Rappel : l'efficacité est donnée par le rapport de l'entropie sur la longueur moyenne du code)

4. Proposer un code de Huffman (donner l'arbre). Quelle est son efficacité ?

5. Proposer un code de Fano-Shannon. Quelle est son efficacité ?

On se propose de coder les symboles 2 par 2. Cela revient à définir une nouvelle source qui émet un bi-symbole. On applique cette transformation à la source S en supposant que la probabilité d'un bi-symbole est le produit de la probabilité des symboles le composant.

6. Construire cette nouvelle source, notée S^2, en donnant pour chaque symbole sa probabilité d'apparition.

7. Calculez l'entropie de la nouvelle source.

8. Proposer un code de Huffman (donner l'arbre). Quelle est son efficacité ?

9. Proposer un code de Fano-Shannon. Quelle est son efficacité ?

10. Conclure.

IV. Codage DPCM (5 points)

Soit le bloc 4×4 suivant extrait d'une image :

160	095	70	70
132	132	95	95
132	132	95	70
160	160	95	70

1. Calculer l'entropie de cette image en définissant la variable aléatoire X, son alphabet et sa densité de probabilité.

2. On se propose d'utiliser le prédicteur non linéaire adaptatif mis en oeuvre dans le standard JPEG-LS :

$$x_p = \begin{cases} \min(a,b) & \text{si } c \geq \max(a,b) \\ \max(a,b) & \text{si } c \leq \min(a,b) \\ a+b-c & \end{cases}$$

Le voisinage (c'est à dire les valeurs a, b et c) est défini de la façon suivante (x est la valeur courante) :

c	b	d
a	x	

La gestion des bords de l'imagette se fait comme indiqué ci-dessous. Les valeurs en gras sont ajoutées.

160	**160**	**95**	**70**	**70**
160	160	95	70	70
132	132	132	95	95
132	132	132	95	70
160	160	160	95	70

3. Calculer l'imagette de prédiction

4. Calculer l'imagette de l'erreur de prédiction ainsi que l'erreur quadratique moyenne

5. Calculer l'entropie de l'erreur de prédiction

6. Concluer sur ce prédicteur.