tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque
/_ /_ /_ /_ /_ /_ /_ /_ /_ /_ /

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité : Signal, Image, Parole, Telecom
préparée au laboratoire **LIS de Grenoble**
dans le cadre de **l'Ecole Doctorale**
Electronique, Electrotechnique, Automatique, Télécommunications, Signal
Présentée et soutenue publiquement

par

Matthieu Gautier
le 27 avril 2006

Algorithmes et architectures de récepteurs pour les systèmes multiporteuses par paquets d'ondelettes

---

Directeur de thèse : Joël Lienard

JURY

Présidente :	Geneviève Joudain
Rapporteur :	Inbar Fijalkow
Rapporteur :	Pierre Siohan
Examinateur :	Michel Terré
Examinateur :	Joël Lienard

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du Laboratoire Image et Signal (LIS) de l'Institut National Polytechnique de Grenoble. Je remercie Monsieur Jean-Marc Chassery, directeur du LIS, pour m'y avoir accueilli.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à toutes celles et ceux qui m'ont apporté leur soutien, leur amitié ou leur expérience tout au long de ce travail de thèse.

Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble des personnes qui m'ont fait l'honneur d'être membres de mon jury.

Je remercie Madame Geneviève JOURDAIN, professeur à l'INPG, de m'avoir fait l'honneur de présider de mon jury de thèse. Je la remercie également de m'avoir fait partager son enthousiasme et sa curiosité pour la recherche.

Merci également à Madame Inbar Fijalkow, professeur à l'ENSEA, d'avoir accepté d'être rapporteur de ce travail. Je tiens aussi à la remercier de m'avoir donnée goût à la recherche lors de mon année de formation de DEA sous sa direction.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur Pierre Siohan, directeur de recherche à France Télécom R&D, d'avoir bien voulu rapporter sur ce travail, pour les critiques constructives qu'il y a apporté et pour la précision de ses corrections.

Merci à Monsieur Michel Terré, professeur au CNAM à Paris, d'avoir accepté de faire partie de mon jury, merci pour ses commentaires et son enthousiasme lors de la soutenance.

Enfin, cette thèse a été réalisée sous la direction de MONSIEUR Joël LIENARD, professeur à l'INPG. Je le remercie bien évidemment pour la pertinence de ses conseils scientifiques et ses encouragements mais je le remercie surtout pour la belle leçon humaniste qu'il m'a montrée en m'accueillant dans son laboratoire. Je ne le remercierai jamais assez.

J'associe à ces remerciements l'ensemble des personnes avec qui j'ai travaillé au cours de ses longues années. Je pense à ceux avec qui j'ai effectué mes enseignements, les Pierre-Yves Gumery, Mickaël Guironnet, Maxime Besacier, François Camus, Michel Cheminat, James Roudet, Patricia Ladret, Magalie Thomassin et autres Pierre-Armand Degryse.

Je remercie les collègues en communications numériques du laboratoire, Messieurs Kosaï Raouf, Laurent Ros et Jean-Marc Brossier. Je remercie plus particulièrement Cyrille Siclet pour la relecture précise qu'il a faite de mon manuscrit.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Les quelques années passées au LIS furent une expérience fort enrichissante. Je remercie tous les thésards et l'ensemble du personnel du laboratoire pour leur bonne humeur et l'ambiance chaleureuse à laquelle ils ont participé. Par désordre alphabétique, je citerai Nico, Choucou, Sebi, Benoit, Moussa, Cédric, ma Meryem, Fredo, Jérome, Gaël, Jules, Anthony, Max ...

Je fais une spéciale dédicace à tous les habitants des Boxs, en particulier aux membres actifs que sont Seb et Mathieu. Je remercie affectueusement mes deux petits chatons préférés : Grégoire et Caro.

J'ai également une pensée pour mes vieux collègues Marco et Dominique car plus qu'un pilier du burlingue, j'étais en fait une colonne. Merci à mon partenaire de raquette, Patrick dit "le Rosson".

Je n'oublie certainement pas tous ceux sans qui ces années de thèse ne se seraient pas passées aussi bien, ma bande de pote : Enrique, Greg, Thomas, Gaët, Fabien et Choupinou, que c'est plus qu'une bande de pote, et mon bouquet de fleurs préférée : Sandrine, Julie, Séverine, La catherine et Mélanie, près d'elles les roses ne sont pas si belles.
Merci également à tous les autres pour les moments partagés, je pense à Laurent&Sandrine, Luc&Linda, Claire&Simon, Roger&José, les guyannais, Rémi, Fanny, Djam, Toinouch, Bérangère ...

Big up à Alex, Neeko, Clacla & co, pour tous les bouts de vacances partagés ensemble.

Merci à Fabien, pour tout.

Et puis, il y a la famille, c'est important la famille : merci au frangin et la frangine, merci à petit Morgan (et aux parents, Gaëlle&Alban) pour l'émotion que m'a procuré sa naissance.
Enfin, et surtout, je remercie mes parents pour m'avoir toujours soutenu et encouragé.

A Maïlys,
ton impatience et ton attention m'auront été extrêmement profitables...

Matthieu

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Table des matières

Table des figures **xiv**

Liste des tableaux **xv**

Glossaire **xvii**

Introduction Générale **1**

1 Introduction aux systèmes de transmission **7**
1.1 Description d'un système de communication numérique 8
1.1.1 Communication en bande de base 8
1.1.2 Chaine de transmission numérique 11
1.1.2.1 Structure 11
1.1.2.2 Caractéristiques du système 13
1.1.2.3 L'égalisation 14
1.1.2.4 Le multiplexage des données 15
1.1.2.5 Modèle mathématique générique 16
1.1.3 Les modulations numériques 17
1.1.3.1 Les Modulations numériques classiques 18
1.1.3.2 Modulation d'amplitude en quadrature 19
1.1.4 Les interférences 20
1.1.4.1 Le bruit de fond radio-électrique 20
1.1.4.2 Interférences propres au système 20
1.1.4.3 Les interférences externes au système (brouilleurs) 22
1.2 Le canal de propagation 22
1.2.1 Caractérisation et modélisation du canal de propagation radio électrique 23
1.2.1.1 Caractéristiques large bande 23
1.2.1.2 Caractéristiques bande étroite 25
1.2.1.3 Modèle du canal multi-trajets variable dans le temps . . . 26
1.2.2 Classification 27
1.3 Les techniques de modulations avancées 28

1.3.1 L'accès multiple 29
1.3.1.1 Généralités 29
1.3.1.2 Structure de l'émetteur DS-CDMA 31
1.3.2 La modulation multiporteuses 32
1.3.2.1 Généralités 32
1.3.2.2 Structure de l'émetteur OFDM 35
1.3.3 Les modulations multiporteuses à étalement de spectres 36
1.3.3.1 Généralités 36
1.3.3.2 Structure de l'émetteur MC-CDMA 37
1.3.3.3 Structure de l'émetteur MC-DS-CDMA 38
1.4 Amélioration de la transmission 38
1.4.1 Caractéristiques du canal de propagation 39
1.4.2 Caractéristiques des porteuses génériques 40
1.4.3 Choix du type de porteuse 41
1.5 Conclusion 44

2 Les modulations multiporteuses 45
2.1 Présentation de la modulation OFDM 46
2.1.1 La modulation multiporteuses orthogonale : modèle continu 47
2.1.1.1 Principe de la modulation OFDM : Orthogonalité des sous-porteuses 48
2.1.1.2 Le préfixe cyclique 49
2.1.1.3 Effet du canal de propagation 50
2.1.2 Modèle discret 52
2.1.2.1 Utilisation de la FFT 52
2.1.2.2 Insertion du préfixe cyclique 53
2.1.3 Egalisation 55
2.1.4 Complexité de la modulation OFDM 56
2.1.5 Conclusion sur la modulation OFDM 58
2.2 filtrage multicadence et modulations multiporteuses 59
2.2.1 Introduction au filtrage multicadence 59
2.2.1.1 Les filtres décimateurs et expanseurs 59
2.2.1.2 Représentation polyphase 60
2.2.1.3 Les bancs de filtres à reconstruction parfaite 61
2.2.1.4 Les transmultiplexeurs 64
2.2.2 Les transmultiplexeurs modulés 65
2.2.3 Structure efficace de l'émetteur FMT 68
2.2.3.1 Utilisation de la décomposition polyphase 68
2.2.3.2 Etude de la complexité 69
2.2.4 Lien entre les modulations FMT et OFDM 71
2.3 Conclusion 73

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

3 Etude théorique de la DWMT **75**
3.1 Introduction aux Ondelettes . . . 76
3.1.1 Des ondelettes continues aux ondelettes discrètes . . . 77
3.1.1.1 La transformée en ondelettes continues . . . 77
3.1.1.2 Représentation dans le plan temps-échelle . . . 78
3.1.1.3 Discrétisation de la transformée en ondelettes . . . 79
3.1.2 Principe de l'analyse multirésolution . . . 80
3.1.2.1 Les espaces d'approximation et de détails . . . 80
3.1.2.2 La fonction d'échelle . . . 82
3.1.2.3 La fonction d'ondelette . . . 82
3.1.3 Utilisation des bancs de filtres . . . 83
3.1.3.1 Algorithme d'analyse . . . 83
3.1.3.2 Algorithme de reconstruction . . . 84
3.1.3.3 Structure générale . . . 85
3.1.4 Les ondelettes à support compact . . . 86
3.1.4.1 Théorie sur les ondelettes à support compact . . . 87
3.1.4.2 Les ondelettes de Daubechies . . . 87
3.1.4.3 Exemples d'ondelettes de Daubechies . . . 89
3.1.4.4 Les ondelettes de Meyer . . . 89
3.1.5 Paquets d'ondelettes . . . 90
3.1.5.1 Définition d'une base de paquets d'ondelettes . . . 92
3.1.5.2 Décomposition en paquets d'ondelettes . . . 93
3.1.5.3 Choix de la base . . . 95
3.2 Présentation de la modulation DWMT . . . 96
3.2.1 Proposition . . . 96
3.2.2 Principe . . . 96
3.2.3 Equivalence entre la structure en arbre et la structure parallèle . . . 98
3.2.4 Formulation du signal DWMT . . . 99
3.3 Etude de complexité . . . 100
3.3.1 Application de l'algorithme « Diviser pour régner » . . . 101
3.3.1.1 Principe général . . . 101
3.3.1.2 Application à la théorie des bancs de filtres . . . 103
3.3.2 Complexité de la modulation DWMT et du banc de filtres équivalent 104
3.4 Comparaison des modulations OFDM et DWMT . . . 108
3.4.1 Chaîne de transmission multiporteuses . . . 108
3.4.2 Analyse de la transmission sur une porteuse . . . 109
3.4.2.1 Formes d'onde temporelles . . . 109
3.4.2.2 Formes d'onde fréquentielles . . . 110
3.4.2.3 Localisation temps-fréquence . . . 111
3.4.3 Analyse de la transmission multiporteuses . . . 115
3.4.3.1 Formes d'onde temporelles . . . 115

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

3.4.3.2 Formes d'onde fréquentielles . . . 115
3.4.4 Taux d'erreur binaire en canal additif gaussien . . . 118
3.4.5 Synthèse de la comparaison entre les modulations OFDM et DWMT 119
3.4.5.1 Formes d'onde réelles contre formes d'onde complexes . . . 119
3.4.5.2 Débit . . . 120
3.5 Conclusion . . . 121

4 Sensibilité au brouilleur bande étroite 123
4.1 Les brouilleurs bande-étroite . . . 124
4.1.1 Les brouilleurs réels . . . 124
4.1.1.1 La transmission dans la bande ISM . . . 125
4.1.1.2 Le réseau filaire . . . 126
4.1.2 Modélisation des brouilleurs . . . 127
4.1.2.1 Le brouilleur sinusoïdal . . . 127
4.1.2.2 Le brouilleur bande étroite . . . 127
4.2 Transmission en présence d'un brouilleur sinusoïdal . . . 129
4.3 Simulations en présence d'un brouilleur sinusoïdal . . . 131
4.3.1 Chaîne de transmission . . . 131
4.3.2 Influence du brouilleur sinusoïdal sur une porteuse . . . 132
4.3.3 Performances de la modulation DWMT en présence d'un brouilleur sinusoïdal . . . 134
4.3.4 Comparaison en fonction du choix de l'ondelette . . . 138
4.4 Simulations en présence d'un brouilleur bande étroite . . . 139
4.4.1 Influence du brouilleur bande étroite sur une porteuse . . . 139
4.4.2 Performances de la modulation DWMT en présence d'un brouilleur bande étroite . . . 140
4.5 Conclusion . . . 143

5 Transmission à travers un canal multi-trajets 145
5.1 Etude théorique à travers un canal dispersif . . . 146
5.1.1 Effet du canal de propagation . . . 146
5.1.2 Egalisation . . . 148
5.2 Effet du canal dispersif en temps . . . 149
5.2.1 Etude d'un cas simple . . . 149
5.2.2 Défaut de la modulation DWMT : la sensibilité au décalage temporel 151
5.2.3 Egalisation fréquentielle matricielle . . . 153
5.2.3.1 Principe . . . 153
5.2.3.2 Le détecteur à annulation d'interférences . . . 154
5.2.4 Etude d'un cas simple : performances de l'égalisation matricielle . . . 156
5.2.5 La modulation CDWMT . . . 158
5.2.5.1 Invariance par décalage . . . 159

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

5.2.5.2 Principe de la modulation CDWMT 159
5.2.5.3 Choix des filtres 161
5.2.6 Etude d'un cas simple : performances de la CDWMT 161
5.3 Performances en canal multi-trajets 162
5.3.1 Influence de l'étalement temporel du canal 163
5.3.2 Influence de la puissance du deuxième trajet 164
5.4 Performances en canal dispersif en fréquence 165
5.5 Conclusion 166

Conclusion Générale **167**

Annexes **173**

Références **180**

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Table des figures

1 Synoptique du mémoire. 4

1.1 Chaine de transmission radio-fréquence. 8
1.2 Schéma de principe d'un modulateur I/Q. 9
1.3 Spectre radio-fréquence et en bande de base du signal transmis. 10
1.4 Modèle équivalent en bande de base de la chaîne de transmission. 11
1.5 Chaîne de transmission numérique. 12
1.6 Représentation des formes d'onde génériques dans le plan temps-fréquence-code. 17
1.7 Constellations normalisées des modulations $4-QAM$, $16-QAM$ et $64-QAM$. 20
1.8 Représentation des interférences dans le plan temps-fréquence-code. 21
1.9 Module de la réponse fréquentielle du canal $h(\tau) = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\delta(\tau - \Delta\tau)$. . . . 24
1.10 Réponse impulsionnelle du canal de propagation. 26
1.11 Classification des canaux dispersifs. 28
1.12 Les différentes techniques d'accès multiples. 29
1.13 Représentation d'un émetteur DS-CDMA. 32
1.14 Division du spectre du canal en sous-canaux plats. 33
1.15 Représentation d'un émetteur OFDM. 35
1.16 Représentation d'un émetteur MC-CDMA. 37
1.17 Représentation d'un émetteur MC-DS-CDMA. 38
1.18 Representation schématique de la localisation temps-fréquence optimale d'une forme d'onde pour τ_L=0 f_D≠0 (A), pour τ_L≠0 f_D=0 (B) et pour τ_L≠0 f_D≠0 (C). 43

2.1 Chaîne de transmission multiporteuses. 47
2.2 Spectres des porteuses de la modulation OFDM et d'une modulation multi-porteuses sans recouvrement. 49
2.3 Insertion du prefixe cyclique. 50
2.4 Suppression des interférences entre symboles. 50
2.5 Représentation équivalente de la transmission OFDM. 56
2.6 Chaîne de transmission numérique OFDM. 56
2.7 Filtre décimateur : filtre passe-bas suivi d'un sous-échantillonnage. 59

2.8 Filtre expanseur : sur-échantillonage suivi d'un filtre interpolateur. 60
2.9 Permutation des opérateurs. 61
2.10 Décomposition polyphase d'une séquence $x[n]$. 62
2.11 Banc de filtres uniforme. 62
2.12 Représentation d'un transmultiplexeur. 64
2.13 Réponses fréquentielles du filtre prototype et du transmultiplexeur de type FMT. 67
2.14 Version décalée en fréquence du filtre prototype. 67
2.15 Réponses fréquentielles idéales du filtre prototype et du transmultiplexeur de type DWMT. 68
2.16 Structure de l'émetteur FMT utilisant la décomposition polyphase du filtre prototype. 70
2.17 Réponse implusionelle du filtre prototype pour la modulation OFDM. . . . 71
2.18 Structure polyphase appliquée à la modulation OFDM. 72

3.1 Pavage du plan temps-échelle. 79
3.2 Représentation dans le domaine fréquentiel des espaces V_j et W_j. 81
3.3 Algorithme d'analyse multirésolution. 84
3.4 Algorithme de synthèse multirésolution. 85
3.5 Algorithme d'analyse-synthèse multi-résolution à l'échelle 3 du signal $s[k]$. . 86
3.6 Formes d'onde et spectres d'ondelettes de Daubechies et de leur fonction d'échelle associée. 90
3.7 Forme d'onde et spectre de l'ondelette de Meyer et de sa fonction d'échelle associée. 91
3.8 Arbre P des sous-ensembles P_j^n. 92
3.9 Arbre binaire de décomposition d'un signal en paquets d'ondelettes. 94
3.10 Une étape de l'analyse (A) en paquets d'ondelettes et de la synthèse (B). . 95
3.11 Pavage temps-fréquence pour différentes échelles de l'arbre de décomposition. 95
3.12 Réponse fréquentielle idéale d'un système DWMT. 97
3.13 Principe de la modulation (a) et de la démodulation (b) multiporteuses utilisant les ondelettes. 98
3.14 Représentations équivalentes d'un banc de filtres. 99
3.15 Division d'un banc de filtre de taille M en 2 bancs de filtres de taille M/2. 103
3.16 Une cellule de la synthèse en paquets d'ondelette. 105
3.17 Nombre de cellules et rythme à l'entrée de chaque étage d'un émetteur DWMT. 106
3.18 Chaîne de transmission pour l'analyse des modulations OFDM et DWMT. 109
3.19 Parties réelle et imaginaire d'une forme d'onde de la modulation OFDM et DWMT. 110
3.20 Spectre d'une forme d'onde de la modulation OFDM et DWMT. 110

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

3.21 Localisation temps - fréquence des formes d'onde OFDM et DWMT (Ondelette de Meyer). . . . 113
3.22 Dispersion temps-fréquence κ pour chaque porteuse. . . . 114
3.23 Modulation de deux symboles OFDM et DWMT consécutifs. . . . 116
3.24 Représentation fréquentielle de 5 porteuses OFDM et DWMT. . . . 116
3.25 Densité Spectrale de Puissance des signaux OFDM sans et avec préfixe cyclique et DWMT pour une transmission autour de f_0. . . . 117
3.26 Taux d'erreur binaire en canal AWGN de la modulation DWMT en fonction du choix de la constellation et du nombre de porteuse. . . . 118
3.27 Taux d'erreur binaire en canal AWGN pour les modulations OFDM et DWMT. . . . 119
3.28 Principe de l'émission OFDM et DWMT de symboles complexes. . . . 120

4.1 Interférences d'un signal Bluetooth sur un signal WLAN en fréquence (a) et en temps (b). . . . 126
4.2 Schéma fonctionnel du brouilleur sinusoïdal. . . . 128
4.3 Modélisation du bruit bande étroite. . . . 128
4.4 Réponse fréquentielle du brouilleur bande étroite. . . . 129
4.5 Chaîne de transmission monoporteuse. . . . 129
4.6 Chaîne de transmission DWMT. . . . 131
4.7 Effet du brouilleur sur la constellation. . . . 133
4.8 Taux d'Erreur Binaire en fonction de la fréquence du brouilleur en comparaison avec le spectre de la forme d'onde utilisée. . . . 134
4.9 Comparaison de l'erreur quadratique moyenne en fonction de la fréquence du brouilleur. . . . 135
4.10 Taux d'Erreur Binaire en fonction de la fréquence du brouilleur. . . . 136
4.11 Taux d'Erreur Binaire en fonction de la puissance du brouilleur sinusoïdal. 137
4.12 EQM en fonction de la fréquence brouilleur. . . . 140
4.13 Taux d'Erreur Binaire en fonction de la fréquence du brouilleur. . . . 141
4.14 Taux d'Erreur Binaire en fonction de la largeur de bande du brouilleur. . . . 142

5.1 Performances des modulations OFDM et DWMT dans un canal 2 trajets invariant en temps. . . . 150
5.2 Sensibilité au décalage temporel des modulations OFDM et DWMT. . . . 152
5.3 Sensibilité de la DCT au décalage temporel. . . . 153
5.4 Synoptique du récepteur DWMT utilisant l'égaliseur matriciel. . . . 154
5.5 Représentation temps-fréquence de l'égalisation matricielle. . . . 155
5.6 Structure de la détection à annulation interférences. . . . 155
5.7 Influence de la taille de l'égaliseur à annulation d'interférences sur les performances de la modulation DWMT utilisant l'ondelette de Meyer et l'ondelette de Daubechies d'ordre 20 à travers le canal à 2 trajets. . . . 157

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

5.8 Performances de la modulation DWMT utilisant l'égalisation matricielle en comparaison avec l'égalisation à un coefficient, à travers le canal à 2 trajets. 158
5.9 Sensibilité au décalage temporel de l'ondelette de Daubechies complexe. . . 159
5.10 Cellule de base d'un émetteur CDWMT. 160
5.11 Réponse fréquentielle idéal d'un système CDWMT. 160
5.12 Représentation fréquentielle de 8 porteuses CDWMT - Daubechies L=38. . 161
5.13 Comparaison des performances de la modulation CDWMT comparaison avec la modulation DWMT, à travers le canal à 2 trajets. 162
5.14 TEB en fonction du retard τ des modulations CDWMT (Daubechies L=38), DWMT (Meyer-Egalisation 5×5) et OFDM avec et sans préfixe cyclique. 163
5.15 TEB en fonction de la puissance α du retard pour $\tau = 10$ et $\tau = 40$. 164
5.16 EQM en fonction de la fréquence Doppler $f_d T_s$ des modulations OFDM, DWMT (Daubechies L=12 et L=40) et CDWMT (Daubechies L=10). . . . 166
5.17 Densité Spectrale de Puissance associée à un trajet. 176
5.18 Génération du canal multi-trajets. 178
5.19 Densité Spectrale de Puissance associée à un trajet simulée par la méthode MEDS. 179

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Liste des tableaux

2.1 Nombre de multiplication de l'implémentation des structures directe et polyphase de l'émetteur FMT. 71

3.1 Nombre de multiplications de l'implémentation de l'émetteur DWMT, FMT et OFDM. 108
3.2 Localisation temps-fréquence pour différentes formes d'onde. 115

4.1 Taux d'erreur binaire moyen en fonction de la puissance du brouilleur. . . . 137
4.2 Taux d'erreur binaire moyen pour différentes ondelettes. 138

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Glossaire

ADSL	Asymmetric Digital Subscriber-Lines
AWGN	Additive White Gaussian Noise
CDMA	Code Division Multiple Access
CDWMT	Complex Discrete Wavelet MultiTone
CDWPT	Complex Discrete Wavelet Packet Transform
CDWT	Complex Discrete Wavelet Transform
CP	Cyclic Prefix
DAB - DVB	Digital Audio Broadcasting - Digital Video Broadcasting
DCT	Discrete Cosine Transform
DFT - IDFT	Discrete Fourier Transform - Inverse DFT
DMT	Discrete MultiTone
DWMT	Discrete Wavelet MultiTone
DWPT - IDWPT	Discrete Wavelet Packet Transform - Inverse DWPT
DWT	Discrete Wavelet Transform
DSP	Densité Spectrale de Puissance
DS-CDMA	Direct Sequence CDMA
EQM	Erreur Quadratique Moyenne
FMT	Filtered MultiTone
FDMA	Frequency Division Multiple Access
FH-CDMA	Frequency Hopping CDMA
FFT - IFFT	Fast Fourier Transform - Inverse FFT
GSM	Global System for Mobile communications
HIPERLAN	High Performance Local Area Network
IEC - ICI	Interférences Entre sous-Canaux - Inter Channel Interference
IES - ISI	Interférences Entre Symboles - Inter Symbol Interference
ISM	Industry, Scientific and Medical
MAI	Multiple Acces Interference
MC-CDMA	MultiCarrier - CDMA
MC-DS-CDMA	MultiCarrier - Direct Sequence - CDMA
MMSE	Minimum Mean-Square Error
MT-CDMA	MultiTone - CDMA

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
PAPR	Peak to Average Power Ratio
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
TEB	Taux d'Erreur Binaire
TDMA	Time Division Multiple Access
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System
WLAN	Wireless Local Area Networks
WSSUS	Wide Sense Stationnary Uncorrelated Scatterers
ZF	Zero Forcing

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Introduction Générale

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Introduction

L'objectif de tout système de modulation ou de codage est de transmettre le mieux possible l'information à travers les réseaux filaires existants ou les réseaux sans fil. L'évolution des modes de communication et notamment les « priorités » que sont devenues Internet et la Téléphonie Mobile demande aux systèmes de communications d'être de plus en plus performants, ils doivent permettre de transmettre en temps réel des données comme la voix mais aussi des données multimédia comme le son, les images ou la vidéo.
Les spécifications des différents systèmes sont liées aux ressources disponibles pour la transmission comme la bande fréquentielle disponible, la puissance ou la complexité, toujours dans le but d'avoir la meilleure qualité de service. Le choix d'une technique de codage ou de modulation se fait selon plusieurs critères [1] :

- la probabilité d'erreur qui nous informe sur la fiabilité de la transmission ;
- l'efficacité spectrale qui mesure l'aptitude du système à utiliser les ressources fréquentielles ;
- le rapport signal à bruit nécessaire pour garantir un certain service qui quantifie la capacité du système à utiliser la puissance disponible ;
- la complexité du système qui renseigne sur le coût et le volume de l'équipement.

Une exploitation efficace du spectre radio-électrique disponible est une priorité du fait de l'augmentation du nombre de services et du nombre d'utilisateurs.

Bien que le principe des modulations multiporteuses ne soit pas récent, leur développement pour des systèmes commerciaux a été retardé jusqu'à ce que les technologies nécessaires à leur mise en oeuvre soient disponibles à un coût raisonnable [2]. Ainsi, depuis la mise en application de la modulation **Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)**, les modulations multiporteuses sont reconnues comme étant une solution efficace pour les communications avec ou sans fil. La modulation OFDM est utilisée par les normes DAB (Digital Audio Broadcasting) [3] et DVB (Digital Video Broadcasting) pour des applications de radio et télévision numériques respectivement. Elle est également utilisée par la norme 802.11a/g [4] pour des applications WLAN (Wireless Local Area Network). Les systèmes VDSL reposent aussi sur cette modulation pour des transmissions haut-débit sur les lignes bifilaires téléphoniques.
Les techniques de modulation multiporteuses de type OFDM ou MC-CDMA (MultiCarrier-Code Division Multiple Access) tirent profit de l'orthogonalité des exponentielles complexes pour obtenir une base orthogonale de fonctions que modulent les données à transmettre, permettant ainsi aux spectres des sous-porteuses de se chevaucher. Ces techniques classiques utilisent des formes d'onde rectangulaires comme filtre de mise en forme, la conséquence en est une implémentation de la modulation et la démodulation par les algorithmes efficaces de Transformée de Fourier Discrète (DFT : Discrete Fourier Transform) [5].
Cependant, la forme d'onde rectangulaire n'est pas optimale dans un contexte de trans-

mission radio-électrique : cette fonction est mal localisée en fréquence et est donc sensible à la dispersion temporelle du canal de propagation [6]. La solution développée actuellement est l'utilisation d'un préfixe cyclique [7] : associée à la DFT, cette technique offre une grande robustesse aux canaux dispersifs en temps au détriment d'une perte d'efficacité spectrale.
Pour pallier cette perte d'efficacité spectrale, l'idée d'employer des bases orthogonales plus avancées que celle de Fourier comme noyau de la modulation multiporteuses a été introduite il y a plus d'une décennie [8]. Ainsi, d'autres approches plus générales et plus souples ont été proposées débouchant sur une atténuation nettement supérieure de la bande affaiblie et une meilleure localisation fréquentielle des bandes orthogonales employées pour la transmission. L'utilisation d'une modulation multiporteuses basées sur les ondelettes est proposée comme une amélioration possible de la modulation OFDM.

En effet, par le biais du formalisme des ondelettes et de leur application aux paquets d'ondelettes et aux bancs de filtres, il est possible de construire une base orthogonale en temps et en fréquence utilisée pour transmettre l'information dans chaque sous-bande et dont les propriétés permettraient de mettre au point un système de communication multiporteuses qui exploiterait bien le spectre radioélectrique. Ce choix est motivé par le fait que les caractéristiques d'un système dépendent directement de l'ensemble des formes d'onde utilisées. La sensibilité aux interférences introduites par le canal de propagation peut être réduite par un choix judicieux des formes d'onde.
Ainsi un système utilisant les ondelettes peut-être utilisé à la place de la DFT pour la modulation multiporteuses. La transformée en ondelettes ayant comme propriétés d'être multi-résolution temps/fréquence, le système peut atteindre une résolution optimum en choisissant précisément la fonction d'ondelette.
Une modulation multiporteuses utilisant la transformée en ondelettes est appelée modulation **Discrete Wavelet MultiTone (DWMT)**.

L'application de la théorie des ondelettes aux modulations multiporteuses a été étudiée par plusieurs auteurs [9, 10]. L'analyse multirésolution, utilisée dans les techniques de compression d'images, ne semble pas adaptée aux transmissions [11]. Les paquets d'ondelettes semblent être un choix plus judicieux [12].
De part leur développement récent, les systèmes multiporteuses basés sur les ondelettes sont trouvés sous plusieurs appellation dans la littérature. Dans ce mémoire, nous utiliserons la dénomination DWMT qui est la plus générale, elle est également utilisée pour désigner les bancs de filtres en cosinus. Ces systèmes sont parfois appellés Wavelet Packet Modulation (WPM) [13, 14] ou Wavelet OFDM (WOFDM) [15, 16].

L'objectif de mes travaux de recherche est de répondre à la question de faisabilité de l'utilisation des ondelettes pour les modulations multiporteuses en détaillant ses avantages et ses inconvénients par rapport à la modulation OFDM. C'est à cette question que ce mémoire va tenter d'apporter des éléments de réponse en développant les aspects

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

théoriques ainsi que les aspects d'implémentation et de complexité.

Plan du mémoire

Ce mémoire comprend 5 parties. La figure 1 présente un synoptique de la démarche scientifique suivie dans ce mémoire. Les deux premiers chapitres, essentiellement bibliographiques, ont pour objet de présenter et de déterminer la problématique inhérente aux systèmes de communication numérique modernes. Le troisième détaille le système proposé et les deux derniers ont pour objectif de valider ce système par des applications concrètes.

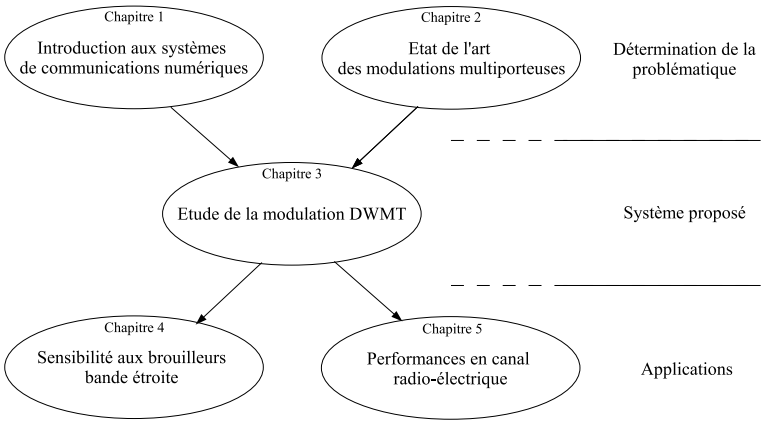

FIG. 1 – Synoptique du mémoire.

Ainsi, plus précisément :

– Le premier chapitre est une introduction aux systèmes de transmission. Dans un premier temps, des notions de base de communications numériques sont rappelées : la modélisation en bande de base, la modulation numérique et le canal de propagation. Un modèle mathématique original est également introduit, il permet de décrire l'ensemble de systèmes de transmission de façon générique.
  Nous nous intéressons ensuite aux deux grands domaines d'étude de modulations numériques avancées : l'accès multiple et les modulations multiporteuses. Cette partie présente les principes fondamentaux de ces études afin de dégager la problématique de mes travaux de recherche.
  Finalement, l'idée permettant d'améliorer la qualité d'une transmission numérique est présentée. L'objectif étant de réduire les interférences en améliorant la localisation temps-fréquence des formes d'onde modulantes.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

- Le chapitre 2 est consacré à la présentation des modulations multiporteuses actuelles. La modulation OFDM est plus amplement détaillée que dans le premier chapitre. A partir du modèle mathématique, ses principales caractéristiques sont décrites : l'implémentation par DFT, l'insertion du préfixe cyclique et l'égalisation dans le domaine fréquentiel. Nous donnons également une estimation de la complexité de l'émetteur en nombre d'opérations.
  Ensuite, ce chapitre donne les techniques de base du traitement multicadence et des bancs de filtres. Nous verrons aussi leurs applications aux modulations multiporteuses. Différentes structures de bancs de filtres sont présentées ainsi que le lien entre la modulation OFDM et les bancs de filtres.

- Dans le chapitre 3, la modulation multiporteuses par paquets d'ondelettes est introduite. Tout d'abord, nous donnons les bases de la théorie des ondelettes en précisant rapidement les outils permettant leur application aux modulations multiporteuses. En effet, nous montrons comment la transformée en ondelettes discrètes s'implémente par une structure en bancs de filtres, puis, par la généralisation des ondelettes en paquets d'ondelettes, comment les ondelettes permettent de construire une base de fonctions orthogonales applicables à la modulation multiporteuses.
  La modulation DWMT est ensuite présentée sous différentes structures, nous nous attarderons notamment sur l'étude de la complexité du système proposé.
  Enfin, ce chapitre se termine par une comparaison didactique entre les modulations OFDM et DWMT. Des conclusions qualitatives seront données en fonction des formes d'onde, des spectres, de la localisation temporelle et fréquentielle, de la complexité et du débit.

- Le chapitre 4 est consacré à l'étude d'une transmission multiporteuses en présence d'un brouilleur bande-étroite. Nous présentons, dans un premier temps, deux exemples réels de transmission soumise au problème de la présence d'un brouilleur bande-étroite.
  Les différents modèles de brouilleur sont ensuite décrits. L'influence du brouilleur sur la transmission est ensuite estimée théoriquement afin de définir des critères de choix des formes d'onde utilisées. Nous montrons ainsi pourquoi la modulation DWMT est moins sensible aux interférences bande-étroite que la modulation OFDM.
  Ce résultat est ensuite validé par des simulations numériques de la qualité de la transmission en terme de taux d'erreur binaire. Des tests sont effectués pour différentes ondelettes et différents brouilleurs.

- Dans le chapitre 5, nous présentons l'étude de la transmission à travers un canal multi-trajets. Le problème de l'égalisation sera abordé, nous proposerons plusieurs schémas d'égalisation du signal DWMT : une égalisation à un coefficient par sous-bande à l'image de la modulation OFDM et une post-détection à annulation d'in-

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

terférences. Nous verrons également pourquoi l'utilisation de paquets d'ondelettes complexes est plus adaptée à cet environnement.
L'ensemble des propositions est validé par des simulations de la transmission en terme de taux d'erreur binaire. Une comparaison des performances des modulations OFDM et DWMT conclut ce chapitre.

– Enfin nous concluons ce travail en dégageant les points importants en soulignant ses limites et en discutant les perspectives de recherche et d'ouverture que peut apporter ce domaine.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Chapitre 1

Introduction aux systèmes de transmission

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Cette première partie a pour objectif de présenter les principales notions relatives aux systèmes de communication numérique.
Dans un premier temps, la description d'un système de communication numérique sera effectuée. Nous presenterons ainsi le modèle bande de base, les éléments perturbateurs ainsi qu'une proposition de description générique. Nous présenterons également le canal de propagation.
Ensuite, nous introduirons les deux grandes familles de modulateurs numériques : les techniques d'accès multiples permettant à plusieurs utilisateurs de communiquer dans le même environnement et les modulations multiporteuses offrant une grande efficacité spectrale.
Enfin, nous développerons certains inconvénients de ces techniques usuelles et nous présenterons les solutions proposées, et plus particulièrement celles utilisant la localisation temps-fréquence des formes d'onde modulantes.

1.1 Description d'un système de communication numérique

1.1.1 Communication en bande de base

L'objectif d'un système de communication est de transporter un signal d'information d'une source à un destinataire via le canal de communication. La source génère un message qui est converti sous sa forme physique afin d'être transmis. Lorsque le support physique est une onde électromagnétique, le signal est référencé comme étant un signal radio-fréquence.
Le signal analogique est converti en signal numérique par des opérations d'échantillonnage, de quantification et de codage. Les études des systèmes de communication se font donc aussi avec des signaux discrets [17]. La description bande de base présentée dans ce paragraphe permet de valider des études sans manier des signaux analogiques radio-fréquence.

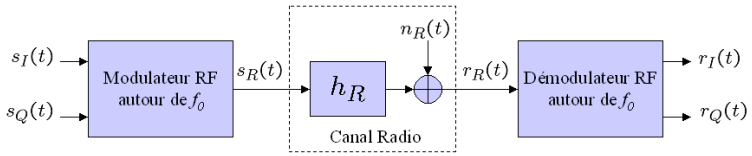

FIG. 1.1 – Chaine de transmission radio-fréquence.

La transmission du signal autour d'une fréquence radio est décrite sur la figure 1.1 avec $s_R(t)$ et $r_R(t)$ les signaux à la fréquence radio respectivement émis et reçus. On note h_R la modélisation du canal de propagation à la fréquence radio et $n_R(t)$ le bruit ajouté lors de la transmission.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Les canaux de transmission radio-électrique possèdent un support spectral B étroit par rapport à la fréquence porteuse radio f_0. L'expression du signal réel à bande étroite transmis sur la porteuse radio f_0 est :

$$s_R(t) = \rho(t)\cos(2\pi f_0 t + \phi(t)) \tag{1.1}$$

où $\rho(t)$ et $\phi(t)$ sont respectivement l'enveloppe et la phase instantanée du signal.

L'enveloppe complexe associée à ce signal à bande étroite est définie par :

$$s(t) = \rho(t)e^{j\phi(t)} \tag{1.2}$$

L'enveloppe complexe est également appelée l'équivalent en bande de base du signal $s_R(t)$, elle peut être représentée par sa partie réelle et sa partie imaginaire :

$$s(t) = s_I(t) + js_Q(t) \tag{1.3}$$

Le signal réel est déterminé à partir de son équivalent en bande de base par la relation :

$$s_R(t) = Re\left\{s(t)e^{j2\pi f_0 t}\right\}$$

ou par la relation très importante en pratique :

$$s_R(t) = s_I(t)\cos 2\pi f_0 t - s_Q(t)\sin 2\pi f_0 t \tag{1.4}$$

où les signaux $s_I(t)$ et $s_Q(t)$ sont les parties réelle et imaginaire de l'équivalent en bande de base du signal à bande étroite. Ils sont aussi appelés les composantes en phase et en quadrature. La relation (1.4) est utilisée dans le schéma de principe de la figure 1.2, qui permet de réaliser un signal à bande étroite à partir de ses composantes en phase et en quadrature.

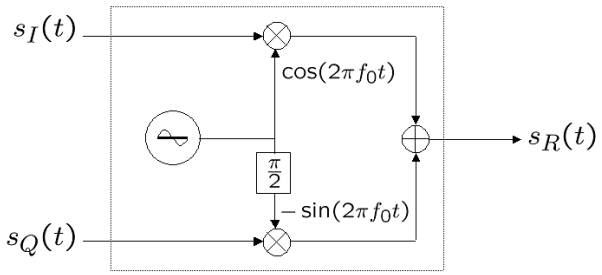

FIG. 1.2 – Schéma de principe d'un modulateur I/Q.

Ainsi, l'étude des systèmes de communication utilise souvent une représentation équivalente complexe en bande de base. La représentation spectrale des signaux de la figure

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

1.3 permet de visualiser le principe de l'enveloppe complexe. Le spectre du signal radio-fréquence est noté $S_R(f)$. Le signal en bande de base correspond à l'enveloppe complexe du signal radio-fréquence, son spectre $S(f)$ occupe la même largeur de bande B.

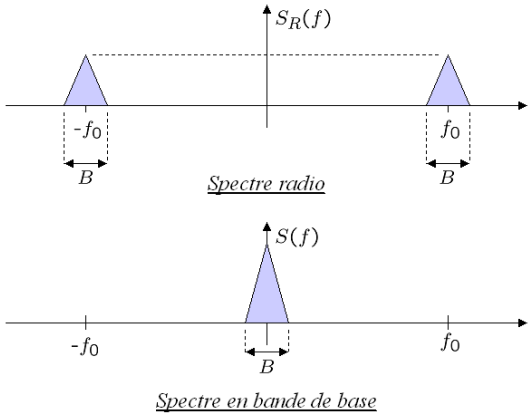

FIG. 1.3 – Spectre radio-fréquence et en bande de base du signal transmis.

Comme représenté sur la figure 1.1, le signal radio $s_R(t)$ est transmis à travers un canal radio-électrique de support spectral B autour d'une fréquence porteuse f_0. De la même façon que le modulateur a un modèle équivalent en bande de base, il est possible de définir un modèle équivalent du canal en bande de base [18].

La première formulation mathématique d'un modèle de canal paramétrique est proposée dans [19]. Le canal radio-électrique est modélisé par un filtrage par la réponse impulsionnelle réelle $h_R(t)$ suivi d'un bruit additif $n_R(t)$. $n_R(t)$ représente l'ensemble des bruits radio-électriques et est modélisé par un signal gaussien [20] de variance σ^2 et de DSP bilatérale $N_0/2$ autour de f_0, on parle alors de bruit blanc additif gaussien (en anglais, AWGN : Additive White Gaussian Noise), mais il existe d'autres types de bruits additifs comme les bruits impulsionnels [21].

Le signal réel reçu s'exprime alors par la relation :

$$r_R(t) = (h_R * s_R)(t) + n_R(t) \tag{1.5}$$

En utilisant la même notation que pour le signal émis (1.3), l'enveloppe complexe du signal reçu est donnée par :

$$r(t) = r_I(t) + jr_Q(t) \tag{1.6}$$

Finalement, le signal complexe en bande de base reçu $r(t)$ peut s'exprimer comme le filtrage du signal complexe en bande de base émis $s(t)$ et l'ajout d'un bruit complexe en bande de base $n(t)$:

$$r(t) = (h * s)(t) + n(t) \tag{1.7}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

avec • $n(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$: l'enveloppe complexe du bruit réel $n_R(t)$,
• $h(t)$: le filtre complexe équivalent en bande de base du canal de propagation $h_R(t)$:

$$h(t) = \frac{h_I(t) + jh_Q(t)}{2} \; avec \; h_R(t) = h_I(t)\cos 2\pi f_0 t - h_Q(t)\sin 2\pi f_0 t \tag{1.8}$$

Dans le cas où le bruit $n_R(t)$ est modélisé par un processus gaussien centré et de DSP bilatérale $N_0/2$, on peut montrer [17] que les deux composantes $n_I(t)$ et $n_Q(t)$ sont indépendantes, gaussiennes, centrées et chacune de DSP N_0.

La chaîne de transmission radio-fréquence décrite sur la figure 1.1 a donc une représentation équivalente en bande de base donnée par la figure 1.4.

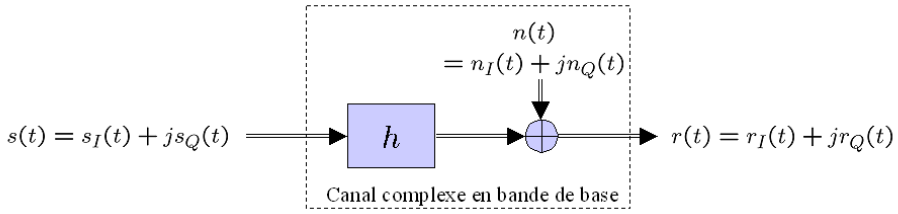

FIG. 1.4 – Modèle équivalent en bande de base de la chaîne de transmission.

La présentation du canal de transmission et son modèle mathématique seront détaillées dans le paragraphe 1.2. La représentation bande de base permet d'intégrer les phénomènes liées à la transmission radio-fréquence sans avoir à manipuler les signaux réels. Cette représentation est habituellement utilisée dans l'étude des communications numériques, elle le sera également dans la suite de ce document.

1.1.2 Chaine de transmission numérique

Les systèmes de transmission numérique véhiculent donc l'information sous forme numérique entre une source et un ou plusieurs destinataires. La tâche du système est d'acheminer l'information de la source vers le destinataire de la manière la plus fiable possible. Les caractéristiques de l'environnement de transmission sont très importantes et affectent directement la conception des systèmes de communication et leur fonction.

1.1.2.1 Structure

La figure 1.5 décrit une vue d'ensemble d'une chaîne de communication numérique [32, 22]. Les différents modules sont ainsi détaillés :

La source : Si le message produit par la source est de type analogique, il est converti en une séquence d'éléments binaires par des étapes successives d'échantillonnage,

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

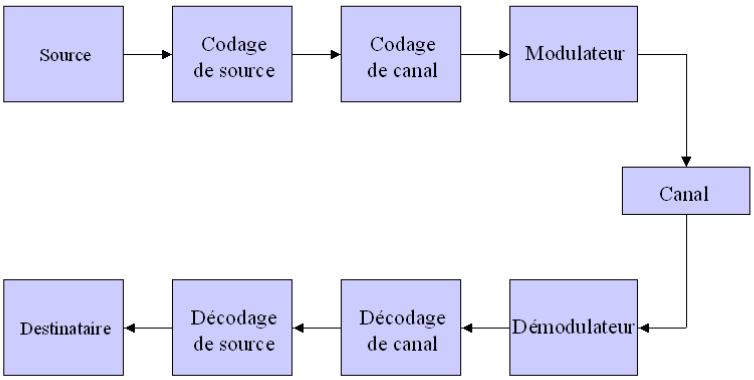

FIG. 1.5 – Chaîne de transmission numérique.

de quantification et de codage binaire. Dans notre étude, nous considérerons une source d'information générale, elle délivre des éléments binaires indépendants et identiquement distribués (i.i.d.).

Le codage de source : La séquence transmise par la source doit être la plus courte possible pour augmenter diminuer le débit de transmission nécessaire et optimiser l'utilisation des ressources du système. Le codeur de source a pour objectif de compresser les données en éliminant les éléments binaires non significatifs. Le principe du codage de source a été publié par Shannon [23] qui affirme que pour une distortion donnée, il existe un débit binaire vers lequel on peut tendre, mais en dessous duquel on ne peut comprimer davantage une source d'information.

Le codage de canal : Lors du passage à travers le canal de transmission, le signal est soumis à diverses interférences, introduisant des erreurs en réception. Afin d'augmenter la fiabilité de la transmission, un codeur de canal introduit de la redondance dans la séquence d'information. Le récepteur connaît la loi de codage utilisée et est donc capable de détecter et corriger les données binaires erronées. Il existe de nombreux travaux [24, 25, 26, 27] spécifiques aux problèmes du codage de canal.

La modulation numérique : La séquence d'information binaire passe par un modulateur numérique qui sert d'interface avec le canal de communication en donnant au signal une enveloppe physique. A chaque élément ou groupe d'éléments binaire est associé une forme d'onde selon une loi de modulation, le tout formant alors un signal susceptible d'être envoyé dans le canal en bande de base. Chaque forme d'onde associée à un groupe de bits est appellée « symbole ».

Le canal de propagation : Le modèle bande de base du canal de propagation décrit donc le support physique utilisé pour transmettre l'information. Le support diffère selon les applications : ainsi le câble bifilaire est utilisé par le téléphone, le câble coaxial permet des transmissions de l'ordre du Mbits/s, la fibre optique pour des

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

débits de l'ordre du Gbits/s. Dans le cadre de notre étude, nous envisagerons plutôt les transmissions radio-mobiles, qui utilisent la propagation des ondes électromagnétiques dans l'espace libre. Nous étudierons également les transmissions en présence de forts bruits à bande étroite.

La démodulation numérique : A la réception, le démodulateur traite les formes d'onde en provenance du canal par des processus de synchronisation, de détection et de quantification des séquences reçues, qui représentent une estimation des symboles émis. Ces séquences sont ensuite décodées par les opérations inverses de celle utilisées à l'émission.

Dans ce document, le codage de source et le codage de canal ne seront pas abordés. Le théorème de « séparation » de Shannon [28] suggère de concevoir séparément les codages de source, de canal et la modulation. C'est ainsi qu'ont été étudiés la plupart des schémas de transmission depuis plus de 50 ans [29]. Des approches récentes remettent en question cette « séparation » : une optimisation conjointe du codage de source et du codage de canal permet de réduire la complexité globale du système tout en conservant un bon niveau de performances [30].
Dans notre cas, l'étude est restreinte à la modulation et démodulation numériques en bande de base en supposant que les résultats obtenus sont indépendants de tout codage associé.

Les performances du système de transmission dépendent donc de nombreux paramètres comme les caractéristiques du canal, la puissance d'émission, le choix du codage ou encore la forme d'onde utilisée.

1.1.2.2 Caractéristiques du système

Dans notre étude, l'évaluation des systèmes de transmission est dictée par deux caractéristiques : la qualité de la transmission et la complexité de calcul des opérations de modulation/démodulation. Les grandeurs permettant de quantifier la qualité de la transmission sont :

Le Taux d'Erreur Binaire (TEB) permet de mesurer la fréquence à laquelle les erreurs se produisent. Il correspond au rapport entre le nombre de bits erronés et le nombre total de bits émis.

Erreur Quadratique Moyenne (EQM) détermine l'écart moyen entre les symboles émis et les symboles reçus.

La qualité de la transmission est généralement évaluée pour une efficacité spectrale et un rapport signal sur bruit donnés :

L'efficacité spectrale mesure le débit binaire par unité de temps et de fréquence. Pour une transmission de q bits sur une durée T_s et une largeur de bande B allouée à la

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

transmission, le débit binaire D est donné par le rapport $\frac{q}{T_s}$ et l'efficacité spectrale par le rapport $\frac{q}{BT_s}$.

Le Rapport Signal sur Bruit (RSB) est généralement adopté [18] en transmissions numériques comme paramètre d'entrée du récepteur pour lequel on va évaluer la qualité du message numérique restitué. Il permet ainsi de qualifier la sensibilité du récepteur aux perturbations subies par le signal lors du passage dans le canal, appelées aussi bruit de transmission. Le RSB est déterminé par le rapport $\frac{E_b}{N_0}$ avec :
- N_0 : densité spectrale de puissance du bruit blanc en entrée du récepteur ;
- E_b : énergie moyenne par bit du signal modulé.

La comparaison de la qualité de transmission de deux systèmes différents n'a de signification que si leur efficacité spectrale et leur RSB sont respectivement identiques.
Ainsi, les performances des techniques de modulation étudiées dans cette étude tiendront compte de l'adéquation entre la qualité de la transmission et le RSB pour une efficacité spectrale donnée. Nous tiendrons compte également de la complexité de calcul :

La complexité de calcul est un aspect primordial pour juger des performances d'un système de communication. L'évaluation du nombre d'opérations est faite en terme de multiplications et additions réelles. Comme nous considérons que les données traitées sont complexes, ils faut convertir les opérations complexes en nombres d'opérations réelles suivant la régle :
- une addition complexe demande 2 additions réelles ;
- une multiplication complexe demande, par le calcul le plus simple, 4 multiplications réelles et 2 additions réelles.

La complexité d'un système est souvent exprimée en utilisant la notation Θ (Θ signifiant « de l'ordre de ») qui décrit le comportement asymptotique de la complexité, et par extension permet d'indiquer la rapidité avec laquelle elle augmente. Par exemple, $\Theta(log(N))$ correspond à une évolution logarithmique de la complexité par rapport à N.

1.1.2.3 L'égalisation

L'objectif de l'égalisation est de corriger le mieux possible les déformations apportées par le canal de transmission. Il existe de nombreuses techniques d'égalisation du canal et de détection des symboles [31, 32]. L'algorithme de Viterbi (basé sur le critère du maximum de vraisemblance) constitue une approche optimale mais sa complexité est souvent considérée trop importante. Des approches sous-optimales consistent à utiliser des égaliseurs linéaires pour compenser le canal. Elles sont effectuées par un filtrage linéaire de fonction de transfert $G(z)$ qui réalise une opération de convolution. En notant $H(z)$ la fonction de transfert du filtre modélisant le canal, il existe plusieurs critères pour définir le filtre égaliseur dont :

Critère de forçage à zéro (Zero Forcing ZF) : il cherche à supprimer totalement les interférences en multipliant le signal reçu par le filtre inverse des perturbations du

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

canal :

$$G(z) = \frac{1}{H(z)} \tag{1.9}$$

Ce critère permet de retrouver exactement les symboles émis mais un de ses inconvénients est une possible amplification du bruit.

Détecteur MMSE (Minimum Mean-Square Error) : il permet de trouver le meilleur compromis entre la suppression d'interférences et la minimisation de bruit de variance σ^2. $G(z)$ est choisi pour minimiser l'erreur quadratique moyenne :

$$G(z) = \frac{H(\frac{1}{z^*})^*}{H(z)H(\frac{1}{z^*})^* + \sigma^2} \tag{1.10}$$

1.1.2.4 Le multiplexage des données

Les techniques de modulation dans un système radio-mobile ont pour objectif de multiplexer les différentes données à transmettre. Les données d'un utilisateur doivent être séparées entre elles mais aussi de celles des autres utilisateurs afin de faciliter le partage des ressources. Les domaines couramment utilisés afin de partager et diversifier la transmission sont les suivants :

Le domaine temporel : Des signaux peuvent être transmis sur des périodes temporelles ne se recouvrant pas. Les signaux occupent donc la même bande de fréquence mais peuvent être séparés par leur instant d'arrivée. On parle alors de multiplexage temporel.

Le domaine fréquentiel : Des signaux occupant des bandes de fréquences ne se recouvrant pas, peuvent être séparés en utilisant des filtres passe-bande appropriés. Des signaux peuvent donc être transmis sans interférer les uns avec les autres. On parle ici de multiplexage fréquentiel.

Le domaine des codes : Les différents utilisateurs doivent émettre des signaux très peu corrélés entre eux. Des corrélateurs peuvent donc être utilisés pour extraire les signaux individuels d'un mélange de signaux émis au même instant et sur la même bande de fréquence. On parle alors de multiplexage par codes.

En tenant compte de ces trois domaines de séparation des données, un système de communication peut être modélisé de façon générique. Sa formulation est introduite dans le paragraphe suivant.
Dans le cas du multiplexage des données entre utilisateurs, on parle alors d'accès multiple. Dans le cas du multiplexage des données dans le domaine fréquentiel, on parle de système multiporteuses et l'égalisation peut être effectuée simplement dans le domaine fréquentiel [7]. Les techniques d'égalisation et de multiplexage des données sont souvent associées.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

1.1.2.5 Modèle mathématique générique

La modulation numérique consiste à associer une forme d'onde aux données à transmettre afin de donner au signal une enveloppe physique. On note $\psi(t)$ la fonction associée à cette forme d'onde.
Afin de définir un modèle tenant compte du multiplexage des données, on peut généraliser cette notation et définir une fonction modulante $\psi_{m,n,k}(t)$. Cette fonction formule de façon générique le multiplexage des données en tenant compte des trois domaines de multiplexage définis dans le paragraphe précédent, ainsi on note :

- n l'indice du multiplexage temporel ;
- m l'indice du multiplexage fréquentiel ;
- k l'indice du multiplexage par codes.

Au niveau du vocabulaire, $\psi(t)$ est appelée « forme d'onde » dans le domaine temporel, « porteuses » dans le domaine fréquentiel et « code » dans le domaine des utilisateurs. Par la suite, la fonction générique $\psi_{m,n,k}(t)$ est appelée forme d'onde modulante.

L'ensemble des techniques de modulation peut être étudié en introduisant un système global de transmission. La base de fonctions génériques $\{\psi_{m,n,k}(t),\ (m,n,k) \in \mathbb{Z}^3\}$ peut représenter un système générique de transmission multiporteuses et multi-utilisateurs.
On considère un système de transmission de K utilisateurs sur une bande de fréquence B allouée à la transmission. La bande de fréquence est divisée en M sous-bandes et on note $x_{k,m}[n]$ le symbole de l'utilisateur k transmis à l'instant n et sur la fréquence m. Le symbole $x_{k,m}[n]$ module la forme d'onde $\psi_{m,n,k}(t)$.

Ainsi, le signal transmis $s(t)$ peut s'écrire comme la projection du message sur la base de fonction $\psi_{m,n,k}(t)$:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m=0}^{M-1} x_{k,m}[n]\psi_{m,n,k}(t) \tag{1.11}$$

Basé sur la formulation introduite dans [33], cette expression générique sera utilisée pour décrire l'ensemble des systèmes de transmission.
L'intérêt de cette formulation est de pouvoir améliorer le système en ayant une approche générale et d'avoir un multiplexage de la forme d'onde modulante au niveau temporel, fréquentiel et du codes. Le choix des fonctions est effectué en tenant compte de l'ensemble des degrés de liberté.
La figure 1.6 présente une représentation graphique imagée des formes d'onde génériques. Les différents domaines de diversité (temps, fréquence et code) définissent l'espace à trois dimensions. Les formes d'onde ψ doivent donc être isolées dans cette représentation.
On note $r(t)$ le signal reçu et $y_{k,m}[n]$ les symboles démodulés. La démodulation consiste à projeter $r(t)$ sur la base formée par $\{\psi^*_{m,n,k}(t),\ (m,n,k) \in \mathbb{Z}^3\}$, avec $\psi^*(t)$ la fonction

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

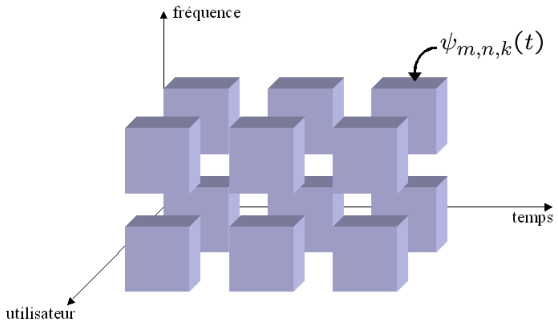

FIG. 1.6 – Représentation des formes d'onde génériques dans le plan temps-fréquence-code.

complexe conjugée de $\psi(t)$:

$$y_{k,m}[n] = \int_{-\infty}^{+\infty} r(t)\psi^*_{m,n,k}(t)dt \tag{1.12}$$

Lors d'une transmission sans interférence ni bruit, on a $r(t) = s(t)$. Les symboles démodulés s'écrivent :

$$y_{k,m}[n] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m=0}^{M-1} x_{k,m}[n] \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{m,n,k}(t)\psi^*_{m,n,k}(t)dt \tag{1.13}$$

De l'équation (1.13) se déduit une première condition sur le choix de la base : l'orthonormalité. En réception, cette condition permet la démodulation sans erreur des symboles émis. L'orthonormalité de la base $\{\psi_{m,n,k}(t),\ (m,n,k) \in \mathbb{Z}^3\}$ se traduit par :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{m,n,k}(t)\psi^*_{m',n',k'}(t)dt = \delta_{m,m'}\delta_{n,n'}\delta_{k,k'} \tag{1.14}$$

avec δ le symbole de Kronecker, $\delta_{m,n} = 1$ si $m = n$, $\delta_{m,n} = 0$ sinon.
Ainsi, dans le cas d'une transmission parfaite, l'orthonormalité permet d'avoir $y_{k,m}[n] = x_{k,m}[n]$.

1.1.3 Les modulations numériques

La modulation a pour objectif d'adapter le signal à émettre au canal de transmission. Pour les transmissions en bande de base, la forme d'onde utilisée pour la mise en forme du signal physique est le plus souvent une porte ou un créneau.
Dans les procédés de modulation binaire, l'information est transmise à l'aide d'un paramètre qui ne prend que deux valeurs possibles. Dans les procédés de modulation $M-aire$,

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

l'information est transmise à l'aide d'un symbole qui prend sa valeur parmi $M = 2^n$ réalisations possibles, ce qui permet d'associer à un état de modulation un mot de n éléments binaires. L'ensemble de ces symboles forme une constellation caractéristique pour chaque modulation.
Supposons que la source délivre des éléments binaires toutes les T_b secondes, la période symbole est définie par $T_s = nT_b$. Le débit binaire s'exprime $D_b = \frac{1}{T_b}$ et la rapidité de modulation $D_s = \frac{1}{T_s} = \frac{D_b}{log_2 M}$ s'exprime en bauds et correspond au nombre de changements d'états par seconde.

1.1.3.1 Les Modulations numériques classiques

Dans un premier temps, on distingue trois familles de modulations utilisant l'amplitude, la phase et la fréquence du signal modulé [32] :

La modulation d'amplitude : elle consiste à faire varier l'amplitude du signal selon la loi de transcodage associée. Celui-ci s'exprime alors sous la forme :

$$s(t) = A(t)\cos(2\pi f_0 t + \phi_0) \; avec \; A(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s) \tag{1.15}$$

où $h(t)$ est un filtre de mise en forme des impulsions, on choisit souvent une porte ($h(t) = 1$ si $t \in [0; T_s[$ et 0 ailleurs), ϕ_0 est une phase de référence et a_k la suite des symboles M-aires. Ce type de modulation est simple à réaliser mais est assez peu employé pour $M > 2$ car ses performances sont moins bonnes que celles d'autres modulations, notamment en ce qui concerne son immunité au bruit.

La modulation de phase : le seul paramètre susceptible de varier est la phase de l'onde porteuse. A la sortie du modulateur, le signal s'exprime par :

$$s(t) = A\sum_k h(t - kT_s)\cos(2\pi f_0 t + \phi_k) \tag{1.16}$$

où A représente l'amplitude constante de l'onde porteuse, $h(t)$ est un filtre de mise en forme des impulsions et ϕ_k la valeur de la phase pendant un intervalle de temps $[kT_s; (k+1)T_s[$. ϕ_k prend ses valeurs dans un alphabet de M éléments $\{\phi_k = \phi_0 + (2n+1)\frac{\pi}{M},\ k = 0, \ldots, M-1\}$. La complexité de l'ensemble émission/réception de ce type de modulation augmente avec M, mais reste raisonnable, ce qui en fait une modulation fréquemment utilisée pour M allant de 2 à 16 avec de bonnes performances. Parmi ses inconvénients, citons l'existence de sauts de phase importants qui font apparaître des discontinuités d'amplitude.

La modulation de fréquence c'est la fréquence instantanée, dérivée de la phase instantanée, qui peut prendre plusieurs valeurs associées aux états possibles. Le signal modulé a pour expression :

$$s(t) = A\sum_k h(t - kT_s)\cos[2\pi(f_0 + a_k\Delta F)t + \phi_0] \tag{1.17}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

avec l'excursion en fréquence $2\Delta F = \frac{m}{T_s}$ où m est l'indice de modulation. Une modulation fréquemment utilisée considère le cas particulier $m = 0.5$. Le spectre est alors concentré autour de la fréquence porteuse et cette modulation prend le nom de modulation à déplacement minimum de fréquence.

1.1.3.2 Modulation d'amplitude en quadrature

Les modulations précédentes ne constituent pas une solution satisfaisante pour utiliser efficacement l'énergie émise lorsque le nombre de points M est grand. En effet, pour la modulation d'amplitude les points de la constellation sont sur une droite, et pour la modulation de phase les points sont sur un cercle. Or, la probabilité d'erreur est fonction de la distance minimale entre les points de la constellation, et la meilleure modulation est celle qui maximise cette distance pour une puissance moyenne donnée. Un choix plus rationnel est alors une modulation qui répartit les points uniformément dans le plan [32]. Pour ce faire, on écrit le signal modulé $s(t)$ sous la forme suivante :

$$s(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t + \phi_0) - b(t)\sin(2\pi f_0 t + \phi_0) \tag{1.18}$$

où les deux signaux $a(t)$ et $b(t)$ ont pour expression :

$$a(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s) \text{ et } b(t) = \sum_k b_k h(t - kT_s) \tag{1.19}$$

Le signal modulé $s(t)$ est donc la somme de deux porteuses en quadrature, modulées en amplitude par les deux signaux $a(t)$ et $b(t)$.
On considère généralement que les symboles a_k et b_k prennent respectivement leurs valeurs dans le même alphabet à M éléments donnant ainsi naissance à une modulation possédant $E = M^2$ états. Chaque état est donc représenté par un couple $(a_k; b_k)$ ou, ce qui revient au même, par un symbole complexe $c_k = a_k + jb_k$. Dans le cas particulier mais très fréquent où M peut s'écrire $M = 2^n$, alors les a_k représentent un mot de n bits et les b_k représentent aussi un mot de n bits. Le symbole complexe $c_k = a_k + jb_k$ peut par conséquent représenter un mot de $2n$ bits. L'intérêt de cette configuration est que le signal $s(t)$ est alors obtenu par une combinaison de deux porteuses en quadrature modulées en amplitude par des symboles a_k et b_k indépendants. Cette modulation prend naturellement le nom de modulation d'amplitude en quadrature (notée QAM - Quadrature Amplitude Modulation) et si sa constellation comporte E états, on la note $E{-}QAM$.
Généralement, les constellations $E{-}QAM$ sont choisies avec les symboles a_k et b_k prennant leurs valeurs parmis $\{\pm d, \pm 3d, \ldots, \pm(M-1)d\}$ où d est une constante donnée et M pair, on obtient alors une modulation à M^2 états et une constellation avec un contour carré dont font partie la partie la $4{-}QAM$, la $16{-}QAM$ et la $64{-}QAM$
La figure 1.7 représente les constellations normalisées (soit $E\{|c_k|^2\} = 1$) des modulations de type QAM pour plusieurs nombres d'états.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

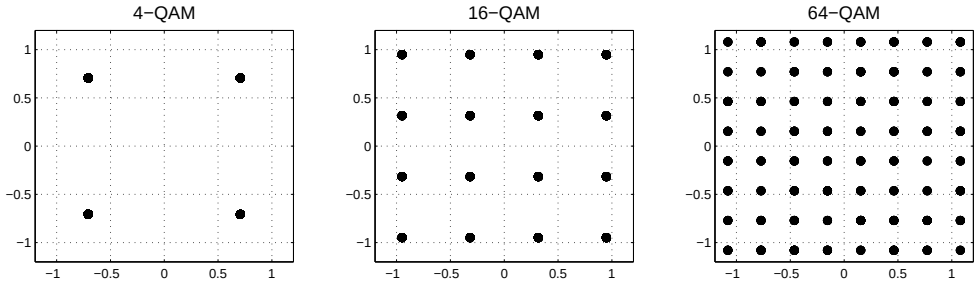

FIG. 1.7 – Constellations normalisées des modulations $4-QAM$, $16-QAM$ et $64-QAM$.

1.1.4 Les interférences

1.1.4.1 Le bruit de fond radio-électrique

On a vu en 1.1.1 que le canal radio-électrique est modélisé par un filtrage par la réponse impulsionnelle réelle $h_R(t)$ suivi d'un bruit additif $n_R(t)$. En effet, la réception sur une antenne d'un signal radio-électrique se fera toujours en présence d'un bruit « thermique » additif, indépendant du signal, blanc, avec une distribution des amplitudes à peu près Gaussienne. Ce bruit radio-électrique d'origine thermique est dû à des fluctuations de courants créées par l'agitation thermique des charges élémentaires dans tout élément conducteur. Il impose ainsi une limite fondamentale à tout système d'émission/réception radio-électrique. Le modèle à bruit blanc additif Gaussien (AWGN) classiquement utilisé en communications numériques se révèle une bonne approximation, du moins lorsqu'on ne considère que les sources naturelles de bruit, non liées à l'activité de l'homme.
L'addition imposée de ce bruit gaussien au signal utile reçu entraînera l'apparition d'erreurs binaires à la reconstruction du message numérique, même si le contexte de la communication est par ailleurs idéal. Ces erreurs seront d'autant plus nombreuses que la puissance du bruit intégrée dans la bande du récepteur est importante par rapport à la puissance du signal utile. La difficulté de la communication vis-à-vis du bruit additif est indiquée par le rapport $\frac{E_b}{N_0}$ présenté dans le paragraphe 1.1.2.2.

1.1.4.2 Interférences propres au système

Contrairement au bruit qui est un facteur limitatif intrinsèque à toute communication radio-électrique, le phénomène d'interférence (généré par le système de communication) n'est pas fatalement présent. Il est étroitement lié à la modulation choisie (soit à la base de fonctions $\{\psi_{m,n,k}(t),\ (m,n,k) \in \mathbb{Z}^3\}$ introduite précédemment), en relation avec les caractéristiques du canal de propagation. Pour un canal idéal et une base orthonormale, il ne doit pas y avoir d'interférence après la démodulation de base en réception. Par contre avec des canaux difficiles, l'interférence résiduelle en sortie du démodulateur peut dans

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

certains cas rendre la communication indisponible, même à très fort $\frac{E_b}{N_0}$. On distingue trois types d'interférence propre aux systèmes de communication numérique :

Les Interférences d'accès multiples : (Multiple Acces Interference - MAI), lorsqu'on s'intéresse au signal de communication d'un code particulier, la MAI désigne l'interférence due aux autres signaux actifs (autres codes). Le terme « interférences d'accès multiples » est plus particulièrement utilisé pour désigner les interférences inhérentes aux autres utilisateurs.

Les Interférences Entre Symboles consécutifs (IES) : (Inter Symbol Interference - ISI), en dehors du bruit, c'est le premier perturbateur d'une communication numérique. Cette interférence n'est pas due à l'accès multiple, mais seulement au propre signal de l'utilisateur d'intérêt, lorsque le canal de propagation amène un étalement temporel non négligeable devant le temps symbole. On ne peut plus alors isoler complètement la contribution des différents symboles numériques émis, après traitement de base en réception.

Les Interférences Entre sous-Canaux (IEC) : (Inter Channel Interference - ICI), lorsque le canal de propagation amène un étalement fréquentiel non négligeable devant l'espacement des fréquences porteuses des formes d'onde. On ne peut plus alors isoler complètement la contribution des différents symboles numériques émis.

De la même façon que l'expression générique (1.11) est décrite sur la figure 1.6, on peut ajouter à cette représentation imagée les interférences. La figure 1.8 présente les interférences dans les différentes dimensions de la représentation. Chaque forme d'onde modulante peut être affectée par les formes d'onde voisines par des pertes de l'isolement temporel, fréquentiel ou des autres codes.

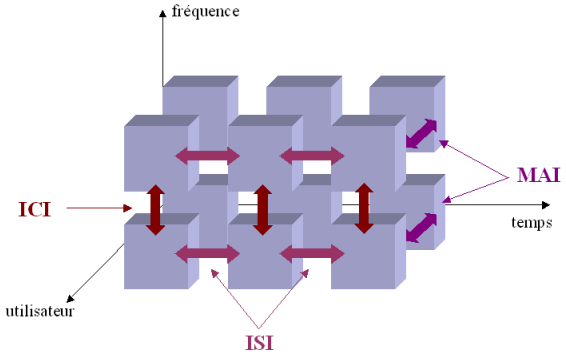

FIG. 1.8 – Représentation des interférences dans le plan temps-fréquence-code.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

1.1.4.3 Les interférences externes au système (brouilleurs)

Les systèmes opèrent souvent dans une bande de fréquence entièrement réservée, dans ce cas, il ne devrait pas y avoir de perturbateurs radio-électriques d'origine externe aux systèmes.
Cependant, l'abscence de brouilleurs est illusoire étant donné d'une part la multitude des lieux où vont pouvoir opérer les systèmes de commmunication et d'autres part la pollution radio-électrique croissante. La plupart des brouilleurs parasites sont de type bande-étroite (harmoniques d'une machine électrique par exemple) et affectent la qualité de la transmission.
Ce type d'interférence est étudié de façon détaillée dans le chapitre 4.

1.2 Le canal de propagation

Le canal de propagation décrit le support physique de transmission via lequel les informations à transmettre sont transportées. Les conditions de propagations dépendent de l'environnement et sont très variables, il faut donc distinguer la nature du canal : câbles, fibre optique, satellite ou hertzien. Le contexte initial de cette étude est les réseaux sans fil large bande, la transmission se fait à travers le canal radio, c'est-à-dire par voie aérienne. Le canal de propagation radio-électrique est un canal aléatoire, c'est le principal élément qui provoque les perturbations affectant le signal émis dans une chaîne de transmission, il est sujet à des mécanismes physiques de base qui induisent plusieurs sortes de distorsions sur le signal émis [34] :

- la réflexion se produit lorsqu'une onde électromagnétique rencontre une surface lisse de très grandes dimensions par rapport à sa longueur d'onde ;
- la diffraction a lieu lorsque le signal rencontre un obstacle épais (de dimensions très larges par rapport à sa longueur d'onde) qui obstrue la visibilité radioélectrique directe entre l'émetteur et le récepteur. Des ondes secondaires sont générées, se propageant derrière l'obstacle (effet de masque ou « shadowing ») ;
- la diffusion « scattering » se produit lorsque l'obstacle présente de nombreuses irrégularités dont les dimensions sont inférieures ou égales à la longueur d'onde. L'énergie réfléchie est dispersée dans toutes les directions.

La connaissance du canal de transmission est très importante pour le développement des méthodes et techniques de transmissions adaptées au contexte de communication. Elle est aussi difficile à obtenir, du fait de la grande diversité des situations rencontrées. Pour cette raison, des méthodes statistiques [35, 20] sont utilisées pour l'analyse et la modélisation du canal de transmision.

Dans cette partie, nous détaillerons deux niveaux de caractérisation du canal de propagation [36] :

- en large bande, le canal de propagation est représenté mathématiquement par un

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

filtre linéaire. Ce filtre correspond à la réponse impulsionnelle du canal et est représentatif des échos significatifs de l'environnement. Cette approche est basée sur la notion de **multi-trajets** : chaque trajet transfère une version du signal émis, atténuée, déphasée, retardée et décalée en fréquence. Ces trajets se représentent généralement par des distributions de Dirac pondérées. Les trajets multiples ont pour conséquence une variation de la réponse fréquentielle du canal, on parle alors de canal sélectif en fréquence ;

– Les études bandes étroites ont permis de caractériser les évanouissements temporels causés par le mouvement du mobile (effet Doppler), le phénomène de fluctuation au cours du temps prend l'appellation de « **fading** », terme anglo-saxon signifiant « évanouissement ». Cette approche est basée sur les **évanouissements sélectifs** : le canal est mathématiquement représenté par un coefficient complexe variant en fonction du temps. A petite échelle, ces évanouissements sont généralement modélisés par un processus complexe stationnaire.

Ces 2 échelles de caractérisation permettent de définir entièrement un modèle statistique du canal de propagation.

La présentation du dispositif de simulation du modèle de canal variable dans le temps est détaillée dans l'annexe B (génération du canal multi-trajets et implémentation des coefficients des trajets variables dans le temps).

1.2.1 Caractérisation et modélisation du canal de propagation radio électrique

1.2.1.1 Caractéristiques large bande

Les études dites large bande permettent d'obtenir une description statistique de la réponse impulsionnelle (RI) du canal. Le terme *large bande* signifie que la largeur de bande du signal transmis permet de mettre en évidence la sélectivité en fréquence et donc les trajets multiples dans le domaine des retards.
Le modèle classique de ligne à retards est utilisé. Le canal est alors représenté sous la forme d'un filtre à réponse impulsionnelle finie exprimée par :

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l \delta(\tau - \tau_l) \tag{1.20}$$

avec L le nombre de trajets ;
α_l l'amplitude complexe d'un trajet ;
τ_l le retard associé.

La RI du canal équivaut à la somme des contributions des L trajets de propagation où α_l est une variable complexe qui tient compte de l'atténuation et du retard de phase introduits par les diffuseurs, τ_l est le retard associé au trajet « l » de l'onde.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Les coefficients $\alpha_l = \rho_l e^{j\phi_l}$ sont dénommés amplitudes complexes des trajets, avec un module ρ_l égal à l'atténuation physique du trajet « l » et une phase ϕ_l traduisant le déphasage de la porteuse dû au retard de propagation de ce trajet : $\phi_l = -2\pi f_0 \tau_l$ (avec f_0 la fréquence porteuse radio-fréquence).

Exemple d'un canal à deux trajets :
Pour observer l'effet des trajets multiples sur la transmsission, un cas simple de canal est souvent utilisé : le canal à 2 trajets, le direct et un retardé de $\Delta\tau$. La réponse impulsionnelle du canal se réduit à :

$$h(\tau) = 1 + \alpha\delta(\tau - \Delta\tau) \text{ avec } \alpha = ae^{j\phi} \tag{1.21}$$

Le module de la réponse en fréquence du canal en bande de base est donné par :

$$|H(f)|^2 = 1 + a^2 + 2a\cos(\phi - 2\pi f\Delta\tau) \tag{1.22}$$

La figure 1.9 présente la réponse fréquentielle du canal simplifié pour $\alpha_{\text{dB}} = -3$ dB et $\phi = 0$, la réponse impulsionnelle est donc $h(\tau) = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\delta(\tau - \Delta\tau)$. La fonction de transfert du canal comporte des zones où le signal sera amplifié ($|H(f)| > 1$) et des zones d'évanouissement (« fading ») où le signal sera très affaibli ($|H(f)| < 1$). La période de variation de la fonction de transfert est de $1/\Delta\tau$.
Cet exemple permet de vérifier que la sélectivité en fréquence croît avec l'étalement de la réponse impulsionnelle du canal. Cette sélectivité est d'autant plus marquée que le module du deuxième trajet est proche de 1. Dans le cas extrême où les 2 trajets ont la même amplitude, les minima de la fonction de transfert deviennent des zéros ($|H(f)| = 0$).

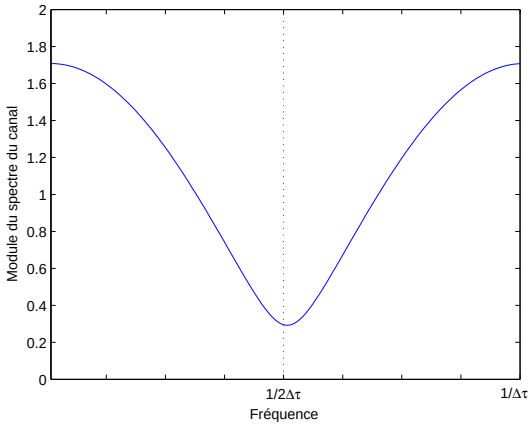

FIG. 1.9 – Module de la réponse fréquentielle du canal $h(\tau) = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\delta(\tau - \Delta\tau)$.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Suivant la valeur de la bande occupée B par le signal à transmettre via ce canal de propagation, deux cas peuvent se présenter :

- $B << 1/\Delta\tau$: la réponse fréquentielle du canal peut être considérée constante sur la bande B. Le signal ne subit pas de distortion mais il peut être très affaibli si la fréquence de modulation se situe près de $1/2\Delta\tau$ voire annulé si les 2 trajets ont la même amplitude. Mais le signal peut également être amplifié ;
- $B >> 1/\Delta\tau$: la réponse fréquentielle du canal n'est pas constante sur la bande de fréquence et le signal subit des distortions qu'il faut corriger à l'aide d'un égaliseur.

1.2.1.2 Caractéristiques bande étroite

Lorsque le mobile se déplace, le modèle du canal devient un filtre évolutif $h(t,\tau)$ avec des paramères $\alpha_l(t)$ et $\tau_l(t)$ de chaque trajet qui varient au cours du temps .
Ces variations sont dues à l'**effet Doppler** : une onde émise à la fréquence f_0 voit cette fréquence décalée en réception d'une quantité Δf_l appelée étalement ou décalage de Doppler. La fréquence porteuse apparente $(f_0')_l$ associé au trajet « l » devient ainsi :

$$(f_0')_l = f_0 + \Delta f_l \tag{1.23}$$

avec

$$\Delta f_l = f_d \cos(\theta_l) \text{ et } f_d = \frac{v}{c} f_0 \tag{1.24}$$

où :

- v est la vitesse de déplacement du mobile ;
- c est la vitesse de l'onde électromagnétique ($c_0 = 3.10^8 m/s$ pour une propagation dans l'air) ;
- θ_l est l'angle formé par la direction du vecteur vitesse du mobile avec celle du vecteur de propagation de l'onde ;
- f_d est la fréquence Doppler maximale.

Si l'on raisonne sur une durée courte (inférieure à la durée symbole), correspondant à un déplacement du mobile très court, on peut déduire les variations des paramères $\alpha_l(t) = \rho_l(t)e^{j\phi_l(t)}$ et $\tau_l(t)$ de chaque trajet [18] :

- les variations de l'atténuation d'espace d'un trajet de propagation isolé sont négligeables en champ lointain, soit $\rho_l(t) = |\alpha_l(t)| = \rho_l$;
- l'évolution temporelle du retard du trajet « l » à l'instant t s'écrit :

$$\tau_l(t) = \tau_l(0) + \frac{v}{c}\cos(\theta_l)t; \tag{1.25}$$

- la phase de chaque trajet subit un déphasage linéaire en fonction du temps, ce qui se traduit par une variation périodique des coefficients complexes du canal en bande de

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

base à une fréquence Δf_l, différente d'un trajet à l'autre lorsque les angles d'arrivée sont différents :

$$\phi_l(t) = \phi_l(0) - 2\pi\Delta f_l t. \tag{1.26}$$

Les variations périodiques de la phase $\phi_l(t)$ à une fréquence Δf_l traduisent, en bande de base, l'effet Doppler.

1.2.1.3 Modèle du canal multi-trajets variable dans le temps

Le canal de propagation est donc modélisé comme un filtre linéaire variant dans le temps de réponse impulsionnelle $h(t,\tau)$ constituée d'une somme discrète de composantes liées aux trajets de propagation :

$$h(t,\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \rho_l \delta(\tau - \tau_l(t)) e^{j\phi_l(t)} \tag{1.27}$$

avec L le nombre de trajets ;
ρ_l l'amplitude d'un trajet ;
$\tau_l(t)$ le retard associé ;
$\phi_l(t)$ sa phase.

Généralement, les canaux sont décrits par un nombre faible d'échos. Cette représentation synthétique est illustrée par la figure 1.10. La modélisation aléatoire la plus classique du canal de propagation est le modèle aléatoire de Rayleigh, ce modèle est présenté dans l'annexe A. Les techniques d'implémentation numérique des multi-trajets et de l'effet Doppler seront également présentées en annexe.

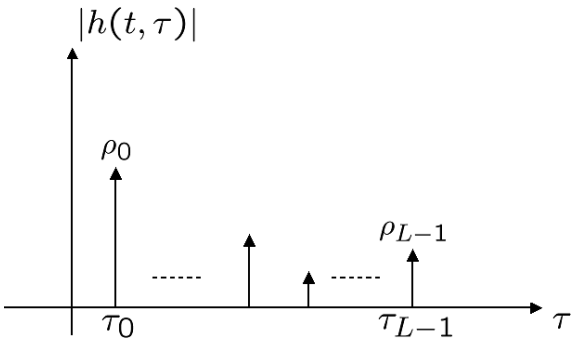

FIG. 1.10 – Réponse impulsionnelle du canal de propagation.

Remarque 1 :
Quand il y a un mouvement du mobile, le retard $\tau_l(t)$ est calculé selon (1.25). En raison

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

d'une vitesse de déplacement du mobile v_m très faible par rapport à la célérité de l'onde radio-électrique, on peut approcher $\tau_l(t) \approx \tau_l(0)$. Autrement dit, les retards sont fixes et indépendants du temps. Le modèle du canal radio-mobile utilisé est donc un cas particulier de (1.27), où la réponse impulsionnelle à temps variable du canal en bande de base est :

$$h(t,\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t)\delta(\tau - \tau_l) \tag{1.28}$$

Remarque 2 :
Si les micro-trajets sont bien d'amplitude constante, les macro-trajets sont en revanche d'amplitude variable (somme de nombreux micro-trajets de même amplitude mais déphasés) :

$$\alpha_l(t) = \rho_l(t)e^{j\phi_l(t)} = \sum_n \rho_{l,n}e^{j\phi_{l,n}(t)} \tag{1.29}$$

où $\rho_{l,n}$ et $\phi_{l,n}(t)$ sont respectivement le module et la phase du micro-trajet « n » constitutif du macro-trajet $\alpha_l(t)$.

1.2.2 Classification

Lors de la propagation dans un canal radioélectrique, les signaux sont sujets à deux types de dispersion : les trajets multiples sont à l'origine de la dispersion temporelle et l'effet Doppler provoque la dispersion fréquentielle. On introduit deux paramètres relatifs à ces dispersions :

La bande de cohérence B_c : il s'agit de l'écart fréquentiel minimal sur lequel les caractéristiques du canal sont corrélées. Ainsi, deux sinusoïdes, dont l'écart fréquentiel est supérieur à B_c, seront différement affectées par le canal. Cette grandeur est environ l'inverse de l'étalement temporel τ_L du canal : $B_c \approx \frac{1}{\tau_L}$;

Le temps de cohérence T_c : c'est la durée sur laquelle les caractéristiques du canal de transmission demeurent quasi-constantes. Cette grandeur est environ l'inverse de l'étalement fréquentiel du canal : $T_c \approx \frac{1}{2f_d}$.

Ces paramètres sont utilisés pour classer les canaux. On note B la bande occupée par le signal à transmettre et T_s la durée d'un symbole. La classification des canaux radioélectriques est détaillée dans [20, 36] et synthétisée dans [37] :

Si $B << B_c$: toutes les composantes fréquentielles du signal subissent la même atténuation et le canal est dit **non sélectif en fréquence**.

Si $B >> B_c$: les différentes composantes fréquentielles du signal subissent des atténuations différentes et le canal est dit **sélectif en fréquence**.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Si $T_s << T_c$: les caractéristiques du canal ne varient pas pendant la durée de transmission du symbole et le canal est dit **non sélectif en temps**.

Si $T_s >> T_c$: les caractéristiques du canal varient pendant la durée de transmission du symbole et le canal est dit **sélectif en temps**.

La figure 1.11 synthétise la classification des canaux en fonction des paramètres T_s et B.

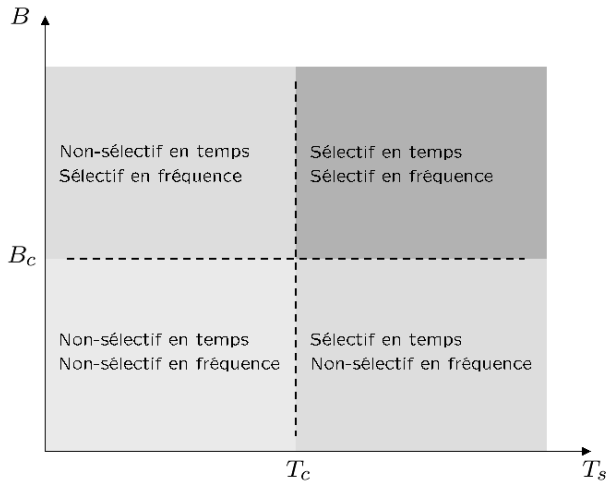

FIG. 1.11 – Classification des canaux dispersifs.

1.3 Les techniques de modulations avancées

Les systèmes de communication moderne se sont developpés avec l'apparition de nouvelles techniques de modulation numériques. Les études de ces techniques peuvent être réparties en deux courants majeurs aux objectifs différents : les techniques d'accès multiple permettant aux utilisateurs de partager les mêmes ressources et les modulations multiporteuses à grande efficacité spectrale.
Cette partie présente les principes fondamentaux de l'accès multiple et de la modulation multiporteuses, la modulation multiporteuses à étalement de spectre associant ces deux méthodes sera également abordée. L'objectif est de présenter les avantages, les inconvénients, les techniques de détection et d'implémentation associées et aussi d'associer chaque modulation à la formulation générique (1.11) des systèmes de transmission.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

1.3.1 L'accès multiple

1.3.1.1 Généralités

Les techniques d'accès multiple en système radio-mobile permettent globalement d'augmenter la capacité d'un réseau, en optimisant l'utilisation des ressources entre les différents utilisateurs. Ces techniques sont basées sur l'isolation des différents utilisateurs afin de faciliter le partage des ressources.
Dans le paragraphe §1.1.2.4, nous avons vu que le multiplexage des données est couramment effectué dans les domaines temporel, fréquentiel et des codes. Lorsque ces domaines sont utilisés pour multiplexer les utilisateurs entre eux, il donne lieu aux techniques suivantes :

le multiplexage temporel : on parle alors de Time Division Multiple Access (TDMA) ;

le multiplexage fréquentiel : Frequency Division Multiple Access (FDMA) ;

le multiplexage par codes : Code Division Multiple Access (CDMA) [38, 39].

Ces trois techniques sont celles principalement utilisées dans les systèmes de téléphonie mobile. La figure 1.12 illustre les différentes techniques de partage des ressources temporelles et fréquentielles par 3 utilisateurs.

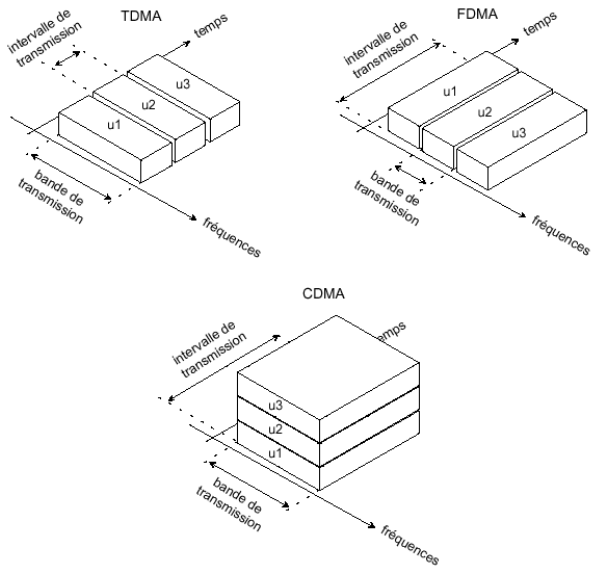

FIG. 1.12 – Les différentes techniques d'accès multiples.

Le FDMA et le TDMA sont les premières techniques de multiplexage utilisateur. Les deux approches sont semblables, elles consistent à remplacer l'étude d'un système à plusieurs usagers par celle d'un ensemble de systèmes à un utilisateur, isolés en temps ou en

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

fréquence. Donc les problèmes en réception ne sont pas très différents de ceux d'un récepteur dans un système à un seul utilisateur. Mais le coût de ces approches est une allocation rigide des ressources. Par exemple, avec le FDMA il est nécessaire d'avoir une fréquence réservée pour chaque usager. Avec la technique TDMA, le signal reste vide la plupart du temps, parce que la majorité des divisions temporelles n'est pas utilisée en permanence par les utilisateurs. Le système de radiotéléphonie mobile actuel (GSM) repose sur une technique de multiplexage TDMA relativement rigide, les débits restent donc limités.
Même s'il existe des allocations dynamiques utilisant un multiplexage temporel ou fréquentiel, une solution est de permettre aux utilisateurs de se servir de la même bande de fréquence en même temps et d'y accéder de façon aléatoire, donnant un caractère plus flexible à l'allocation des ressources. Ainsi, pour pouvoir différencier les utilisateurs, le système attribue un code (ou signature) différent à chaque usager, les ressources temporelles et fréquentielles peuvent être exploitées entièrement par chaque utilisateur. Cette technique de multiplexage par code est le CDMA, elle est déjà utilisée dans les normes IS-95, homologue de la norme GSM aux Etats-Unis et par l'UMTS.

L'étalement de spectre à séquence directe (DS-SS : Direct Sequence - Spread Spectrum) est la base de la technique CDMA [40]. On qualifie de modulation à étalement de spectre toute modulation qui génère pour le signal transmis un spectre beaucoup plus large que la bande passante du signal porteur d'information, par un moyen indépendant de cette information [18]. La méthode consiste à affecter à chaque utilisateur un code d'étalement propre et orthogonal aux autres codes. L'étalement de spectre permet un multiplexage qui n'est ni fréquentiel ni temporel, mais un multiplexage par code. Chaque bit du message à transmettre est multiplié par une séquence pseudo-aléatoire de rythme très supérieur. La séquence pseudo-aléatoire se répète identiquement à elle-même pour chaque bit du message. En passant du message initial à transmettre au message étalé, on augmente la largeur du spectre fréquentiel du signal transmis. Les intercorrélations des signaux sont donc largement déterminées par les intercorrélations des séquences d'étalement elles-mêmes. Les signaux CDMA sont clairement superposés en temps et en fréquence, mais ils sont séparables par les formes de leur séquence d'étalement.

Il existe une autre façon de réaliser de l'étalement spectral : la modulation CDMA par saut de fréquence, le FH-CDMA (Frequency Hopping) [41]. La fréquence porteuse du signal d'information modulé n'est pas constante et change périodiquement. Pendant un intervalle de temps, la porteuse reste la même, mais après chaque intervalle de temps, la porteuse saute vers une autre. Le schéma des sauts est régi par le code. L'occupation fréquentielle d'un système à étalement de spectre par saut de fréquence diffère considérablement d'un système d'étalement de spectre par séquence directe. Un système DS-CDMA occupe la totalité de la bande lors de la transmission, alors qu'un système FH-CDMA n'en utilise qu'une petite partie, mais la localisation de cette partie diffère lors de la transmission.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

L'interférence d'accès multiple (MAI) limite de façon significative les performances et la capacité d'un système CDMA. La MAI correspond aux interférences entre les utilisateurs de séquences directes. Il existe plusieurs techniques de détection des utilisateurs qui sont détaillées dans [42]. Le détecteur conventionnel ne prend pas en compte l'existence de la MAI. En effet, ce détecteur suit une stratégie de détection mono-utilisateur dans laquelle chaque utilisateur est détecté séparément sans s'occuper des autres utilisateurs, le terme de MAI étant alors considéré comme un simple bruit additif. Dans ce cas, seul l'utilisateur de plus forte puissance est correctement démodulé. Le récepteur mono-utilisateur le plus utilisé est le RAKE [43] : il se sert de la diversité occasionnée par les trajets multiples.

Une meilleure stratégie de détection consiste à utiliser la détection multi-utilisateurs [44]. Dans ce cas, les informations des utilisateurs sont utilisées conjointement pour mieux détecter chaque utilisateur individuellement. Le détecteur multi-utilisateurs optimal est connu et apporte de fortes améliorations en terme de performance et de capacité par rapport au détecteur conventionnel (simple banc de corrélateurs). Ce détecteur optimal permet, en outre, de minimiser le besoin de contrôle de puissance. Malheureusement ce détecteur est trop complexe pour une implémentation dans les systèmes CDMA. De nombreuses méthodes de détection multi-utilisateurs sous-optimales ont été proposées, chacune d'entre elles a la potentialité de fournir des performances et des gains en capacité substantiels comparativement à un détecteur conventionnel. On peut diviser ces détecteurs multi-utilisateurs en 2 catégories à savoir les détecteurs linéaires et les détecteurs à annulation d'interférence. Les détecteurs linéaires sont de même nature que les égaliseurs classiques de type ZF ou MMSE. Les détecteurs à annulation d'interférence ont pour but d'estimer le terme de MAI engendré par les autres utilisateurs et de le soustraire au signal reçu.

1.3.1.2 Structure de l'émetteur DS-CDMA

Le principe de la technique CDMA est donc d'utiliser les caractéristiques de l'étalement de spectre par séquence directe pour augmenter le nombre d'utilisateurs, en leur affectant à chacun un code d'étalement propre. L'étalement de spectre à séquence directe consiste à moduler chaque symbole x_k d'un utilisateur par une séquence pseudo-aléatoire c_k appelée code d'étalement.
La figure 1.13 est une des représentations possibles de l'émetteur DS-CDMA. La multiplication des symboles x_k par le code d'étalement c_k de taille M peut être décrite par une structure en banc de filtres (cf. §2.2) : chaque symbole est sur-échantillonné d'un facteur M puis filtré par le code c_k de taille M. Les contributions de chaque utilisateur « k » sont ensuite additionnées, $g(t)$ est la fonction de mise en forme des données à transmettre, la forme d'onde généralement choisie est la fenêtre rectangulaire.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

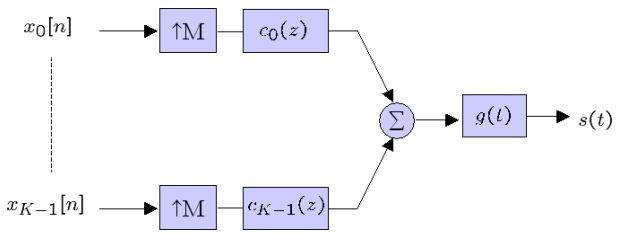

FIG. 1.13 – Représentation d'un émetteur DS-CDMA.

Les références [42] et [44] nous donnent la formulation du signal DS-CDMA suivante :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m=0}^{M-1} x_k[n] c_k[m] \Pi_0^{T_s}(t - mT_s) \tag{1.30}$$

avec $\Pi_0^{T_s}(t)$ la fonction rectangulaire : $\Pi_0^{T_s}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < T_s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Le signal DS-CDMA peut ainsi s'identifier avec la formulation générique (1.11) avec :

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{k,m}[n] = x_k[n] \\ \psi_{m,n,k}(t) = c_k[m] \Pi_0^{T_s}(t - mT_s) \end{cases} \tag{1.31}$$

La modulation DS-CDMA peut donc être vue comme la projection des données de chaque utilisateur sur une base de codes orthogonaux.

1.3.2 La modulation multiporteuses

1.3.2.1 Généralités

L'idée de base de la modulation multiporteuses (MC : Multi-Carrier) est de diviser un canal de transmission en un certain nombre de sous-canaux (sous-porteuses). La figure 1.14 montre un exemple de division de la réponse fréquentielle du canal $H(f)$. Les sous-canaux sont définis comme étant à bande limitée, l'atténuation subie par chaque sous-canal est à peu près uniforme ce qui rend l'égalisation très simple.

La modulation multiporteuses est donc une technique de multiplexage des données dans le domaine fréquentiel. Le principe est de diviser le flot de données en plusieurs flots parallèles, ces flots ont un débit plus faible que le débit initial et modulent plusieurs porteuses différentes. Les premiers schémas de modulation MC étaient basés sur des bancs de filtres passe-bande qui séparaient complètement le spectre de chaque sous-porteuse. La modulation OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) a permis de densifier la bande de fréquences utilisée en permettant aux spectres des sous-porteuses de se chevaucher. Les formes d'onde sont choisies de telle sorte que l'orthogonalité soit assurée

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

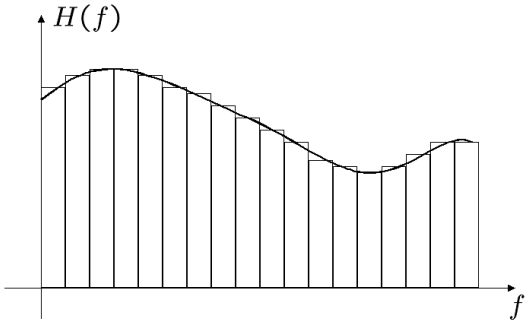

FIG. 1.14 – Division du spectre du canal en sous-canaux plats.

même si les spectres se chevauchent. L'intérêt de cette technique est qu'elle peut s'implémenter par Transformée de Fourier Discrète (DFT) [5] à l'émission et à la réception et qu'aujourd'hui, l'utilisation de processeurs de traitement du signal (DSP - Digital Signal Processors) permet une implémentation rapide de la DFT.

Les problèmes d'implémentation ont été une contrainte au développement de la modulation OFDM mais ils sont aujourd'hui en partie résolus [2] et les techniques de transmissions multiporteuses sont utilisées dans plusieurs standards [45].
La modulation OFDM est à présent utilisée pour la norme DAB (Digital Audio Broadcasting) [3] en Europe et pour la télévision numérique DVB (Digital Video Broadcasting). Une des plus importantes applications de la modulation OFDM est les réseaux locaux sans-fil (WLAN - Wireless Local Area Networks), un standard de réseaux locaux sans fil qui permet des débits de l'ordre de 30Mbits/s en moyenne.
La référence à l'OFDM est généralement employée pour des applications sans fil. Pour les réseaux filaires, le terme Discrete MultiTone (DMT) est employé. L'efficacité de la modulation DMT a été prouvée pour les transmissions haut-débit sur le réseau téléphonique avec le standard ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line).

Une conséquence majeure de l'implémentation de l'émetteur et du récepteur bande de base par une DFT est son association à un préfixe cyclique [7] pour les transmissions à travers des canaux multi-trajets. En effet, les Interférences Entre-Symboles (IES) et les Interférences Entre-Canaux (ICI en anglais) peuvent être réduites en introduisant un préfixe cyclique au début de chaque symbole OFDM. En choisissant un intervalle de durée supérieure à celle de la réponse impulsionnelle du canal [46], le signal utile n'est plus affecté par l'IES. Cette technique est efficace et simple à mettre en œuvre mais elle réduit le débit du système. Ce point sera développé dans le chapitre 2.
La mise en œuvre de la modulation OFDM pour les normes DAB et DVB a montré l'efficacité de cette modulation lorsqu'elle est associée à des techniques d'entrelacement et de codage de canal [42]. Le codage permet de traiter les problèmes des évanouissements

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

provoqués par le canal de propagation sur chaque sous-porteuse en introduisant une redondance dans le message transmis et ainsi une corrélation des éléments d'information. Les techniques de codage utilisent des fonctions d'entrelacement/désentrelacement qui peuvent être temporels ou fréquentiels, elles permettent de décorréler les erreurs dues à la transmission.

La modulation OFDM utilise généralement des constellations du type PSK ou QAM. En réception, la constellation de chaque sous-porteuse subit des décalages au niveau de la phase et des changements d'amplitude dus au canal de propagation. La détection pour une modulation OFDM consiste à estimer une phase et une amplitude de référence pour chaque sous-porteuse.
La première approche est la détection cohérente qui nécessite la récupération de la phase et de l'amplitude en réception. Pour une technique multiporteuses, il est nécessaire d'avoir une bonne estimation du canal affectant chaque porteuse afin de compenser les perturbations subies par le signal. Cette méthode sera developpée dans le chapitre 2.
La deuxième approche est plus simple à mettre en œuvre : la détection différentielle. Elle permet de s'affranchir de l'estimation du canal en estimant simplement les variations de phase et/ou d'amplitude entre symboles successifs. La détection différentielle peut être effectuée soit dans le domaine fréquentiel soit dans le domaine temporel. Dans le cas du domaine fréquentiel, chaque sous-porteuse est comparée avec la sous-porteuse adjacente à l'intérieur du même symbole OFDM. Dans le cas du domaine temporel, chaque sous-porteuse est comparée avec la sous-porteuse du précédent symbole OFDM.

La modulation OFDM présente donc des avantages propres aux transmissions sans fil [47] :

- réduction de l'effet des délais de propagation multi-trajets ;
- efficacité contre la sélectivité fréquentielle des canaux ;
- efficacité contre la distorsion du canal (utilisation de techniques simples d'égalisation).

Suivant la situation analysée, les imperfections du système OFDM réel peuvent être prises en compte ou ignorées de manière explicite dans le modèle. Parmi les défauts constatés, on distingue :

La dispersion : les dispersions temporelle et fréquentielle peuvent détruire l'orthogonalité du système et introduire des interférences entre symboles et entre sous-canaux. Si ces effets ne sont pas suffisamment équilibrés par un préfixe cyclique, les performances du système peuvent alors être rapidement dégradées. Ce contexte de transmission est développé dans le chapitre 5 ;

La synchronisation : la sensibilité aux écarts de fréquence (synchronisation des sous-porteuses, stabilité des oscillateurs de l'émetteur et du récepteur ...) est plus importante que pour la transmission mono-porteuse [48, 45] ;

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Les non-linéarités : Le signal OFDM possède un rapport entre sa puissance maximale et sa puissance moyenne élévée (PAPR - Peak to Average Power Ratio). La dynamique du signal impose une forte demande sur la linéarité des amplificateurs utilisés pour la transmission radio-fréquence [49]. Cette non-linéarité des amplificateurs cause également de l'IES et de l'IEC ;

Les interférences extérieures : le signal peut être perturbé par d'autres transmissions extérieures qui partagent la même bande de fréquence. Ces interférences extérieures peuvent être représentées par un bruit coloré et sont l'objet d'une étude présentée dans le chapitre 4.

1.3.2.2 Structure de l'émetteur OFDM

Considérons un système à M sous-porteuses, la figure 1.15 décrit la représentation de l'émetteur OFDM. Par flots de taille M, les données sont mises en forme par une fenêtre rectangulaire avant de moduler chacune des sous-porteuses. Cette représentation de

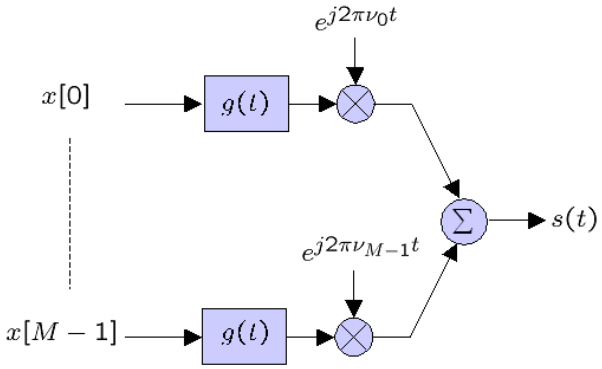

FIG. 1.15 – Représentation d'un émetteur OFDM.

l'émetteur n'est que théorique. En pratique, une implémentation plus efficace est utilisée grâce aux algorithmes rapides de Transformée de Fourier Discrète.
La modulation OFDM et ses techniques associées seront plus amplement développées dans le chapitre 2.

Le signal OFDM peut s'écrire [45, 5] :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x[m+nM] e^{j2\pi\nu_m t} \Pi_0^{T_s}(t - nT_s) \tag{1.32}$$

Le signal OFDM peut ainsi s'identifier avec la formulation générique (1.11) avec :

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{k,m}[n] = x[m+nM] \\ \psi_{m,n,k}(t) = e^{j2\pi\nu_m t} \Pi_0^{T_s}(t - nT_s) \end{cases} \tag{1.33}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

La modulation OFDM peut donc être vue comme la projection des données sur une base de sous-porteuses, le modèle mathématique sera également developpé dans le chapitre 2.

1.3.3 Les modulations multiporteuses à étalement de spectres

1.3.3.1 Généralités

La combinaison des techniques d'accès multiple à étalement de spectre et de transmission multiporteuses semble être la solution la plus attractive pour les systèmes de communication multimédia du futur. Introduites en 1993 [50], elles peuvent être classées en 3 types de techniques associant une modulation OFDM à la technique d'accès multiple CDMA. Il s'agit de l'OFDM/CDMA ou Multi-Carrier CDMA (MC-CDMA), du Multi-Carrier Direct Sequence CDMA (MC-DS-CDMA) et du Multi-Tone CDMA (MT-CDMA). L'intérêt est d'allier l'efficacité spectrale de la modulation OFDM et l'optimisation de la capacité du réseau du CDMA.
Par rapport au CDMA, les modulations multiporteuses à étalement de spectre ont l'avantage de pouvoir utiliser les techniques de réception standard pour pallier les effets du canal [42], alors que, pour un canal multi-trajets, le CDMA utilise des récepteurs du type RAKE qui sont difficiles à implémenter.
Par rapport à la modulation OFDM, les modulations multiporteuses à étalement de spectres permettent de transmettre plusieurs utilisateurs dans la même bande de fréquence.
Les principales différences entre ces 3 techniques sont au niveau de l'étalement de spectre qui peut être effectué dans le domaine fréquentiel ou dans le domaine temporel, au niveau des techniques de détection et au niveau de l'efficacité spectrale. Les deux techniques d'étalement dans le domaine temporel sont le MC-DS-CDMA et le MT-CDMA. Le MC-CDMA utilise l'étalement de spectre dans le domaine fréquentiel.

Les premiers schémas [51] du MC-DS-CDMA sont apparus peu après ceux du MC-CDMA. Le principe consiste à étaler par un code identique les données de chaque sous-porteuse avant d'être modulées par celle-ci. Ainsi, l'orthogonalité entre les porteuses est conservée après l'étalement et la largeur de bande occupée est proportionnelle à la taille du code d'étalement.
L'émetteur MC-CDMA étale le signal à transmettre dans le domaine fréquentiel avec un code d'étalement alloué. L'utilisation d'un étalement dans le domaine fréquentiel permet de tirer parti de la diversité fréquentielle du canal et de récupérer en réception toute l'énergie dissipée du signal afin de l'utiliser pour la restitution du signal émis. Chaque élément du code est transmis sur une porteuse différente.
Introduit en 93 par Vandendorpe [52], le MT-CDMA repose sur un étalement des données dans le domaine temporel. Les données sont tout d'abord transmises sur les sous-porteuses avant d'être étalées. Avant l'opération d'étalement, le spectre des sous-porteuses vérifie la

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

condition d'orthogonalité avec un espacement entre les porteuses minimum. Le résultat de l'étalement de chaque sous-porteuse dans le domaine temporel est la perte de l'orthogonalité, ce qui rend le système moins robuste aux dispersions du canal. Le MT-CDMA utilise des codes de longueurs importantes, supérieures au nombre de sous-porteuses, qui, de part leurs propriétés d'auto et d'inter-corrélations, permettent d'augmenter le nombre d'utilisateurs.

Les modulations multiporteuses à étalement de spectre étant des combinaisons des méthodes OFDM et d'accès multiples, de nombreuses techniques issues de ces méthodes sont réutilisées afin d'optimiser la transmission pour des systèmes utilisant le MC-CDMA, le MT-CDMA ou le MC-DS-CDMA.
Comme pour la modulation OFDM, le nombre de porteuses utilisées et le préfixe cyclique sont cruciaux pour augmenter la résistance à la sélectivité fréquentielle des canaux.

Les paragraphes suivants présentent les structures des émetteurs MC-CDMA et MC-DS-CDMA, celle de l'émetteur MT-CDMA ne sera pas détaillée.

1.3.3.2 Structure de l'émetteur MC-CDMA

Le principe de la modulation MC-CDMA est d'associer un émetteur OFDM (presenté sur la figure 1.15) à la suite d'un émetteur CDMA (cf. figure 1.13). Chaque utilisateur est associé à un code d'étalement c_k.
La figure 1.16 est une des représentations possibles de l'émetteur MC-CDMA, décrite par une structure en banc de filtres : chaque symbole est sur-échantillonné d'un facteur M puis filtré par son code c_k, les contributions de chaque utilisateur « k » sont ensuite additionnées. Chaque échantillon du code d'étalement modulé par le symbole est ensuite projeté sur une fréquence porteuse. Les codes d'étalement étant de longueur M, l'émetteur MC-CDMA utilise M fréquences porteuses. Il existe des structures plus générales où la longueur du code est différente du nombre de porteuses [42].

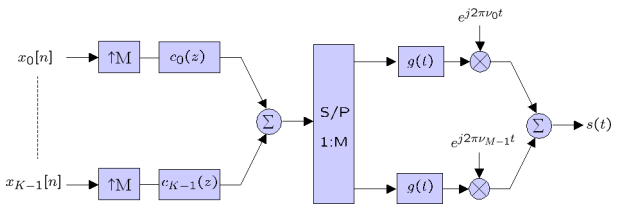

FIG. 1.16 – Représentation d'un émetteur MC-CDMA.

Les références [42] et [53] nous donnent la formulation du signal MC-CDMA suivante :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m=0}^{M-1} x_k[n] c_k[m] e^{j2\pi\nu_m t} \Pi_0^{T_s}(t - nT_s) \tag{1.34}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Le signal MC-CDMA peut ainsi s'identifier avec la formulation générique (1.11) avec :

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{k,m}[n] = x_k[n] \\ \psi_{m,n,k}(t) = c_k[m] e^{j2\pi\nu_m t} \Pi_0^{T_s}(t - nT_s) \end{cases} \tag{1.35}$$

1.3.3.3 Structure de l'émetteur MC-DS-CDMA

Le principe de la modulation MC-DS-CDMA est présentée par une structure en banc de filtres sur la figure 1.17.
La structure présente le modulateur pour un seul utilisateur k, la contribution des autres utilisateurs est ensuite additionnée. Chaque symbole $x_k[n]$ est sur-échantillonné d'un facteur M puis filtré par le code d'étalement c_k de taille M. Le symbole est ensuite projeté sur une fréquence porteuse ν_n qui varie d'un symbole à l'autre.

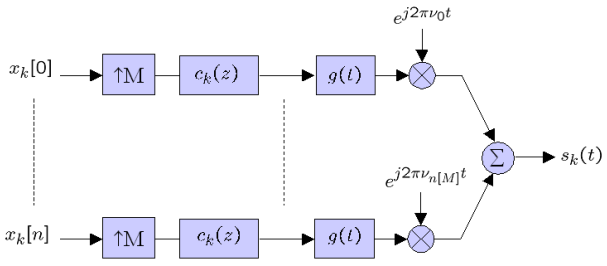

FIG. 1.17 – Représentation d'un émetteur MC-DS-CDMA.

Les références [42] et [53] nous donnent la formulation du signal MC-DS-CDMA suivante :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m=0}^{M-1} x_k[n] c_k[m] e^{j2\pi\nu_{n[M]} t} \Pi_0^{T_s}(t - mT_s) \tag{1.36}$$

Le signal MC-DS-CDMA peut ainsi s'identifier avec la formulation générique (1.11) avec :

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{k,m}[n] = x_k[n] \\ \psi_{m,n,k}(t) = c_k[m] e^{j2\pi\nu_{n[M]} t} \Pi_0^{T_s}(t - mT_s) \end{cases} \tag{1.37}$$

1.4 Amélioration de la transmission : la localisation temps-fréquence

La propriété d'orthogonalité utilisée par l'ensemble de ces techniques permet l'isolement parfait des données transmises lorsque le canal de propagation est idéal. Cependant, la transmission sans interférence reste un cas théorique. En effet nous avons vu dans le

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

paragraphe 1.2 que le canal radio-électrique est à la fois dispersif en temps et en fréquence. Ces défauts engendrés par la propagation se traduisent par une perte des propriétés d'orthogonalité.
Afin de limiter la dégradation de l'orthogonalité et réduire l'effet des interférences, l'insertion d'un préfixe cyclique est utilisée dans la plupart des systèmes multiporteuses. Sous certaines conditions, cette technique permet la suppression des interférences. Cependant, elle entraine une diminution du débit du système. Si on note T_s la durée d'un symbole et Δ celle du préfixe cyclique, la durée totale du symbole OFDM est donc égale à $T_S + \Delta$. Le débit global du système est donc réduit d'un facteur $\frac{T_S+\Delta}{T_S}$.

Il existe des alternatives à l'utilisation d'un préfixe cyclique : l'utilisation en émission et en réception de techniques pouvant réduire l'influence des interférences. Une première méthode est de faire de la transmission OFDM sans préfixe cyclique et de laisser le récepteur traiter les interférences par de nouvelles techniques complexes d'égalisation [54, 55, 56]. Une autre solution est de faire de la transmission multiporteuses avec des formes d'onde spécifiques. Les interférences sont limitées par l'utilisation d'impulsions avec de bonnes propriétés temps-fréquence et des méthodes de détection associées.
C'est cette deuxième approche que nous allons développer dans cette partie et qui sera la base de notre étude.

1.4.1 Caractéristiques du canal de propagation

Nous rappelons brièvement les caractéristiques du canal utile à l'étude temps-fréquence de la transmission : le canal radio-mobile a une réponse impulsionnelle variable dans le temps due aux trajets multiples de la propagation du signal et à un mouvement relatif entre le récepteur et l'émetteur.
La durée τ_L de la réponse d'impulsionnelle correspond au plus grand trajet retardé. Ainsi, le signal est affecté par une dispersion temporelle lorsqu'il passe à travers le canal. L'effet de dispersion en temps peut être caractérisé dans le domaine fréquentiel par la bande de cohérence B_c. Elle représente l'intervalle de fréquence pour lequel la fonction de transfert du canal peut être considérée comme pratiquement constante (canal non-sélectif en fréquence).
En même temps, le canal peut induire une dispersion en fréquence f_D. Cette dispersion fréquentielle, conséquence de l'effet Doppler, est provoquée par le mouvement relatif entre l'émetteur et le récepteur. Le paramètre correspondant dans le domaine temporel est le temps de cohérence T_c. Il correspond à l'intervalle de temps dans lequel la fonction de transfert du canal est constante.
Considérons un signal transmis avec une largeur de bande Δ_f et une durée symbole T_s. Le canal peut être considéré comme non sélectif en temps et en fréquence si les inégalités

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

suivantes sont vérifiées :

$$\tau_L << T_s \tag{1.38}$$
$$f_D << \Delta f \tag{1.39}$$

1.4.2 Caractéristiques des porteuses génériques

On a vu dans la partie 1.3 que les systèmes de transmission multiporteuses à étalement de spectre peuvent être décrits de façon générale par la formulation proposée dans le §1.1.2.5 :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m=0}^{M-1} x_{k,m}[n] \psi_{m,n,k}(t) \tag{1.40}$$

Afin de simplifier l'étude, le système est réduit à 1 utilisateur, nous ne traitons pas le problème des interférences entre utilisateurs. Le choix de la base de porteuses se fera donc uniquement au niveau temps-fréquence. L'équation (1.40) du signal transmis se simplifie en :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[n] \psi_{m,n}(t) \tag{1.41}$$

Ainsi, les fonctions $\{\psi_{m,n}(t),\ (m,n) \in \mathbb{Z}^2\}$ constituent l'ensemble des formes d'onde modulantes, le signal transmis étant le projeté des symboles $x_m[n]$ sur cette base de fonctions.

L'objectif est de réduire simultanément les interférences (IES et ICI) en améliorant la localisation temps-fréquence des formes d'onde modulantes : il faut optimiser la choix de la base en fonction de la double dispersion du canal et des performances souhaitées du système.

Un moyen simple de caractériser une forme d'onde à la fois en temps et en fréquence est de considérer ses moments d'ordre 1 et 2 dans les 2 dimensions, soit sa moyennne temporelle et fréquentielle et ses dispersions en temps et en fréquence [57].
On note $\Psi_{m,n}(f)$ la transformée de Fourier de $\psi_{m,n}(t)$ et $E_{\psi_{m,n}}$ l'énergie du signal supposée finie :

$$E_{\psi_{m,n}} = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi_{m,n}(t)|^2 dt < +\infty \tag{1.42}$$

Ainsi, l'ensemble des formes d'onde $\psi_{m,n}(t)$ est caractérisé par les paramètres suivants :
- la durée symbole T_s ;
- l'intervalle Δf entre les différentes fréquences adjacentes occupées par le signal ;

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

– la moyenne de $\psi_{m,n}(t)$ en temps et en fréquence qui sont définies par :

$$\hat{t}_{m,n} = \frac{1}{E_{\psi_{m,n}}} \int_{-\infty}^{+\infty} t|\psi_{m,n}(t)|^2 dt \tag{1.43}$$

$$\hat{f}_{m,n} = \frac{1}{E_{\psi_{m,n}}} \int_{-\infty}^{+\infty} f|\Psi_{m,n}(f)|^2 df \tag{1.44}$$

– les dispersions en temps et en fréquence des formes d'onde définies par les variances temporelles $(\Delta T_{m,n})^2$ et fréquencielles $(\Delta F_{m,n})^2$:

$$(\Delta T_{m,n})^2 = \frac{4\pi}{E_{\psi_{m,n}}} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - \hat{t}_{m,n})^2 |\psi_{m,n}(t)|^2 dt \tag{1.45}$$

$$(\Delta F_{m,n})^2 = \frac{4\pi}{E_{\psi_{m,n}}} \int_{-\infty}^{+\infty} (f - \hat{f}_{m,n})^2 |\Psi_{m,n}(f)|^2 df \tag{1.46}$$

Ainsi, les formes d'onde peuvent être caractérisées dans le plan temps-fréquence par leur position moyenne $(\hat{t}_{m,n}, \hat{f}_{m,n})$ et un domaine où leur énergie est concentrée. Ce domaine est proportionnel au *produit temps-fréquence* κ avec :

$$\kappa = \Delta T_{m,n}.\Delta F_{m,n} \tag{1.47}$$

1.4.3 Choix du type de porteuse

La famille de fonction $\{\psi_{m,n}(t),\ n = -\infty, \ldots, +\infty,\ n = 0, \ldots, M-1\}$ forme un réseau discret dans le plan temps-fréquence. Pour la plupart des systèmes multiporteuses, chaque $\psi_{m,n}(t)$ est obtenue à partir d'une fonction de base $\psi(t)$ par translation temps-fréquence. Si $\psi(t)$ est centrée autour du point $(0, 0)$ dans le plan temps-fréquence, alors $\psi_{m,n}(t)$ sera centrée autour du point $(nT_s, m\Delta f)$. $\psi_{m,n}(t)$ sera obtenue à partir de $\psi(t)$ par une translation temporelle de nT_s et par une translation fréquentielle de $m\Delta f$. Ainsi, chaque porteuse $\psi_{m,n}(t)$ a la même dispersion temporelle $\Delta T_{m,n} = \Delta T$ et la même dispersion fréquentielle $\Delta F_{m,n} = \Delta F$.
La modulation multiporteuses est ainsi vue comme une mise en forme du signal dans le plan temps-fréquence et la démodulation représente la projection du signal reçu sur le réseau temps-fréquence.

On peut définir deux propriétés principales des systèmes de transmission :

– la base doit être choisie de telle sorte que les porteuses soient orthogonales entre elles. Cette propriété permet d'assurer une robustesse du système contre l'IES et l'ICI lorsque le canal n'est pas dispersif en temps et en fréquence ;
– une bonne localisation temps-fréquence au sens de la dispersion correspond à la réduction du produit entre les dispersions temporelle et fréquentielle de chaque porteuse. Plus le support numérique $\kappa = \Delta T.\Delta F$ de $\psi_{m,n}(t)$ est petit, plus l'interférence entre 2 symboles adjacents est faible.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Ces propriétés seront développées dans cette partie.

La deuxième propriété est détaillée dans les articles [58, 59, 6] qui indiquent les conditions sur les dispersions temporelle et fréquentielle des formes d'onde modulantes.
Propriété :
Pour les systèmes de modulations multiporteuses, nous utilisons les caractéristiques de dispersion temps-fréquences des formes d'onde modulantes et nous postulons que la transmission est peu sensible aux interférences (IES et ICI) si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\Delta T << T_c \tag{1.48}$$
$$\Delta F << B_c \tag{1.49}$$

Si ces conditions sont vérifiées, le canal peut être considéré comme non-dispersif en temps et non-dispersif en fréquence pour chaque forme d'onde. Une propriété importante au niveau de la localisation des fonctions de base est le principe d'incertitude d'Heisenberg.
Théorème : *Principe d'incertitude d'Heisenberg [57]*
Définies par (1.45) et (1.46), la variance temporelle et la variance fréquentielle de $\psi(t) \in L(\mathbb{R})^2$ *satisfont :*

$$\kappa = \Delta T.\Delta F \geq 1 \tag{1.50}$$

Le produit de dispersion temps-fréquence est donc minoré. Cette contrainte illustre le fait qu'un signal ne peut avoir simultanément un petit support en temps et en fréquence. Il n'est donc pas forcement possible de vérifier à la fois les conditions (1.48) et (1.49) dans la mesure où la forme d'onde est contrainte au principe d'incertitude d'Heisenberg. L'objectif est donc d'obtenir des formes d'onde dont le produit κ des dipersions temporelle et fréquentielle est le plus petit possible.

Remarque :
La borne minimale $\kappa = 1$ *est atteinte par les fonctions gaussiennes :*

$$\psi_G(t) = Ce^{-\alpha(t-\hat{t})^2+j2\pi\hat{f}(t-\hat{t})} \text{ avec } C \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{R}_+ \tag{1.51}$$

Cependant, les fonctions $\psi_G(t)$ *n'ont pas de propriétés d'orthogonalité. Leur utilisation pour un système de modulation multiporteuses serait donc considérablement altéré par les différentes interférences.*

Quand un canal est dispersif en temps et en fréquence, il engendre à la fois de l'interférences entre symboles et de l'interférences entre sous-canaux, le choix de la forme d'onde peut affecter de manière significative les performances du système. Une forme d'onde étendue en temps permet de réduire l'IES mais est sensible à la dispersion en fréquence due

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

aux variations temporelles du canal. D'autre part, une forme d'onde courte aide à réduire l'ICI mais engendre de l'IES relativement à un étalement du canal τ_L important devant la durée de la forme d'onde. Par conséquent, la forme d'onde est optimale lorsqu'elle réduit conjointement l'IES et l'ICI.

Lorsque le canal est non sélectif en temps et en fréquence (τ_L=0 et f_D=0), sa réponse impulsionnelle $h(t,\tau)$ se réduit à un seul coefficient h_0 complexe et constant : par conséquent, toutes les bases orthonormales permettent d'éviter complètement les interférences. Dès lors que le canal est dispersif en temps et/ou en fréquence, le système est perturbé et les interférences dépendent directement des formes d'onde.
La figure 1.18 illustre la notion de la localisation de la forme d'onde dans le domaine temps-fréquence afin de réduire les interférences :

- si le canal est seulement dispersif en fréquence (τ_L=0 et $f_D\neq$0), la forme d'onde optimale doit être localisée précisément en temps (A) ;
- si le canal est seulement dispersif en temps ($\tau_L\neq$0 et f_D=0), la forme d'onde optimale doit être localisée précisément en fréquence (B) ;
- si le canal est dispersif en temps et en fréquence ($\tau_L\neq$0 et $f_D\neq$0), la forme d'onde optimale doit être bien localisée en temps et en fréquence (C). Le principe d'incertitude d'Heisenberg impose un compromis entre l'optimisation temporelle et fréquentielle.

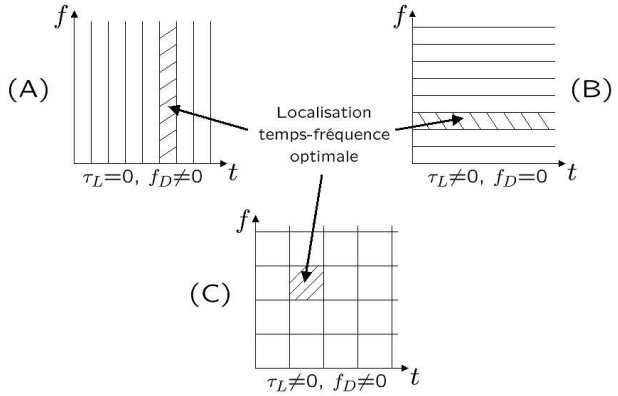

FIG. 1.18 – Representation schématique de la localisation temps-fréquence optimale d'une forme d'onde pour τ_L=0 $f_D\neq$0 (A), pour $\tau_L\neq$0 f_D=0 (B) et pour $\tau_L\neq$0 $f_D\neq$0 (C).

Une solution envisageable pour réduire simultanément l'IES et l'ICI est d'utiliser les bonnes propriétés de localisation temps-fréquence des paquets d'ondelettes. Cela revient à remplacer la DFT de la modulation OFDM par la transformée en paquets d'ondelettes discrètes. Cette approche s'appelle la modulation DWMT (Discrete Wavelet MultiTone) et est la base des travaux que nous présentons.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une introduction aux communications bande de base a été effectuée et les techniques utilisées dans les systèmes actuels ont été présentées. La description de ces techniques a été faite en utilisant une formulation générique valable pour tous les systèmes de communications numériques et montrant que l'objectif est d'obtenir une diversité temporelle, fréquentielle et des utilisateurs.
L'étude réalisée dans ce document est restreinte aux modulations multiporteuses, l'association de la modulation utilisant les ondelettes et des techniques usuelles d'accès multiples peut être l'une des perspectives de ce travail.
La modulation OFDM est performante avec l'insertion d'un préfixe cyclique. Cette technique permet la restitution parfaite de l'orthogonalité des sous-porteuses en réception. Cependant, elle nécessite une diminution notable du débit de transmission.
L'utilisation de la formulation générique proposée a permis de mettre en évidence l'importance de la localisation en temps et en fréquence pour obtenir de bonnes performances vis à vis des interférences. Ce résultat est la base des systèmes de communication utilisant la transformée en ondelettes discrètes.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Chapitre 2

Les modulations multiporteuses

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Cette partie est consacrée à la présentation des modulations multiporteuses. Une synthèse des différentes techniques actuelles est exposée dans [60].
Dans un premier temps, nous développerons la modulation OFDM de manière plus théorique que dans le premier chapitre. A partir d'un système de transmission multiporteuses, nous détaillerons les principales caractéristiques de l'OFDM : l'insertion du préfixe cyclique, l'égalisation et son implémentation. Nous verrons comment le préfixe cyclique permet d'annuler complètement les interférences en contre partie d'une perte significative du débit pouvant aller de 10 à 20% [46].
La modulation OFDM est mise en oeuvre dans les systèmes de diffusion de la télévision numérique et les résaux locaux sans fil (HIPERLAN2, 802.11a/g) [61], elle est également utilisée par les systèmes DAB [3] (Digital Audio Broadcasting) et DVB (Digital Video Broadcasting). C'est pourquoi cette modulation est la base de notre étude et servira d'élément de comparaison.
Ensuite, nous présenterons les premières alternatives à la modulation OFDM. Ces techniques utilisent la théorie des bancs de filtres et ont pour avantage de ne pas utiliser de préfixe cyclique. Les bases du filtrage multicadence seront rappelées puis différentes structures de bancs de filtres appliquées aux modulations multiporteuses seront présentées.

2.1 Présentation de la modulation OFDM

Les principes de base de la modulation OFDM ont été définis dans les années 50-60. Mais c'est pendant les années 80 avec l'évolution des circuits électroniques et du traitement numérique du signal que son intérêt et ses applications se sont développés. La modulation OFDM apparaît comme une bonne solution dans le cas de canaux multi-trajets présentant des échos importants.
En effet, un canal multi-trajets a une réponse fréquentielle qui n'est pas constante mais qui comporte des creux (on parle alors d'évanouissements fréquentiels) et des bosses dus aux échos et réflexions (cf. §1.2) entre l'émetteur et le récepteur. Un très grand débit impose une grande bande passante et si cette bande passante couvre une partie du spectre comportant des évanouissements fréquentiels, il y a une perte de l'information pour la fréquence correspondante. Le canal est alors dit « sélectif » en fréquence. Pour remédier à ce désagrément, l'idée est de répartir l'information sur un grand nombre de porteuses, créant ainsi des sous-canaux très étroits pour lesquels la réponse fréquentielle peut-être considérée comme constante. Ainsi, chaque sous-canal est non-sélectif en fréquence, mais pour certaines fréquences, les données seront très atténuées et perdues dans le bruit. Pour diminuer le nombre d'erreurs à la réception, les symboles numériques sont codés avec un codage approprié. Mais pour des symboles voisins en fréquence, une large sélectivité du canal en fréquence provoquera des erreurs sur plusieurs symboles successifs liés par le codage. Pour éviter la perte de ces symboles, un entrelacement des symboles est effectué après le codage

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

de telle façon qu'une donnée perdue soit récupérée grâce à d'autres symboles liés par le codage et modulant des fréquences d'atténuation plus faible. La modulation OFDM est performante associée à des procédés d'entrelacement et à du codage de canal, c'est la modulation COFDM (Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing) [58]. Cependant, l'entrelacement et le codage de canal ne seront pas intégrés à l'étude, les parties modulation et démodulation pouvant être étudiées indépendamment de tout codage (cf. §1.1.2.1).

2.1.1 La modulation multiporteuses orthogonale : modèle continu

La modulation multiporteuses est une technique de multiplexage des données dans le domaine fréquentiel. Contrairement à une modulation monoporteuse, elle va transmettre plusieurs bits de données simultanément sur plusieurs sous-porteuses en parallèle dans la bande de fréquence allouée pour la transmission.
La figure 2.1 décrit une chaîne de transmission multiporteuses. Les symboles sont transmis sur M porteuses de fréquence $\nu_0, \ldots, \nu_{M-1}$. $g(t)$ représente la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme de l'onde et $g^*(-t)$ celle du filtre adapté.

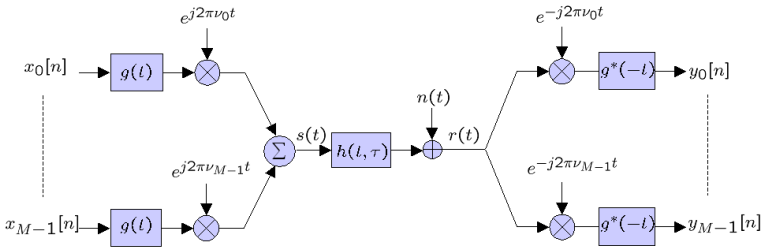

FIG. 2.1 – Chaîne de transmission multiporteuses.

De façon générale, le signal multiporteuses émis vaut :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x[m+nM]\psi_{m,n}(t) \tag{2.1}$$

avec $x[m+nM]$ le symbole complexe émis à l'instant n sur la porteuse m, $\psi_{m,n}(t)$ la fonction prototype de la modulation multiporteuses et M le nombre de sous-porteuses. Pour simplifier l'écriture, on note $x_m[n] = x[m+nM]$ le symbole complexe émis sur la porteuse m à l'instant n.
La porteuse est exprimée par $\psi_{m,n}(t) = e^{j2\pi\nu_m t} g(t - nT_s)$ où $g(t)$ est classiquement une forme d'onde rectangulaire et ν_m la $m^{\text{ième}}$ fréquence porteuse. On définit la porte rectan-

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

gulaire par :

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}}\Pi_0^{T_s}(t) = \begin{cases} 1/\sqrt{T_s} & \text{si } 0 \leq t < T_s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{2.2}$$

Ainsi, l'expression du signal multiporteuses devient classiquement :

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[n] e^{j2\pi\nu_m t} \Pi_0^{T_s}(t - nT_s) \tag{2.3}$$

2.1.1.1 Principe de la modulation OFDM : Orthogonalité des sous-porteuses

La modulation OFDM est un cas particulier de la modulation multiporteuses : l'idée est d'utiliser une base de fréquences orthogonales. L'orthogonalité entre les sous-porteuses se traduit mathématiquement par :

$$\int_0^{T_s} \psi_{m,n}(t)\psi_{p,n}^*(t) = \begin{cases} 1 & si\ m = p \\ 0 & si\ m \neq p \end{cases} \tag{2.4}$$

En pratique, l'orthogonalité implique que chacune des fréquences ν_m est multiple d'une fréquence de base. Les fréquences sont déterminées avec $\Delta f = \frac{1}{T_s}$ comme l'intervalle entre deux fréquences adjacentes.
L'expression du signal OFDM est donc :

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[n] e^{j2\pi\frac{m}{T_s}t} \Pi_0^{T_s}(t - nT_s) \tag{2.5}$$

L'orthogonalité entre les sous-porteuses permet le chevauchement des spectres des porteuses sans que le signal en réception soit affecté d'interférence entre porteuses. Ce système permet une haute efficacité spectrale, la disposition des sous-porteuses offre une utilisation optimale de la bande de fréquence allouée.
La figure 2.2 illustre le gain spectral de la modulation OFDM par rapport à une modulation multiporteuses théorique pour laquelle on impose le non recouvrement des spectres. La réprésentation des porteuses utilisée est simplifiée, le spectre réel de chaque porteuse est un sinus cardinal décalé en fréquence comme le montre l'équation (2.6). La figure montre que la bande spectrale BW_{OFDM} occupée par les porteuses OFDM est très inférieure à la bande spectrale BW_{MC} d'un système dont les spectres des porteuses ne se chevauchent pas.
Soit $\Psi_{m,n}(\nu)$ la transformée de Fourier de la forme d'onde $\psi_{m,n}(t)$, $\Psi_{m,n}(\nu)$ de la $m^{i\text{ème}}$ sous-porteuse s'exprime :

$$\Psi_{m,n}(\nu) = \sqrt{T_s}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi(\nu - \nu_m)}{\pi\Delta f}\right) \tag{2.6}$$

avec sinc(x) $= \frac{\sin(x)}{x}$ la fonction sinus cardinal.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

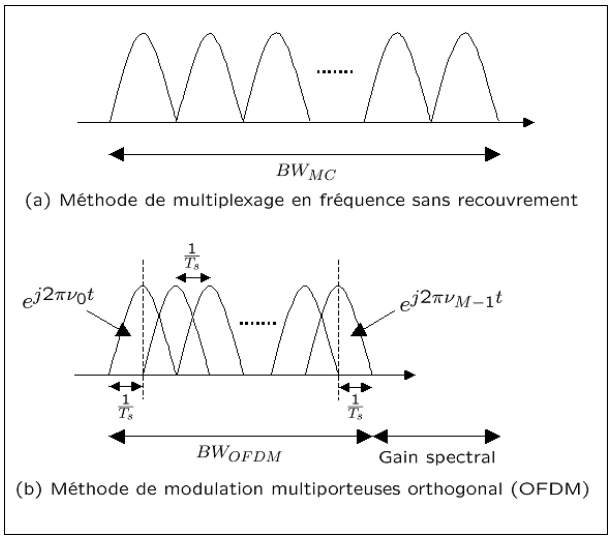

FIG. 2.2 – Spectres des porteuses de la modulation OFDM et d'une modulation multiporteuses sans recouvrement.

2.1.1.2 Le préfixe cyclique

Lorsque le canal de propagation $h(t, \tau)$ est sélectif en fréquence (cf. présentation du canal §1.2) avec une réponse impulsionnelle de durée τ_L, les L derniers échantillons d'un symbole interfèrent avec les L premiers échantillons du symbole suivant. C'est le phénomène d'interférences entre symboles (IES).
Les systèmes multiporteuses permettent de limiter ces interférences en divisant le canal en sous-canaux afin que l'atténuation du canal soit considérée comme constante sur chaque sous-canal. Cependant, lorsque l'étalement temporel du canal devient important, le nombre de sous-canaux nécessaire pour que le canal soit constant sur chaque sous-bande peut être trop élevé. En effet, plus M est grand, plus la complexité du système est importante et plus la durée T_s du symbole est grande ce qui entraîne une sensibilité aux canaux sélectifs en temps.
Afin de réduire l'effet de la propagation sans augmenter le nombre de sous-porteuses, les systèmes OFDM utilisent la technique du préfixe cyclique suggérée dans [7]. La méthode du préfixe cyclique est décrite sur la figure 2.3, il s'agit de recopier la fin du symbole OFDM au début de celui-ci. On note Δ la durée du préfixe cyclique, la durée totale du symbole OFDM transmis est donc égale à $T_s + \Delta$.

L'utilisation du préfixe cyclique a un intérêt double qui sera justifié dans le paragraphe suivant :

– **annulation des IES** par l'introduction d'un préfixe cyclique entre 2 symboles

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

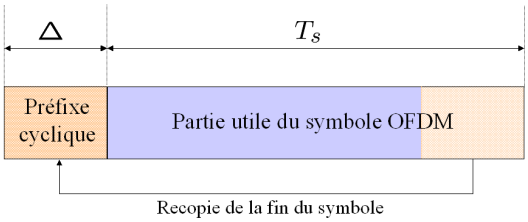

FIG. 2.3 – Insertion du prefixe cyclique.

OFDM successifs. Il faut choisir la durée de cet intervalle au moins égale à la durée τ_L de la réponse impulsionnelle du canal. Ainsi, les interférences du symbole précédant celui reçu seront présentes seulement dans le préfixe cyclique. La figure 2.4 décrit la suppression des interférences entre symboles ;

– **annulation des interférence entre sous-canaux (ISI)** en conservant l'orthogonalité entre les sous-porteuses. Nous verrons dans les paragraphes suivants comment, en introduisant de la redondance bien structurée dans le préfixe cyclique, il est possible de préserver l'orthogonalité des porteuses et une égalisation simple.

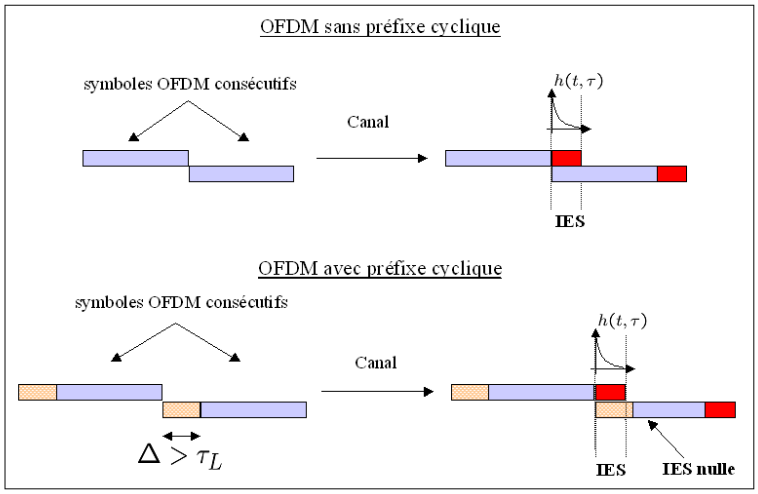

FIG. 2.4 – Suppression des interférences entre symboles.

2.1.1.3 Effet du canal de propagation

Pour un système à M sous-porteuses, le signal OFDM est donc de la forme :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[n]\psi_{m,n}(t) \text{ avec } \psi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} e^{j2\pi \frac{m}{T_s} t} \Pi_0^{T_s}(t - nT_s) \qquad (2.7)$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

On considère un canal de propagation $h(t,\tau)$ non-sélectif en temps dont la longueur de la réponse impulsionnelle est inférieure à celle du préfixe cyclique et un bruit blanc gaussien additif (AWGN) $n(t)$. Le signal reçu $r(t)$ après le passage dans le canal, s'écrit :

$$r(t) = h * s(t) + n(t) = \int_{\tau=0}^{\tau_L} h(\tau)s(t-\tau)d\tau + n(t) \tag{2.8}$$

En réception, le préfixe cyclique est retiré du signal reçu. Le préfixe contient toute l'IES provenant du symbole précédent. Le signal est ensuite démodulé par un banc de filtres adapté $\psi^*_{m,n}(-t)$ avec $m = 0, ..., M-1$.
En sortie du filtre adapté $\psi^*_{i,n}(-t)$, l'estimation $y_i[n]$ du $i^{\text{ième}}$ symbole complexe du $n^{\text{ième}}$ symbole OFDM est déterminée par :

$$\begin{aligned} y_i[n] &= \int_{t=nT_s}^{(n+1)T_s} r(t)\psi^*_{i,n}(t)dt & (2.9)\\ &= \int_{t=nT_s}^{(n+1)T_s} \left(\int_{\tau=0}^{\tau_L} h(\tau) \left[\sum_{m=0}^{M-1} x_m[n]\psi_{m,n}(t-\tau) \right] d\tau \right) \psi^*_{i,n}(t)dt & (2.10)\\ &\quad + \int_{t=nT_s}^{(n+1)T_s} n(t)\psi^*_{i,n}(t)dt & (2.11) \end{aligned}$$

On note $n_i[n] = \int_{t=nT_s}^{(n+1)T_s} n(t)\psi^*_{i,n}(t)dt$ le bruit en sortie du filtre adapté et on détermine :

$$\begin{aligned} \int_{\tau=0}^{\tau_L} h(\tau)\psi_{m,n}(t-\tau)d\tau &= \frac{1}{\sqrt{T_s}} \int_{\tau=0}^{\tau_L} h(\tau)e^{j2\pi\frac{m}{T_s}(t-\tau)}d\tau & (2.12)\\ &= \frac{1}{\sqrt{T_s}} e^{j2\pi\frac{m}{T_s}t} \underbrace{\int_{\tau=0}^{\tau_L} h(\tau)e^{-j2\pi\frac{m}{T_s}\tau}d\tau}_{H_m} & (2.13) \end{aligned}$$

avec H_m la réponse fréquentielle du canal échantillonné à la fréquence $\nu = \frac{m}{T_s}$.
On obtient ainsi :

$$y_i[n] = \sum_{m=0}^{M-1} x_m[n]H_m \int_{t=nT_s}^{(n+1)T_s} \psi_{m,n}(t)\psi^*_{i,n}(t)dt + n_i[n] \tag{2.14}$$

Les $\psi_{m,n}$ étant orthogonaux, on a $\int_{t=nT_s}^{(n+1)T_s} \psi_{m,n}(t)\psi^*_{i,n}(t)dt = \delta[m-i]$.

Finalement, le système peut donc être défini par l'équation :

$$y_i[n] = x_i[n]H_i + n_i[n] \tag{2.15}$$

avec H_i la réponse fréquentielle du canal à la $i^{\text{ième}}$ fréquence et n_i le bruit en sortie du $i^{\text{ième}}$ filtre adapté.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Le modèle OFDM peut donc être vu comme la somme de canaux parallèles indépendants (voir la figure 2.5 dans le paragraphe 2.1.3).
En pratique, la modulation et la démodulation OFDM sont réalisées de façon discrète par l'utilisation de transformée de Fourier discrète.

2.1.2 Modèle discret

L'évolution principale de la modulation OFDM est la génération numérique des symboles OFDM à l'aide d'une IFFT [5](Inverse Fast Fourier Transform). C'est grâce à des algorithmes très efficaces de IFFT (nombres de multiplications de l'ordre de $M.\log M$, détail dans le § 2.1.4) que la modulation OFDM a pu enfin imposer ses avantages dans les transmissions, notamment à travers des canaux sélectifs en fréquence.

2.1.2.1 Utilisation de la FFT

Le signal OFDM s'écrit $s(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[n] e^{j2\pi\nu_m t} \Pi_0^{T_s}(t - nT_s)$.
Durant l'intervalle de temps $[0, T_s[$, le symbole OFDM émis peut s'écrire :

$$s(t) = \sum_{m=0}^{M-1} x_m e^{j2\pi\nu_m t} \text{ avec } \nu_m = \frac{m}{T_s} \tag{2.16}$$

Pour respecter le théorème d'échantillonnage, les échantillons transmis sont ceux régulièrement espacés d'une période d'échantillonnage $T_e = \frac{T_s}{M}$ et prélevés aux instants $t = nT_e$ avec $n = 0, \ldots, M-1$. En bande de base, le signal échantillonné peut s'écrire :

$$s[n] = s(nT_e) \tag{2.17}$$

$$= \sum_{m=0}^{M-1} x_m e^{j2\pi \frac{m}{T_s} nT_e} = \sum_{m=0}^{M-1} x_m e^{j2\pi \frac{m}{M} n} \tag{2.18}$$

$$= M \underbrace{\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} x_m e^{j2\pi \frac{m}{M} n}}_{IDFT_x[n]} \tag{2.19}$$

A un coefficient M près, la grandeur $s[n]$ correspondant au signal émis se révèle être la transformée de Fourier inverse et discrète (IDFT : Inverse Discret Fourier Transform) des symboles complexe x_m. Donc, il n'est plus nécessaire de fabriquer l'ensemble des sous-porteuses OFDM avec M oscillateurs à des fréquences multiples d'une fréquence fondamentale, l'outil mathématique IDFT suffit à générer le signal à émettre.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Les opérations effectuées en réception correspondent aux opérations duales de celles réalisées à l'émission. Ainsi, pour détecter les symboles émis, une DFT est appliqué en réception.

2.1.2.2 Insertion du préfixe cyclique

Associé à l'utilisation de la transformée de Fourier discrète, le préfixe cyclique permet de supprimer les interférence entre sous-canaux (ISI) en conservant l'orthogonalité entre les sous-porteuses [7]. Après démodulation, nous allons montrer que l'effet du canal se traduit par un simple coefficient complexe par sous-porteuse.

En discret, le symbole OFDM est composé de M échantillons :

$$s[n] = \sum_{m=0}^{M-1} x_m e^{j2\pi \frac{m}{M} n} \text{ pour } 0 \leq n \leq M-1 \tag{2.20}$$

On note N_Δ le nombre d'échantillons du préfixe cyclique. L'insertion du préfixe revient à recopier les $M - N_\Delta$ derniers échantillons du symboles OFDM. Soit :

$$s[n] = s[n+M] \text{ pour } -N_\Delta \leq n \leq -1 \tag{2.21}$$

Finalement, le signal OFDM avec préfixe cyclique s'écrit :

$$s[n] = \sum_{m=0}^{M-1} x_m e^{j2\pi \frac{m}{M} n} \text{ pour } -N_\Delta \leq n \leq M-1 \tag{2.22}$$

Le canal de propagation est équivalent à une convolution à temps discret. La durée τ_L de la réponse impusionnelle du canal est supposée inférieure ou égale à la durée Δ du préfixe. Pour simplifier la démonstration, on considère qu'elle est égale à Δ (si elle ne l'est pas, il suffit de la complèter par des échantillons nuls pour obtenir N_Δ échantillons). Le signal reçu s'exprime par :

$$r[n] = \sum_{l=0}^{N_\Delta - 1} h[l] s[n-l] \tag{2.23}$$

La démodulation consiste à effectuer une DFT sur les M derniers échantillons du symbole OFDM, le préfixe cyclique est donc retiré du signal $r[n]$. Les symboles y_k reçus

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

après démodulation s'écrivent :

$$y_k = \sum_{n=0}^{M-1} r[n]e^{-j2\pi\frac{n}{M}k} = \sum_{n=0}^{M-1}\sum_{l=0}^{N_\Delta-1} h[l]s[n-l]e^{-j2\pi\frac{n}{M}k} \tag{2.24}$$

$$= \sum_{l=0}^{N_\Delta-1} h[l]e^{-j2\pi\frac{l}{M}k}\sum_{n=0}^{M-1} s[n-l]e^{-j2\pi\frac{(n-l}{M}k} \tag{2.25}$$

$$= \sum_{l=0}^{N_\Delta-1} h[l]e^{-j2\pi\frac{l}{M}k}\sum_{n'=-l}^{M-l-1} s[n']e^{-j2\pi\frac{n'}{M}k} \text{ en posant } n'=n-l \tag{2.26}$$

$$= \sum_{l=0}^{N_\Delta-1} h[l]e^{-j2\pi\frac{l}{M}k}\left\{\sum_{n'=-l}^{-1} s[n']e^{-j2\pi\frac{n'}{M}k} + \sum_{n'=0}^{M-l-1} s[n']e^{-j2\pi\frac{n'}{M}k}\right\} \tag{2.27}$$

Le premier terme dans l'accolade correspond à la modification des échantillons à l'intérieur du préfixe cyclique, le second à la modification des échantillons dans le symbole utile.
Le préfixe cyclique est choisi tel que $s[n'+M] = s[n']$ pour $-N_\Delta \leq n' \leq -1$. En remarquant que $e^{-j2\pi\frac{n'+M}{M}k} = e^{-j2\pi\frac{n'}{M}k}$, on peut écrire que :

$$\sum_{n'=-l}^{-1} s[n']e^{-j2\pi\frac{n'}{M}k} = \sum_{n'=M-l}^{M-1} s[n']e^{-j2\pi\frac{n'}{M}k} \text{ pour } -N_\Delta \leq l \leq -1 \tag{2.28}$$

En remplaçant (2.28) dans (2.27), les symboles reçus peuvent s'écrire :

$$y_k = \sum_{l=0}^{N_\Delta-1} h[l]e^{-j2\pi\frac{l}{M}k}\sum_{n'=0}^{M-1} s[n']e^{-j2\pi\frac{n'}{M}k} \tag{2.29}$$

$$= \mathrm{DFT}_h[k] * \mathrm{DFT}\{\mathrm{IDFT}_x[n']\}[k] \tag{2.30}$$

En notant $H_k = \mathrm{DFT}_h[k]$, on trouve finalement :

$$y_k = H_k x_k \tag{2.31}$$

A la réception, l'utilisation d'un préfixe cyclique transforme donc la convolution linéaire en convolution cyclique. La transformée de Fourier discrète de deux signaux convolués cycliquement est équivalente au produit de leurs transformées de Fourier discrète.
En ajoutant le bruit du canal supposé blanc et gaussien, le bruit après démodulation est un bruit gaussien décorrelé et est noté $n_k = \mathrm{DFT}_n[k]$.

$$y_k = H_k x_k + n_k \tag{2.32}$$

En synthèse, la discrétisation du modèle OFDM est appropriée sous 2 conditions :

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

- la convolution temporelle des signaux doit être circulaire, cette condition est vérifiée grâce à l'introduction du préfixe cyclique ;
- il faut que le nombre de symboles sur lesquels s'effectue la DFT soit suffisamment grand afin que l'insertion du préfixe cyclique n'entraîne pas une diminution trop importante du débit.

Ainsi, l'équation (2.32) montre que la discrétisation permet de réduire l'effet de la transmission à un coefficient multiplicatif par sous-porteuses.

2.1.3 Egalisation

Les paragraphes précédents ont permis de montrer que l'insertion du préfixe cyclique permet d'annuler parfaitement les interférences. L'équation (2.15) montre que la modulation OFDM peut donc être vue comme la somme de canaux parallèles indépendants. Cette équation, appliquée aux signaux continus, reste valable pour des signaux discrets (2.32).

Pour une transmission dans un canal $h[n]$ dispersif en temps, on a donc montré que le symbole reçu y_i correspondant au symbole x_i émis sur la $i^{\text{ième}}$ sous-porteuse est donnée par :

$$y_i = x_i H_i + n_i \tag{2.33}$$

avec H_i la réponse fréquentielle de la $i^{\text{ième}}$ sous-bande.

La figure 2.5 synthétise la décomposition de la transmission en sous-canaux indépendants. Après démodulation, l'effet du canal se traduit par une multiplication des symboles $x_i[n]$ par un coefficient égal à la réponse fréquentielle H_i de la $i^{\text{ième}}$ sous-bande du canal. Ensuite, le bruit gaussien décorrélé n_i vient s'ajouter à chaque sous-bande.
Pour corriger les déformations du signal introduites par le canal, on introduit, après la DFT, un égaliseur G formé par M multiplieurs.
Sur la figure 2.5, l'égalisation équivalente à un coefficient par sous-canal est représentée, chaque symbole démodulé $y_i[n]$ est multiplié par un coefficient G_i.

Si l'égalisation est basée sur le critère de forçage à zéro (Zero Forcing), il se réduit à un filtre inverse de la fonction de transfert du canal. Les coefficients G_i sont donnés par la relation :

$$G_i = \frac{1}{H_i} \text{ pour } 0 \leq i \leq M-1 \tag{2.34}$$

Afin de résumer les différents modules de la transmission numérique OFDM, la figure 2.6 présente la chaîne de transmission numérique OFDM : la DFT inverse de taille M, une conversion parallèle/série (P/S) des symboles et l'insertion du préfixe cyclique (Cyclic Prefix - CP) à l'émission, la convolution avec le canal de propagation, et la réception correspondant à la suppression du préfixe cyclique, une conversion série/parallèle (S/P)

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

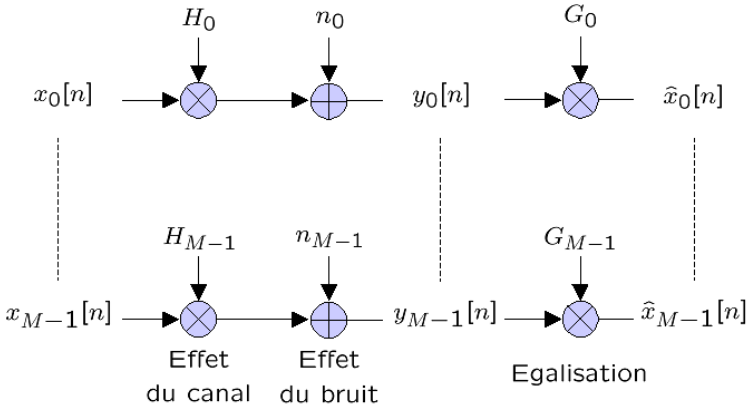

FIG. 2.5 – Représentation équivalente de la transmission OFDM.

des données, la DFT et l'égalisation dans le domaine fréquentiel.

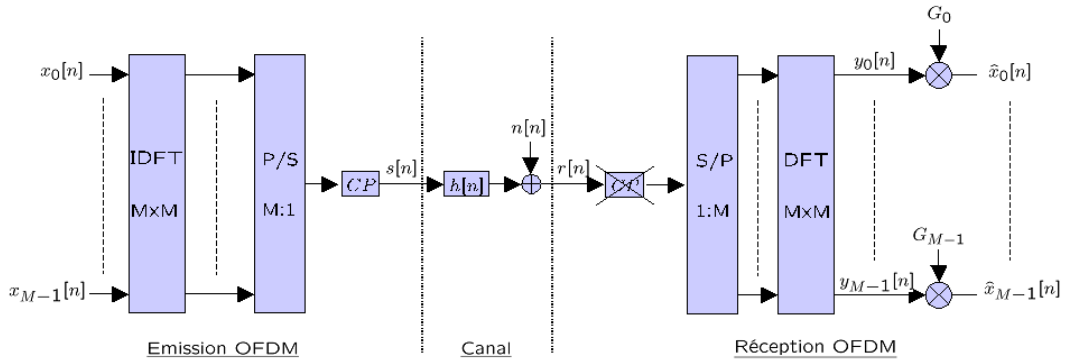

FIG. 2.6 – Chaîne de transmission numérique OFDM.

2.1.4 Complexité de la modulation OFDM

Nous avons vu (§2.1.2) que la modulation OFDM utilise l'analyse de Fourier. En effet, l'émetteur OFDM est implémenté par une IDFT et le récepteur par une DFT. C'est donc la complexité de ces éléments qui détermine celle de la modulation OFDM [62]. Nous allons donc étudier la complexité de la DFT dans cette partie [63].

Si un signal x se présente sous la forme d'une suite finie de M nombres, la transformée

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

de Fourier discrète s'écrit :

$$\mathrm{DFT}_x[n] = \sum_{m=0}^{M-1} x[m] e^{-j2\pi \frac{m}{M} n} \tag{2.35}$$

L'évaluation directe de sa transformée de Fourier (elle aussi sous la forme d'une suite de M valeurs) nécessite le nombre d'opérations suivant :

$$\begin{cases} M^2 & \text{multiplications complexes} \\ M(M-1) & \text{additions complexes} \end{cases} \tag{2.36}$$

Cette approche n'est pas optimale, des algorithmes permettent de réduire considérablement le nombre d'opérations nécessaires. L'algorithme le plus utilisé est celui de Cooley et Tukey [64, 65], cet algorithme est la transformée de Fourier rapide (FFT - Fast Fourier Transform). Ces versions usuelles supposent que M est une puissance de 2, l'algorithme est alors appelé Radix 2. Son principe est de décomposer une DFT d'ordre M en DFT élémentaires d'ordre 2.

L'algorithme commence par la séparation des M échantillons $x[m]$ en 2 groupes de $M/2$ échantillons, l'un contenant les échantillons de rang pair, l'autre ceux de rang impair. On fait alors apparaître 2 DFT d'ordre $M/2$.

$$\mathrm{DFT}_x[n] = \sum_{m=0}^{M-1} x[m] e^{-j2\pi \frac{m}{M} n} = \sum_{m=0}^{\frac{M}{2}-1} x[2m] e^{-j2\pi \frac{2m}{M} n} + \sum_{m=0}^{\frac{M}{2}-1} x[2m+1] e^{-j2\pi \frac{2m+1}{M} n} \tag{2.37}$$

En notant $x_p[m]$ les coefficients de rang pair, $x_i[m]$ ceux de rang impair, DFT_{x_p} et DFT_{x_i} leur transformée de Fourier discrète respective, on détermine que :

$$\mathrm{DFT}_x[n] = \underbrace{\sum_{m=0}^{\frac{M}{2}-1} x_p[m] e^{-j2\pi \frac{m}{M/2} n}}_{\mathrm{DFT}_{x_p}[n] \text{ d'ordre } M/2} + e^{-j2\pi \frac{n}{M}} \underbrace{\sum_{m=0}^{\frac{M}{2}-1} x_i[m] e^{-j2\pi \frac{m}{M/2} n}}_{\mathrm{DFT}_{x_p}[n] \text{ d'ordre } M/2} \tag{2.38}$$

Les séquences $\mathrm{DFT}_{x_p}[n]$ et $\mathrm{DFT}_{x_i}[n]$ sont périodiques de période $M/2$. Donc, finalement, pour déterminer les M coefficients de DFT_x, on peut écrire :

$$\text{Pour } n = 0 \ \ldots \ \frac{M}{2}, \ \begin{cases} \mathrm{DFT}_x[n] = \mathrm{DFT}_{x_p}[n] + e^{-j2\pi \frac{n}{M}} \mathrm{DFT}_{x_p}[n] \\ \mathrm{DFT}_x[\frac{M}{2} + n] = \mathrm{DFT}_{x_p}[n] - e^{-j2\pi \frac{n}{M}} \mathrm{DFT}_{x_p}[n] \end{cases} \tag{2.39}$$

Les coefficients $\mathrm{DFT}_x[n]$ peuvent donc être calculés à partir des $\mathrm{DFT}_{x_p}[n]$ et $\mathrm{DFT}_{x_i}[n]$ au moyen de $M/2$ modules élémentaires. Le module élémentaire est défini par les équations (2.39) et est réalisé au moyen d'une multiplication complexe par $e^{-j2\pi \frac{n}{M}}$ et 2 additions

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

complexes.

Le calcul d'une DFT d'ordre M se ramène donc au calcul de deux DFT d'ordre $M/2$ des séquences $x_p[m]$ et $x_i[m]$. Comme M est une puissance de 2, on peut itérer le procédé et se ramener à des DFT d'ordre 2.
D'une manière générale, pour $M = 2^L$, le calcul s'effectue en L itérations et chaque itération comprend $M/2$ modules élémentaires.

Pour le calcul d'une DFT d'ordre M où M est une puissance de 2, l'algorithme Radix 2 nécessite donc le nombre d'opérations suivant :

$$\begin{cases} \frac{M}{2}\log_2 M & \text{multiplications complexes} \\ M\log_2 M & \text{additions complexes} \end{cases} \tag{2.40}$$

L'algorithme Radix utilisé pour la FFT est également applicable pour la transformée de Fourier discrète inverse, on parle alors de IFFT (Inverse Fast Fourier Transform). La complexité de l'IFFT est donc identique [62] à celle de la FFT.

On retiendra donc que la modulation OFDM a une complexité en $\Theta(M\log M)$ pour générer un symbole OFDM.

2.1.5 Conclusion sur la modulation OFDM

Un des grands avantages de la modulation OFDM est d'avoir simplifié l'égalisation qui se réduit à un coefficient par sous-canal.
L'utilisation d'un préfixe cyclique présente plusieurs avantages :

- la réduction de l'IES et de l'ISI ;
- une structure de récepteur simple (suppression du préfixe cyclique en réception) ;
- une égalisation dans le domaine fréquentiel simple à mettre en œuvre ;
- la redondance introduite dans le préfixe cyclique peut être utilisée pour la synchronisation [66].

Toutefois, l'insertion d'un préfixe cyclique conduit à une perte en débit puisque la durée totale du symbole OFDM vaut désormais $T_s + \Delta$. Le débit global du système est donc réduit d'un facteur $\frac{T_s+\Delta}{T_s}$.
Cette technique est donc très avantageuse mais elle impose une restriction au niveau du débit. Ce n'est donc pas forcement le bon choix de l'utiliser notamment pour des systèmes demandant une grande efficacité spectrale.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

2.2 Utilisation du filtrage multicadence pour les modulations multiporteuses

L'OFDM est la technique de modulation multiporteuses développée actuellement. Ces attraits sont la simplicité de mise en oeuvre et une réduction des interférences. Son principal défaut est la diminution du débit due à l'insertion du préfixe cyclique.
Des techniques sont étudiées actuellement pour pallier le désavantage de la modulation OFDM. Leur principe est d'utiliser des formes d'onde moins sensibles au canal de transmission que celles utilisées dans la modulation OFDM. La plupart de ces techniques reposent sur la théorie des bancs de filtres.
Dans cette partie, nous allons faire une présentation du traitement multicadence qui est la base de la théorie des bancs de filtres [67]. Nous verrons ensuite ses applications aux modulations multiporteuses.

2.2.1 Introduction au filtrage multicadence

On parle de filtrage multicadence lorsqu'une chaîne de traitement comporte des sections qui travaillent avec des fréquences d'échantillonnages différentes. Dans leurs formes les plus usuelles, les filtres multicadences sont utilisés pour diminuer (on parle alors de filtre décimateur) ou augmenter (on parle alors de filtre expanseur ou de filtre interpolateur) le débit d'un flot de données [68].

2.2.1.1 Les filtres décimateurs et expanseurs

Le filtre décimateur est composé de 2 étapes décrites sur la figure 2.7 : un filtre passe-bas $G(z)$ et un sous-échantillonneur d'ordre M noté $(\downarrow M)$.

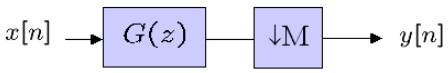

FIG. 2.7 – Filtre décimateur : filtre passe-bas suivi d'un sous-échantillonnage.

Le filtre permet de limiter la bande spectrale occupée par le signal d'entrée $x[n]$. Si on note f_y et f_x respectivement les fréquences d'échantillonage des signaux y et x, le sous-échantillonnage d'ordre M induit que $f_y = \frac{f_x}{M}$. Il faut donc, pour respecter le théorème d'échantillonnage de Nyquist, que la bande B occupée par le signal filtré satisfasse $B < f_y$.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

L'expression du signal de sortie s'écrit alors dans le domaine temporel :

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]g[nM - k] \tag{2.41}$$

Le filtre expanseur d'ordre M est composé de 2 étapes décrites sur la figure 2.8 : un sur-échantillonneur d'ordre M noté ($\uparrow M$) suivi d'un filtre passe-bas $H(z)$.

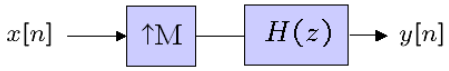

FIG. 2.8 – Filtre expanseur : sur-échantillonage suivi d'un filtre interpolateur.

Le sur-échantillonneur d'ordre M insère $M - 1$ zéros entre chaque échantillon d'entrée. Au niveau spectral, l'opération de sur-échantillonnage a pour effet de dupliquer M fois le spectre du signal d'entrée. Le filtre interpolateur sert à supprimer ces spectres dupliqués. L'expression du signal de sortie s'écrit alors dans le domaine temporel :

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n - kM] \tag{2.42}$$

Les règles de permutations des opérateurs permettent de simplifier les structures des filtres décimateur et expanseur présentés sur les figures 2.7 et 2.8. Le principe est de permuter les filtres et les échantillonneurs afin de réaliser le filtrage à la fréquence d'échantillonnage la plus faible. Ces structures simplifiées sont présentés sur la figure 2.9 et sont décrites par le théorème suivant [67, 69].

Théorème : *Identités Noble*
Soient $H(z)$ et $G(z)$ des filtres numériques et $M \in \mathbf{N}$:

1. *Le signal $y[n]$ obtenu par sur-échantillonnage d'ordre M de $x[n]$ puis filtrage par $H(z^M)$ est identique à celui obtenu filtrage de $x[n]$ par $H(z)$ puis sur-échantillonnage d'ordre M.*
2. *Le signal $y[n]$ obtenu par filtrage de $x[n]$ par $G(z^M)$ puis sous-échantillonnage d'ordre M est identique à celui obtenu sous-échantillonnage d'ordre M de $x[n]$ puis filtrage par $G(z)$.*

2.2.1.2 Représentation polyphase

La décomposition polyphase des signaux est une représentation bien adaptée au filtrage multicadence. Elle permet d'obtenir des descriptions efficaces de filtres. Son application

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

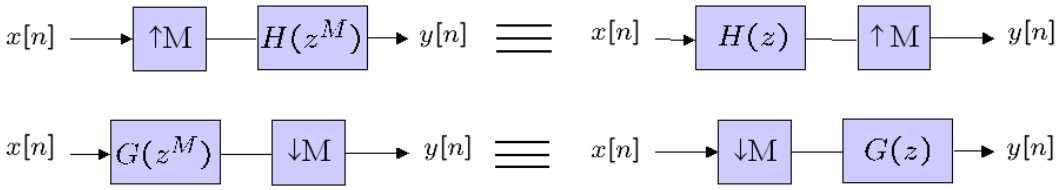

FIG. 2.9 – Permutation des opérateurs.

aux filtres décimateurs et aux interpolateurs permet de réduire leur complexité d'implémentation [67].

Définition : Soit $x[n]$ une séquence numérique, on appelle composantes polyphases d'ordre M de $x[n]$ les séquences $E_k[n]$ ou $R_k[n]$ définies pour $k \in [0, M-1]$ telles que :

$$\begin{array}{ll} e_k[n] = x[nM+k] & : \text{ les composantes polyphases de type 1} \\ r_k[n] = x[nM-k+M-1] & : \text{ les composantes polyphases de type 2} \end{array} \tag{2.43}$$

On note que les composantes polyphases de type 1 et 2 sont liées par la relation :

$$e_k[n] = r_{M-1-k}[n] \tag{2.44}$$

Cette décomposition peut également s'écrire sur les transformées en Z. En notant $E_k(z)$ et $R_k(z)$ les transformée en Z de $e_k[n]$ et $r_k[n]$ respectivement, celle $X(z)$ de la séquence $X[n]$ peut alors s'écrire :

$$X(z) = \sum_{k=0}^{M-1} E_k(z^M) z^{-k} = \sum_{k=0}^{M-1} R_k(z^M) z^{-(M-1-k)} \tag{2.45}$$

La décomposition polyphase peut être réalisée de la façon présentée sur la figure 2.10. Le symbole z^{+1} représente un délai unitaire (la transformée en Z de $x[n+1]$ s'écrit $z^{+1}X(z)$). Cette représentation montre bien le lien entre la décomposition polyphase et le traitement multicadence. Pour la décomposition polyphase de type 1, on peut également remarquer que cette structure est équivalente à une conversion série/parallèle des données.

2.2.1.3 Les bancs de filtres à reconstruction parfaite

Un banc de filtres est une structure parallèle de filtres décimateurs et expanseurs. Il est constitué d'un banc d'analyse et d'un banc de synthèse. Le banc d'analyse permet de diviser un signal en plusieurs composantes, il est réalisé par un ensemble de filtres décimateurs en parallèle auxquels on applique le même signal d'entrée. Le banc de synthèse permet de reconstituer un signal à partir de plusieurs signaux, il est réalisé par un ensemble de filtres expanseurs.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

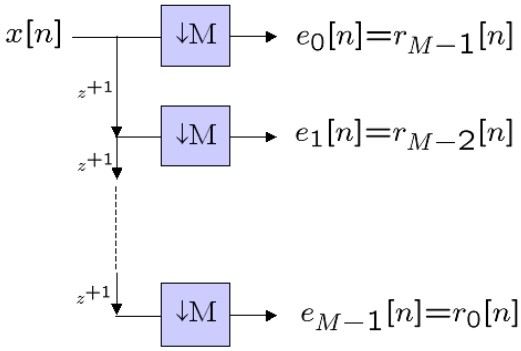

FIG. 2.10 – Décomposition polyphase d'une séquence $x[n]$.

La figure 2.11 représente une structure typique de banc de filtres uniformes. On parle de banc de filtres uniforme lorsque que les facteurs de sous-échantillonnage et de sur-échantillonnage sont identiques pour chaque filtre décimateur et expanseur. De plus, si le nombre de branches du banc représenté est égal au facteur de sur-échantillonnage, on parle de banc de filtres à échantillonnage critique. Dans notre étude, ce facteur est noté M.

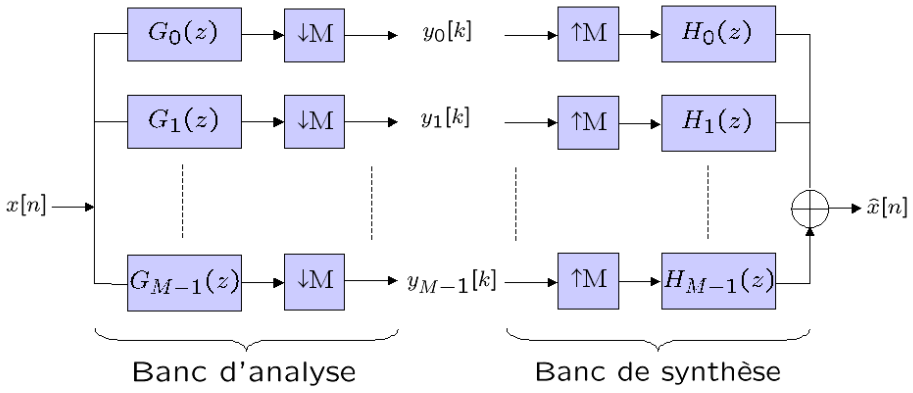

FIG. 2.11 – Banc de filtres uniforme.

Le signal d'entrée $x[n]$ est donc décomposé en M composantes $y_m[k]$, $m = 0, \ldots, M$-1, par un **banc d'analyse**. Chaque composante $y_m[k]$ a une cadence M fois plus faible que $x[n]$ et est obtenu par un filtre décimateur de réponse impulsionnelle $g_m[k]$. Chaque composante s'écrit :

$$y_m[k] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] g_m[kM - n], \text{ pour } m = 0, \ldots, M-1 \tag{2.46}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Le **banc de synthèse** permet de reconstruire un signal $\hat{x}[n]$ à partir des M composantes. Les composantes $y_m[k]$ sont filtrées par des filtres expanseurs de réponse impulsionnelle $h_m[k]$ puis sont additionnées pour former le signal $\hat{x}[n]$ qui a la même cadence que $x[n]$. Le signal synthétisé s'écrit :

$$\hat{x}[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} y_m[k] h_m[n - kM] \tag{2.47}$$

Le banc de filtres est à **reconstruction parfaite**, lorsque le signal de sortie $\hat{x}[n]$ est égal à $x[n]$ à un retard D près, soit $\hat{x}[n] = x[n - D]$.
En remplaçant l'équation (2.46) dans (2.47), on obtient :

$$\hat{x}[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} x[p] g_m[kM - p] h_m[n - kM] \tag{2.48}$$

En posant $g_V(n,p) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} g_m[kM - p] h_m[n - kM]$, l'expression devient :

$$\hat{x}[n] = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} x[p] g_V(n,p) \tag{2.49}$$

La reconstruction parfaite sera donc obtenue pour :

$$g_V(n,p) = \delta[n - p - D] \tag{2.50}$$

Lorsque le banc de filtres est à échantillonnage critique, une condition nécessaire de reconstruction parfaite est :

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} g_m[kM - p] h_m[n - kM] = \delta[n - p - D] \tag{2.51}$$

L'équation (2.51) est dite condition de biorthogonalité.

Les bancs de filtres permettent donc de décomposer un signal en plusieurs composantes et de reconstituer parfaitement le signal à partir de ces composantes sous certaines conditions sur le choix des filtres. De manière typique, les filtres sont des filtres passes-bandes décalés en fréquence, il permettent donc une analyse fréquentielle du signal. Des applications utilisent les bancs de filtres pour modifier certaines sous-bandes, des traitements sont effectués entre les bancs d'analyse et de synthèse afin de modifier le signal d'origine.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

2.2.1.4 Les transmultiplexeurs

Les transmultiplexeurs sont des structures issues de la théories des bancs de filtres. Ils sont obtenus en inversant le banc d'analyse et de synthèse de la structure banc de filtres. La figure 2.12 représente une structure typique de transmultiplexeur. Le principe est donc de combiner plusieurs signaux $x_m[k]$ en un seul signal $s[n]$ par un banc de synthèse. Les signaux d'origine sont ensuite reconstitués par un banc d'analyse.

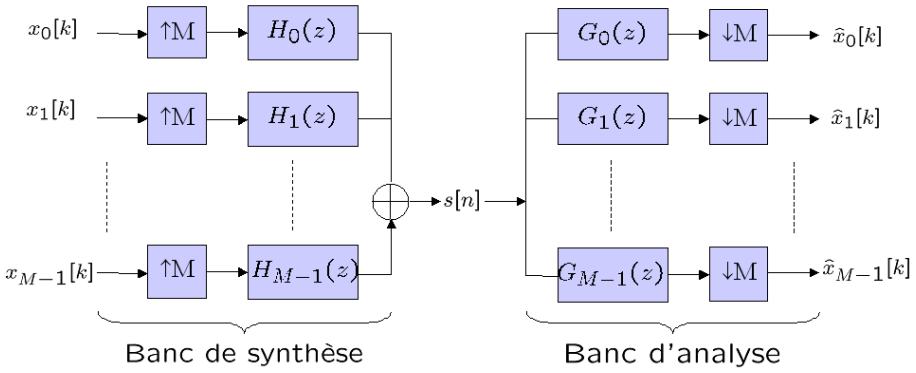

FIG. 2.12 – Représentation d'un transmultiplexeur.

Comme pour les bancs de filtres, le filtre de synthèse est composé de M branches composées de filtres expanseurs de réponse impulsionnelle $h_m[k]$. L'expression du signal $s[n]$ est donc :

$$s[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[k] h_m[n - kM] \tag{2.52}$$

On peut également réécrire l'expression du banc d'analyse dans le cas du transmultiplexeur :

$$\hat{x}_m[k] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s[n] g_m[kM - n], \text{ pour } m = 0, \ldots, M-1 \tag{2.53}$$

Sur la figure 2.12, le signal $s[n]$ n'est pas modifié entre le banc de synthèse et le banc d'analyse, c'est le cas idéal. Dans les applications des transmultiplexeurs, le signal subit des modifications dues à une transmission.
Dans le cas où la transmission est idéale, on peut également définir des conditions de reconstruction parfaite. Le transmultiplexeur est dit à « **reconstruction parfaite** », lorsque :

$$\hat{x}_m[k] = x_m[k - D] \text{ pour } m = 0, \ldots, M-1 \tag{2.54}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

En remplaçant l'équation (2.52) dans (2.53), les signaux de sortie s'écrivent :

$$\hat{x}_m[k] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[p] h_m[n - pM] g_m[kM - n] \tag{2.55}$$

En posant $h_V(n,p) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} h_m[n - pM] g_m[kM - n]$, on obtient :

$$\hat{x}_m[k] = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} x_m[p] h_V(n,p) \tag{2.56}$$

De façon similaire aux bancs de filtres, les conditions de reconstruction parfaite sont obtenus pour $h_V(n,p) = \delta[n - p - D]$ soit :

$$h_V(n,p) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} h_m[n - pM] g_m[kM - n] = \delta[n - p - D] \tag{2.57}$$

Les applications des transmultiplexeur sont déterminées par la caractérisation des filtres de synthèse et d'analyse. On remarque que l'expression (2.52) du signal $s[n]$ est similaire à l'expression générique des systèmes de communication définie dans le chapitre précédent :

$$s[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[k] \psi_{m,k}[n] \tag{2.58}$$

C'est donc à partir de ce type de structure que peuvent être construites de nouvelles techniques de modulations multiporteuses.

2.2.2 Les transmultiplexeurs modulés

De nombreuses études ont été effectuées sur l'utilisation des transmultiplexeurs aux modulations multiporteuses, elles utilisent le cas particulier des transmultiplexeurs modulés. On distingue deux familles de transmultiplexeurs modulés :

- **les transmultiplexeurs modulés complexes** utilisés dans la modulation Filtered MultiTone (FMT) créée pour les réseaux DSL [70, 71]. Des applications aux transmissions sans fil ont également été étudiées dans [72, 73]. Cette technique apparaît également dans les modulations OFDM/OQAM (Offset QAM)[59], OFDM/QAM suréchantilloné [69] et BFDM (Biorthogonal Frequency Division Multiplex)/QAM suréchantilloné [74] ;
- **les bancs de filtres en cosinus** ont été étudiés dans un contexte multiporteuses [75, 76] et [77]. Ces structures sont souvent appelées Discrete Wavelet MultiTone (DWMT) [78] puis [79, 80, 81]. Des travaux ont été effectués dans un contexte MC-CDMA [33] et pour les réseaux électriques (PowerLine) [82].

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Des études [70] ont montré la qualité des modulations basées sur les transmultiplexeurs modulés pour des transmissions sur des supports filaires (DSL). Les études sur des réseaux sans fil [72, 73] montrent des performances inférieures à celle de la modulation OFDM. Les interférences en réception peuvent être atténuées par des techniques d'égalisation mais ces techniques sont complexes en comparaison à l'égalisation de la modulation OFDM.

Le principe des bancs de filtres modulés est de construire les filtres M-bandes à partir d'un filtre prototype. Il existe ensuite plusieurs techniques pour construire l'ensemble des filtres à partir du filtre prototype.

Soit B la bande de fréquence allouée à la transmission, on note $\nu = \frac{f}{B}$ la fréquence normalisée.
Le filtre prototype est un filtre passe-bas symétrique dont la fréquence de coupure vaut $1/2M$. La bande de fréquence du signal est répartie sur les M filtres. Le filtre prototype doit donc avoir idéalement une largeur de bande passante :

$$\nu_s = \frac{1}{M} \tag{2.59}$$

La réponse fréquentielle schématisée du filtre prototype est représentée sur la figure 2.13. L'objectif est d'approcher cette réponse avec un nombre donné de coefficients réels. On note T le nombre de coefficients du filtre. Sa fonction de transfert est :

$$H(z) = \sum_{n=0}^{T-1} h[n] z^{-n} \tag{2.60}$$

Décalages fréquentiels complexes
Les transmultiplexeurs modulés complexes ont été introduits dans [83] et sont ceux utilisés par la modulation FMT. Les filtres de synthèse sont obtenus par décalage complexe de $H(z)$ de $\frac{1}{M}$ et sont donnés par l'équation (2.61).

$$h_i[n] = \frac{1}{\sqrt{M}} h[n] e^{j2\pi \frac{i}{M} n},\ i = 0,\ \ldots,\ M-1 \tag{2.61}$$

Les filtres h_i ont des coefficients complexes. La figure 2.14 décrit la branche i du transmultiplexeur complexe. Les réponses fréquentielles des filtres décalés en fréquence H_i sont donnés sur la figure 2.13.

En comparaison avec la figure 2.2 montrant la réponse fréquentielle des porteuses OFDM, on remarque que la modulation FMT a un découpage fréquentiel identique à celui de la modulation OFDM, les sous-porteuses sont espacées de $\Delta\nu = \frac{1}{M}$. La différence se situe au niveau de l'allure spectrale des sous-porteuses : en sinus cardinal pour la modulation OFDM et déterminé par $H(z)$ pour la FMT.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

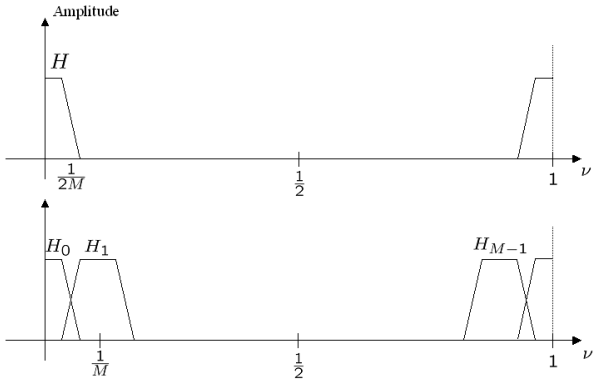

FIG. 2.13 – Réponses fréquentielles du filtre prototype et du transmultiplexeur de type FMT.

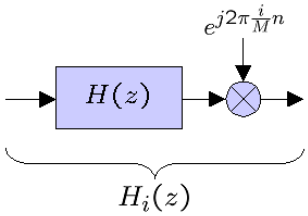

FIG. 2.14 – Version décalée en fréquence du filtre prototype.

Remarque :
La structure de l'émetteur FMT proposée dans ce document est à échantillonnage critique comme proposée dans [73]. Cependant, des structures plus générales sont présentées dans [70, 71, 72] où le facteur de sur-échantillonage est supérieur au nombre de sous-porteuses du système multiporteuses. Ceci offre une liberté supplémentaire dans la construction des filtres et l'orthogonalité entre les sous-porteuses.

Décalages fréquentiels en cosinus
Une autre méthode pour décaler les filtres en fréquence est de moduler le filtre prototype avec un cosinus. La construction de banc de filtres en cosinus est décrite dans [84]. Dans ce cas, on obtient les transmultiplexeurs réels modulés en cosinus.
Les filtres de synthèse sont construits de cette façon à partir du filtre prototype $h[n]$:

$$h_i[n] = 2h[n]\cos\left(\frac{n(2i+1)\pi}{2M}\right) \text{ pour } i = 0, \ldots, M-1 \tag{2.62}$$

Les coefficients des filtres h_i sont donc réels, leur réponse fréquentielle est symétrique par rapport $\nu = 0.5$. Afin d'occuper la totalité de la bande de façon optimale, les filtres

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

doivent être obtenus par décalage réel en fréquence de $\Delta\nu = \frac{1}{2M}$ du filtre prototype.
La figure 2.15 décrit les réponses fréquentielles des filtres H_i. Dans ce cas, le découpage fréquentiel est différent de celui des modulations OFDM et FMT, les sous-canaux engendrés sont symétriques par rapport à $\nu = 0.5$.

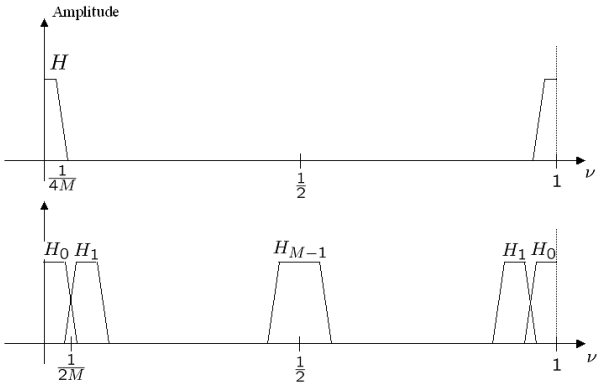

FIG. 2.15 – Réponses fréquentielles idéales du filtre prototype et du transmultiplexeur de type DWMT.

2.2.3 Structure efficace de l'émetteur FMT

Dans cette partie, nous allons appliquer la décomposition polyphase aux bancs de filtres afin d'établir une implémentation à complexité de calcul réduite de la structure de la figure 2.12. Nous étudierons le cas des transmultiplexeurs modulés de type FMT présentés dans le paragraphe précédent. Cette structure classique de l'émetteur FMT est décrite dans [73].
La structure des transmultiplexeurs présentée sur la figure 2.12 utilise déja une décomposition polyphase des symboles $x_m[k]$, on l'appelera cependant « implémentation directe » du transmultiplexeur.
La structure présentée dans ce paragraphe utilise la décomposition polyphase des symboles $x_m[k]$ mais aussi celle du filtre $h[n]$, on l'appelera « implémentation polyphase » du transmultiplexeur.

2.2.3.1 Utilisation de la décomposition polyphase

En utilisant l'équation de sortie d'un transmultiplexeur (2.52) et la définition des filtres modulés (2.61), le signal FMT peut s'écrire :

$$s[n] = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{i=0}^{M-1} x_i[k] h[n - kM] e^{j2\pi \frac{i}{M}(n-kM)} \tag{2.63}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Soit,

$$s[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[n-kM] \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{M-1} x_i[k] e^{j2\pi \frac{in}{M}} \tag{2.64}$$

En posant le changement de variable $n = lM - m$, on peut introduire les composantes polyphases d'ordre 1 de $s[n]$ et $h[n]$. Soit $s_{(m)}[l] = s[lM+m]$ et $h_{(m)}[l] = h[lM+m]$ pour m=0, ..., M−1, on obtient :

$$s_{(m)}[l] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_{(m)}[l-k] \underbrace{\frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{M-1} x_i[k] e^{j2\pi \frac{im}{M}}}_{\mathrm{IDFT}_x^{(m)}[k]} \tag{2.65}$$

avec $\mathrm{IDFT}_x^{(m)}[k]$ la transformée de Fourier inverse de $x_i[k]$.
Finalement, les composantes polyphases du signal $s[n]$ sont donc déterminées par :

$$s_{(m)}[l] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_{(m)}[l-k] \mathrm{IDFT}_x^{(m)}[k] \tag{2.66}$$

La $m^{i\text{ème}}$ composante polyphase du signal $s[n]$ est obtenue en filtrant la $m^{i\text{ème}}$ sortie de la IFDT par la $m^{i\text{ème}}$ composante polyphase du filtre $h[n]$. Le signal $s[n]$ est ensuite reconstitué à partir de ses composantes polyphases par une conversion série/parallèle. La figure 2.16 traduit l'équation (2.66) et représente donc une implémentation efficace du transmultiplexeur modulé.

2.2.3.2 Etude de la complexité

La complexité des deux structures de l'émetteur FMT est maintenant détaillée : celle de l'implémentation directe du transmultiplexeur comme représentée sur la figure 2.12 (en considérant seulement le banc de synthèse) et celle de l'implémentation utilisant la décomposition polyphase présentée sur la figure 2.16.

Intéressons-nous dans un premier temps à l'implémentation directe de l'émetteur représentée par le banc de synthèse de la figure 2.12. L'introduction de zéros due au suréchantillonnage de chaque $x_i[k]$ fait que seulement $\frac{T}{M}$ coefficients du filtre $h_i[n]$ sont nécessaires pour le calcul d'un échantillon de sortie $s[n]$. Les coefficients du filtre sont réels, il faut donc $2\frac{T}{M}$ multiplications réelles et $2(\frac{T}{M}-1)$ additions réelles pour effectuer le filtrage. La figure 2.14 montre que l'exponentielle complexe multiplie chaque échantillon en sortie du filtre. Par branche de l'émetteur, il faut donc $2\frac{T}{M}+4$ multiplications réelles et $2(\frac{T}{M}-1)$ additions réelles.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

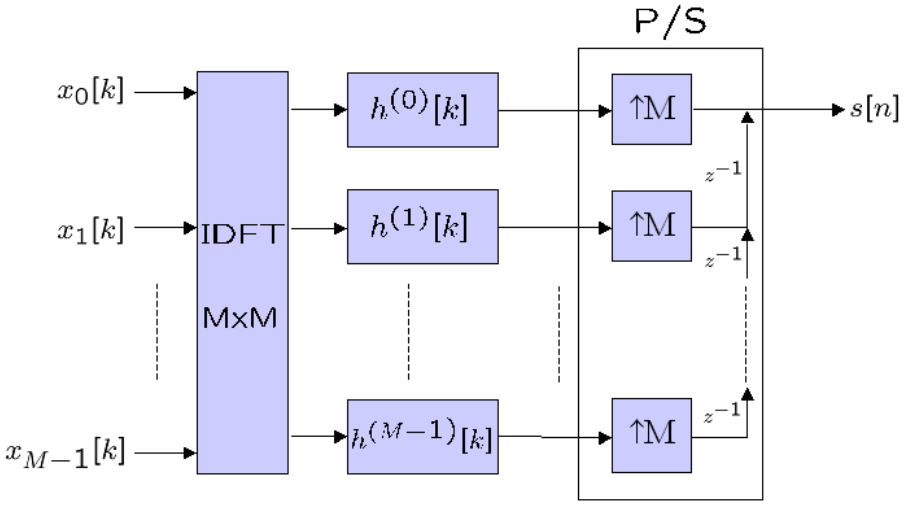

FIG. 2.16 – Structure de l'émetteur FMT utilisant la décomposition polyphase du filtre prototype.

Chaque émetteur est composé de M branches, un échantillon de sortie $s[n]$ est la somme des échantillons de chaque branche. Au total, le calcul d'un échantillon $s[n]$ nécessite :

$$\begin{cases} 4M(\frac{T}{2M}+1) & \text{multiplications réelles} \\ M(2\frac{T}{M}-1) & \text{additions réelles} \end{cases} \tag{2.67}$$

Pour l'implémentation utilisant la structure polyphase, nous avons vu dans le paragraphe 2.1.4 qu'une DFT inverse de taille M a une complexité de $\frac{M}{2}\log_2 M$ multiplications complexes, et $M\log_2 M$ additions complexes. Chaque filtre polyphase a une longueur de $\frac{T}{M}$ et est composé de coefficients réels. Donc, le nombre d'opérations nécessaire au calcul d'un échantillon $s[n]$ est :

$$\begin{cases} 2log_2 M + 2\frac{T}{M} & \text{multiplications réelles} \\ 2log_2 M + 2(\frac{T}{M}-1) & \text{additions réelles} \end{cases} \tag{2.68}$$

La taille des filtres utilisés pour la modulation FMT est généralement proportionnelle au nombre de sous-bandes soit $T = \gamma M$. γ correspond à la longueur des filtres polyphases, les systèmes FMT sont étudiés pour $\gamma = 10$ ou 16 [70].
La tableau 2.1 indique la complexité en nombre de multiplications réelles de l'émetteur FMT pour l'implémentation directe et l'implémentation polyphase. La complexité est donnée pour différentes taille des filtres et en fonction du nombres de sous-bandes.

Les résultats sont significatifs : la structure polyphase utilise un nombre de multiplications très faible en comparaison avec l'implémentation directe de l'émetteur FMT. La différence est d'autant plus grande que la taille des filtres polyphases γ et le nombre de

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

		Directe	Polyphase
M=64	$\gamma = 10$	1536	32
	$\gamma = 16$	2304	44
M=128	$\gamma = 10$	3072	34
	$\gamma = 16$	4608	46
M=256	$\gamma = 10$	6144	36
	$\gamma = 16$	9216	48

TAB. 2.1 – Nombre de multiplication de l'implémentation des structures directe et polyphase de l'émetteur FMT.

sous-bandes M sont grands.

La structure polyphase associée à l'algorithme de FFT permet donc une implémentation à complexité réduite de l'émetteur FMT.

2.2.4 Lien entre les modulations FMT et OFDM

La modulation OFDM est en fait un cas particulier de la FMT où le filtre prototype est une fenêtre rectangulaire de taille $T = M$ dans le domaine temporel (soit un sinus cardinal dans le domaine fréquentiel).
La figure 2.17 représente la RI du filtre prototype $h[n]$ qui a pour expression :

$$h[n] = \sqrt{M} \text{ pour } n = 0, \ldots, M-1 \tag{2.69}$$

FIG. 2.17 – Réponse implusionelle du filtre prototype pour la modulation OFDM.

Lorsque le filtre prototype est une fenêtre rectangulaire, l'équation du signal FMT (2.63) devient :

$$s[n] = \sum_{i=0}^{M-1} x_i e^{j2\pi \frac{i}{M} n} \tag{2.70}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

On retrouve ainsi l'expression du signal OFDM (2.18) définie précédemment dans le paragraphe 2.1.2.

La structure polyphase peut également être appliquée dans le cas de l'émetteur OFDM. Dans ce cas, les composantes polyphases d'ordre 1 du filtre $h[n]$ sont triviales : elles sont composées d'un seul échantillon. Les filtres en sortie de la IDFT ont donc pour réponses impusionelles :

$$h_i[k] = \sqrt{M}\delta[k] \text{ pour } n = 0, \ldots, M-1 \tag{2.71}$$

La figure 2.18 montre l'implémentation efficace de l'émetteur OFDM. Les filtres polyphases sont simplement des coefficients multiplicatifs. La structure de l'émetteur est donc réduit à une IDFT. On remarque que cette structure est identique à celle déterminée dans le paragraphe 2.1.3 et représentée sur le figure 2.6.
Sur la figure 2.18, l'insertion du préfixe cyclique propre à la modulation OFDM est également représentée. La recopie de la fin du symbole au début de celui-ci est décrite ici avant la conversion série/parallèle.

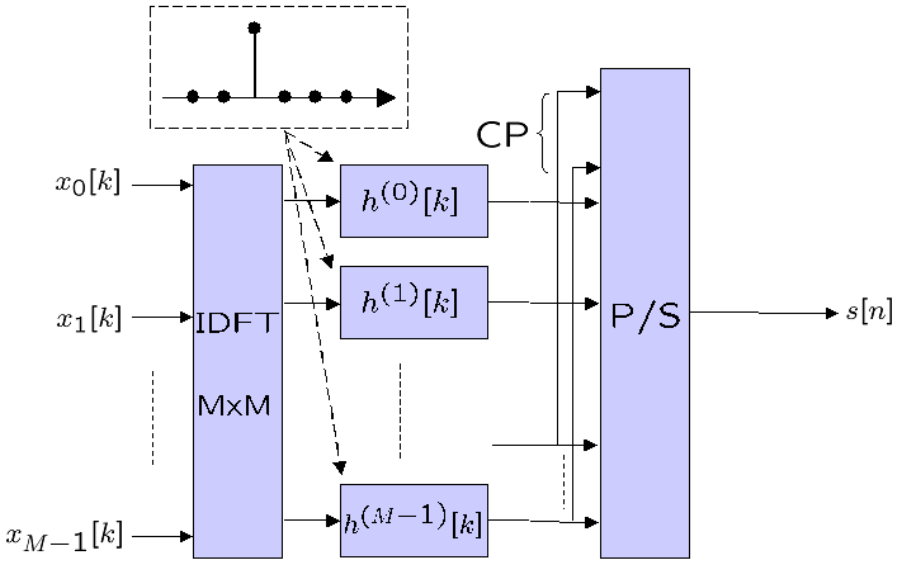

FIG. 2.18 – Structure polyphase appliquée à la modulation OFDM.

Les modulations OFDM et FMT peuvent donc être représentée par des bancs de filtres modulant basés sur un filtre prototype. Lorsque $h[n]$ est rectangulaire, la modulation effectuée est équivalente à la modulation OFDM, la structure polyphase permet de retrouver l'implémentation efficace de la modulation OFDM par l'utilisation d'une IDFT/DFT. Lorsque que le filtre est différent d'une porte, on parle de modulation FMT.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

2.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons détaillé les systèmes de modulation multiporteuses développés actuellement : la modulation OFDM et les modulations multiporteuses basées sur les bancs de filtre. Nous avons vu que l'utilisation d'un préfixe cyclique est une des propriétés intéressantes de la modulation OFDM. En effet, la redondance associée aux propriétés de la DFT permet l'annulation des interférences et une égalisation réduite à un coefficient par sous-porteuses.
Cette technique est adaptée à la modulation OFDM et n'est pas utilisée pour les modulations FMT et DWMT. Ainsi, les techniques de modulation multiporteuses basées sur la théorie des bancs de filtres ont montré leur qualité au niveau de l'efficacité spectrale : il n'y a pas de perte de débit due à l'insertion du préfixe cyclique. La théorie des ondelettes et son application aux bancs de filtres permet de construire une modulation multiporteuses qui va dans le sens des systèmes FMT et DWMT. La présentation de la modulation multiporteuses basée sur les ondelettes fait l'objet du chapitre suivant.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Chapitre 3

Etude théorique de la DWMT

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Dans le premier chapitre, nous avons mis en évidence l'importance de la localisation en temps et en fréquence pour limiter les interférences lors d'une transmission à travers un canal multi-trajets variable dans le temps. Dans le chapitre 2, nous avons vu certaines alternatives à la modulation OFDM utilisant le filtrage multicadence pour le développement d'un système multiporteuses.
Dans ce chapitre, les éléments de base de la théorie des ondelettes seront introduits. Ce développement est restreint aux éléments permettant la création de bases orthogonales utilisées pour la modulation multiporteuses. Nous verrons ensuite comment appliquer la théorie des ondelettes et des bancs de filtres aux modulations multiporteuses.
La dernière partie de ce chapitre est une première étude didactique amenant à une comparaison théorique entre la modulation OFDM et la modulation DWMT. En effet, le schéma de transmission OFDM sera celui de référence pour l'évaluation de la modulation multiporteuses utilisant les ondelettes. La comparaison se fera en terme de complexité, de débit et de formes d'onde temporelles et fréquentielles.

Remarque :
Jusqu'à présent, la variable « j » désignait l'opérateur complexe (notation usuelle en communications numériques). Elle est également couramment utilisée par la théorie des ondelettes. Donc, à partir de ce chapitre, « j » désigne la résolution de l'analyse en ondelette et « i » désigne l'opérateur complexe.

3.1 Introduction aux Ondelettes

La transformée de Fourier continue est un des outils de traitement du signal les plus utilisés, elle possède cependant certaines limites [57]. Ces limitations concernent l'analyse des signaux non stationnaires car le problème majeur de cette transformation est qu'elle ne prend pas du tout en compte l'information véhiculée par la structure temporelle du signal ce qui fait qu'il est très difficile de déterminer et plus encore de localiser les discontinuités du signal. Du fait de ces limitations, de nouvelles méthodes pour étudier les signaux ont vu le jour, comme la transformée de Fourier fenêtrée ou la transformée en ondelette continue.
La première solution apportée à ce problème a été l'utilisation de la transformée de Fourier fenêtrée qui, à la différence de la méthode traditionnelle qui compare la totalité du signal à des sinusoïdes de durée infinies de fréquence différentes, définit une fenêtre temporelle limitant l'espace d'analyse.
Mais la solution réalisant le meilleur compromis possible entre la résolution temporelle et fréquentielle de l'analyse du signal, est la transformée en ondelette continue. Les algorithmes performants de transformée en ondelettes discrètes et d'analyse multirésolution permettent des nombreuses applications à la théorie des ondelettes.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

3.1.1 Des ondelettes continues aux ondelettes discrètes

Le lien entre la transformée en ondelettes continue et discrète n'est pas évident, il correspond à une discrétisation judicieuse du plan temps-échelle. Ce paragraphe détaille les notions de base de la théorie des ondelettes : de la transformée en ondelettes continues à la transformée en ondelettes discrètes.

3.1.1.1 La transformée en ondelettes continues

La transformée en ondelettes continue réalise une projection sur un ensemble de fonctions appelées classiquement ondelettes. Partant d'une fonction ψ de $L^2(\mathbb{R})$ de moyenne nulle appelée ondelette mère, la famille de fonctions analysantes $\psi_{a,b}$ est obtenue par action conjointe des opérateurs de dilatation en échelle et de translation en temps :

$$\psi(t) \longmapsto \psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi(\frac{t-b}{a}) \tag{3.1}$$

Dans cette expression, a est le facteur d'échelle et b le paramètre de translation. La variable a joue le rôle de l'inverse de la fréquence : plus a est petit moins l'ondelette créée est étendue temporellement. Le facteur multiplicatif $\frac{1}{\sqrt{a}}$ permet de conserver l'énergie lors du changement d'échelle. L'équation (3.2) montre cette conservation de l'énergie.

$$||\psi_{a,b}||^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\frac{1}{\sqrt{a}}\psi(\frac{t-b}{a})|^2 dt = \frac{1}{a}\int_{-\infty}^{+\infty} a|\psi(t)|^2 dt = ||\psi||^2 \tag{3.2}$$

L'ensemble des fonctions analysantes $\psi_{a,b}$ définit un espace bidimensionnel : le plan temps-échelle, dans lequel l'information du signal va être représentée.
Définition : La transformée en ondelettes continues d'un signal $x(t)$ de $L^2(\mathbb{R})$ peut alors être définie par :

$$\begin{array}{l} L^2(\mathbb{R}) \longmapsto L^2(\mathbb{R}^2) \\ x(t) \longmapsto T_\psi x(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\psi^*_{a,b}(t)dt \end{array} \tag{3.3}$$

On peut montrer que si l'ondelette est convenablement choisie, la transformation en ondelettes est inversible et la fonction peut être reconstruite après analyse suivant l'équation (3.4).

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a^2} T_\psi x(a,b)\psi_{a,b}(t)da\,db \tag{3.4}$$

avec le coefficient C_ψ donné par l'équation :

$$C_\psi = \int_0^{+\infty} |\Psi(\nu)|^2 \frac{d\nu}{\nu} \tag{3.5}$$

où $\Psi(\nu)$ est la transformée de Fourier de $\psi(t)$.
La condition d'admissibilité de la fonction d'ondelette analysante est la condition d'existence de ce coefficient, c'est-à-dire :

$$\int_0^{+\infty} |\Psi(\nu)|^2 \frac{d\nu}{\nu} = C_\psi < +\infty \tag{3.6}$$

Cette relation se ramène le plus souvent à la condition exprimée par l'équation (3.7) qui n'est pas très contraignante et indique seulement que la fonction ondelette doit être à moyenne nulle :

$$\Psi(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t)dt = 0 \tag{3.7}$$

Le choix de l'ondelette est donc en principe très ouvert, il faut cependant noter que la robustesse et la vitesse de convergence de l'algorithme de reconstruction donné par l'équation (3.4) sont très dépendantes du choix de l'ondelette.

3.1.1.2 Représentation dans le plan temps-échelle

La résolution dans le plan temps-fréquence de la transformation peut être estimée par l'écart-type temporel ΔT_{ψ_a} (cf. équation (1.45)) et l'écart-type fréquentiel ΔF_{ψ_a} (cf. équation (1.46)) de l'ondelette analysante $\psi_a = \psi_{a,0}$.
En notant ΔT_ψ et ΔF_ψ les écart-types temporel et fréquentiel de l'ondelette mère ψ, on peut calculer :

$$(\Delta T_{\psi_a})^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |\psi_a(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \frac{1}{a} |\psi(\frac{t}{a})|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} a^2 x^2 \frac{1}{a} |\psi(x)|^2 a dx = a^2 (\Delta T_\psi)^2$$

et

$$(\Delta F_{\psi_a})^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \nu^2 |\Psi_a(\nu)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \nu^2 \frac{1}{a} |a\Psi(a\nu)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{a^2} \frac{1}{a} |\Psi(x)|^2 \frac{dx}{a} = \frac{(\Delta F_\psi)^2}{a^2}$$

avec $\Psi_a(\nu)$ la transformée de Fourier de $\psi_a(t)$.

Les résolutions temporelles et fréquentielles de l'ondelette ψ_a vérifient alors :

$$\begin{cases} \Delta T_{\psi_a} = a \Delta T_\psi \\ \Delta F_{\psi_a} = \frac{\Delta F_\psi}{a} \end{cases} \tag{3.8}$$

Ainsi, les cellules élémentaires qui couvrent le plan temps-échelle sont de surface constante alors que la résolution temporelle est proportionnelle à a et que la résolution fréquentielle est inversement proportionnelle à a comme le montre le pavage de la figure 3.1.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

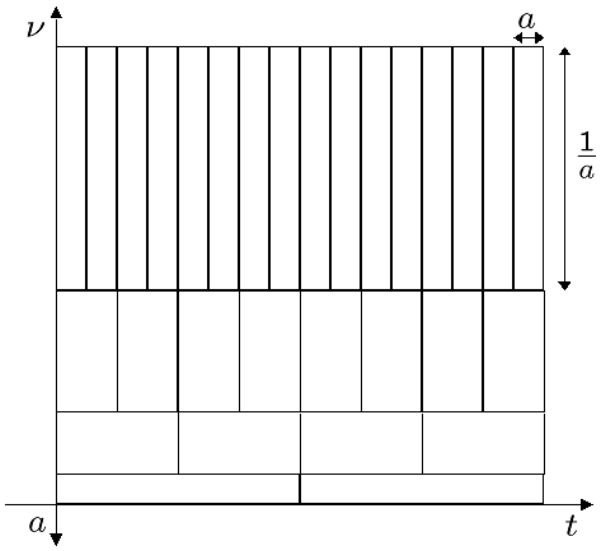

FIG. 3.1 – Pavage du plan temps-échelle.

3.1.1.3 Discrétisation de la transformée en ondelettes

La formule de construction des ondelettes (3.3) est doublement continue. D'une part, les coefficients a et b sont réels et d'autre part l'intégrale est continue. Cette transformation est donc redondante [85]. Un échantillonnage de la transformée continue permet d'obtenir une transformation non-redondante. La figure 3.1 suggère une méthode de discrétisation exponentielle pour les échelles et pour le temps. Dans l'expression $\psi(\frac{t-b}{a})$, le pas de translation à l'échelle a est $\frac{b}{a}$. On posera donc :

$$a = a_0^j \; et \; b = kb_0a_0^j \text{ avec } (a_0, b_0) \in (\mathbb{Z}, \mathbb{Z}) \tag{3.9}$$

Si on choisit $a_0 = 2$ et $b_0 = 1$, on parle alors de transformée dyadique.

Définition : La transformée en ondelettes discrète DWT (Discrete Wavelet Transform) est donc obtenue par échantillonnage des coefficients d'échelle et de temps. Pour la transformée dyadique à l'échelle 2^j, on obtient les coefficients $\text{DWT}_\psi x(j,k)$ donnés par :

$$\text{DWT}_\psi x(j,k) = T_\psi x(a = 2^j, b = k2^j) = 2^{-\frac{j}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\psi(2^{-j} - k)dt \tag{3.10}$$

Certaines de ces ondelettes peuvent être générées par analyse multirésolution, nous allons voir dans la partie suivante comment les coefficients de la transformée en ondelettes discrète d'un signal peuvent être obtenus par analyse multirésolution.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

3.1.2 Principe de l'analyse multirésolution

L'analyse multirésolution est un formalisme mathématique qui permet de construire aisément des bases orthonormées d'ondelettes. Ce formalisme a été développé par Stéphane Mallat [86, 57] et a été utilisé dans de nombreux ouvrages [85] et thèses [87, 88, 89]. Le principe consiste à décomposer le signal à analyser en une suite de coefficients d'approximation et de détail. A chaque itération de cette décomposition, les coefficients de détail correspondent aux coefficients en ondelette du signal à une échelle donnée.

3.1.2.1 Les espaces d'approximation et de détails

On appelle analyse multirésolution toute suite $(V_j)_{j\in\mathbb{Z}}$ décroissante de sous-espaces emboîtés $\dots V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \dots$ de $L^2(\mathbb{R})$ qui vérifient les propriétés suivantes :

1. l'intersection des V_j est nulle soit $\bigcap_{j=-\infty}^{j=+\infty} V_j = \{\emptyset\}$
2. l'union des V_j est dense dans $L^2(\mathbb{R})$ soit $\bigcup_{j=-\infty}^{j=+\infty} V_j = \{L^2(\mathbb{R})\}$
3. $x(t)$ est dans V_j si et seulement si sa version contractée par un facteur 2 est dans V_{j-1}, c'est-à-dire :
$$x(t) \in V_j \Leftrightarrow x(2t) \in V_{j-1} \Leftrightarrow x(2^j t) \in V_0$$
4. si $x(t)$ est dans V_j, ses translatées « entières » sont dans V_j
$$x(t) \in V_j \Leftrightarrow x(t-k) \in V_j,\ \forall k \in \mathbb{Z}$$
5. il existe une fonction $\phi(t)$ de V_0 telle que la famille $\{\phi(t-k),\ k \in \mathbb{Z}\}$ est une base orthonormée de V_0.

Les espaces V_j constituent des espaces d'approximation. La projection d'une fonction $x(t)$ de $L^2(\mathbb{R})$ sur le sous-espace V_j constitue une approximation de $x(t)$ à l'échelle 2^{-j}. La condition (3) assure que toute fonction de $L^2(\mathbb{R})$ peut être approchée dans cette analyse. La dernière condition implique qu'une base orthonormée de V_j peut se déduire de V_0 à partir d'une seule fonction $\phi(t)$ appelée fonction d'échelle en construisant la famille :

$$\left\{\phi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}}\phi(2^{-j}t - k),\ (j,k) \in (\mathbb{Z},\mathbb{Z})\right\} \tag{3.11}$$

Au niveau de la représentation temps-fréquence, quand on passe de V_j à V_{j+1}, on dilate l'ondelette d'un facteur 2 et on divise sa bande fréquentielle par 2.

Les coefficients d'approximations $a_{j,k}$ au niveau de résolution j sont obtenus par projection du signal sur les éléments de la famille $\{\phi_{j,k},\ (j,k) \in (\mathbb{Z},\mathbb{Z})\}$:

$$a_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\phi_{j,k}(t)dt \tag{3.12}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

La différence d'information entre deux résolutions successives conduit à introduire les coefficients de détails de sorte que les coefficients d'approximations à une résolution donnée se retrouvent à partir de ceux d'approximation et de détails à la résolution suivante.
Si l'on attribue aux détails un espace d'existence W_j, on aura à un niveau de résolution j :

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j \tag{3.13}$$

Ce qui signifie que W_j est le complémentaire orthogonal de V_j dans V_{j-1}.
La figure 3.2 représente le passage d'une échelle à une autre dans le domaine fréquentiel.

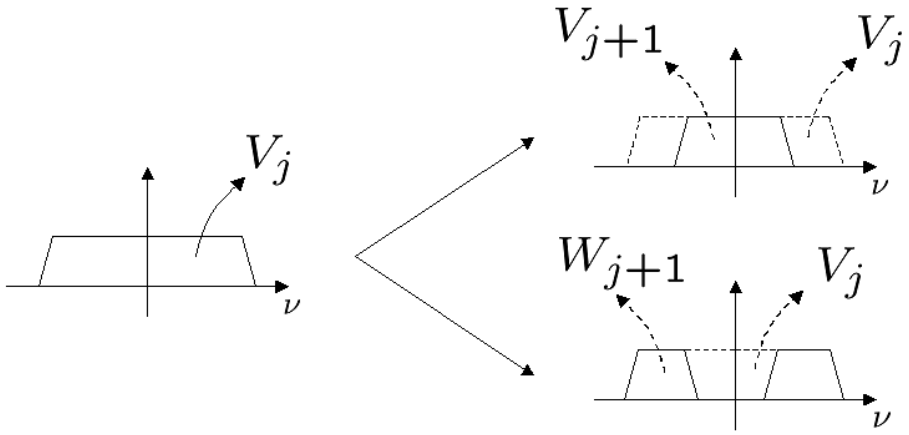

FIG. 3.2 – Représentation dans le domaine fréquentiel des espaces V_j et W_j.

De façon similaire aux V_j, les W_j vérifient un certain nombre de conditions :

1. $\bigcap_{j=-\infty}^{j=+\infty} W_j = \{\emptyset\}$
2. $\bigcup_{j=-\infty}^{j=+\infty} W_j = \{L^2(\mathbb{R})\}$
3. $x(t) \in W_j \Leftrightarrow x(2t) \in W_{j-1}$
4. $x(t) \in W_j \Leftrightarrow x(t-k) \in W_j,\ \forall k \in \mathbb{Z}$

Le problème suivant est celui de savoir si l'on dispose d'une base orthonormée dans les W_j de sorte qu'une collection :

$$\left\{\psi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}}\psi(2^{-j}t - k),\ (j,k) \in (\mathbb{Z},\mathbb{Z})\right\} \tag{3.14}$$

constitue une base orthonormée de $L^2(\mathbb{R})$. Pour cela, il suffit d'avoir une fonction $\psi(t)$ de W_0 telle que la famille $\{\psi(t-k),\ k \in \mathbb{Z}\}$ soit une base orthonormée de W_0. Cette fonction sera alors appelée ondelette.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Les coefficients de détails $d_{j,k}$ au niveau de résolution j sont obtenus par projection du signal sur les éléments de la famille $\{\psi_{j,k},\ (j,k) \in (\mathbb{Z},\mathbb{Z})\}$:

$$d_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\psi_{j,k}(t)dt \tag{3.15}$$

3.1.2.2 La fonction d'échelle

La fonction $\phi(t)$ est appelée **fonction d'échelle**. L'analyse multirésolution lui donne des propriétés intéressantes. Puisque $V_0 \subset V_{-1}$, n'importe quelle fonction dans V_0 peut s'écrire comme combinaison linéaire des fonctions de V_{-1}. On considère donc $\phi(t)$ dans V_0 et $\phi(2t-n)$ dans V_{-1}, reliées selon :

$$\phi(t) = \sqrt{2}\sum_n h_n\phi(2t-n) \tag{3.16}$$

Les h_n sont les coordonnées de $\phi(t)$ dans la base $\{\phi(2t-n),\ n \in \mathbb{Z}\}$. Pour une base orthonormée, les coordonnées vérifient [85] :

$$h_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(2t-n)dt,\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_n^2 = 1 \text{ et } \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_n = \sqrt{2} \tag{3.17}$$

3.1.2.3 La fonction d'ondelette

On peut, de la même façon, caractériser l'ondelette $\psi(t)$ qui est dans $W_0 \subset V_{-1}$ en introduisant le filtre discret g tel que :

$$\psi(t) = \sqrt{2}\sum_n g_n\phi(2t-n) \tag{3.18}$$

Les g_n sont les coordonnées de $\psi(t)$ dans la base $\{\phi(2t-n),\ n \in \mathbb{Z}\}$. Pour une base orthonormée, les coordonnées vérifient [85] :

$$g_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t)\phi(2t-n)dt,\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_n^2 = 1 \text{ et } \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_n = 0 \tag{3.19}$$

Les filtres g et h sont des Filtres Miroirs en Quadrature (FMQ). Ils sont reliés par la relation :

$$g_n = (-1)^n h_{1-n} \tag{3.20}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

3.1.3 Utilisation des bancs de filtres

Nous avons vu que l'analyse multirésolution permettait de décomposer un signal en coefficients d'approximation et de détail, ceci à partir d'une fonction d'échelle $\phi(t)$ et d'une ondelette $\psi(t)$. Chacune de ces fonctions est estimée au moyen des séquences h et g et il suffit de connaître les valeurs de la suite h pour effectuer la décomposition. Ainsi, l'analyse multirésolution peut entièrement être construite à partir des filtres numériques h et g.

3.1.3.1 Algorithme d'analyse

Les coefficients d'approximation et de détails à une échelle donnée j s'expriment comme un produit scalaire :

$$\begin{cases} a_{j,k} = \langle x, \phi_{j,k} \rangle \\ d_{j,k} = \langle x, \psi_{j,k} \rangle \end{cases} \tag{3.21}$$

avec $< g, h >= \int_{-\infty}^{+\infty} g(t)h(t)dt$.

On souhaite évaluer récursivement les coefficients d'approximation $a_{j,k}$ à l'échelle j :

$$a_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) 2^{-\frac{j}{2}} \phi(2^{-j}t - k) dt \tag{3.22}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) 2^{-\frac{j}{2}} \left[\sqrt{2} \sum_n h_n \phi(2(2^{-j}t - k) - n) \right] dt \tag{3.23}$$

$$= \sum_n h_n \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) 2^{-\frac{j-1}{2}} \phi(2^{-(j-1)}t - (2k+n)) dt \tag{3.24}$$

$$= \sum_n h_n a_{j-1,2k+n} \tag{3.25}$$

$$= \sum_n h_{n-2k} a_{j-1,n} \tag{3.26}$$

$$\Rightarrow a_{j,k} = \sum_n \bar{h}_{2k-n} a_{j-1,n} \text{ avec } \bar{h}_n = h_{-n} \tag{3.27}$$

En terme de filtrage, les coefficients d'approximation à l'échelle j s'obtiennent donc à partir des coefficients d'approximation à l'échelle $j-1$ par convolution puis par décimation d'un facteur 2.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Pour les coefficients de détails, on obtient de la même façon la relation :

$$\Rightarrow d_{j,k} = \sum_n \bar{g}_{2k-n} a_{j-1,n} \text{ avec } \bar{g}_n = g_{-n} \tag{3.28}$$

On peut donc formaliser la décomposition par le banc de filtres représenté sur la figure 3.3. Les coefficients d'approximation et de détails à l'échelle $j+1$ sont déterminés à partir des coefficients d'approximation à l'échelle j par convolution avec un filtre passe-bas $\bar{h}$ (pour l'approximation) et un filtre passe-haut $\bar{g}$ (pour les détails) suivies d'une décimation ($\downarrow 2$) d'un facteur 2.

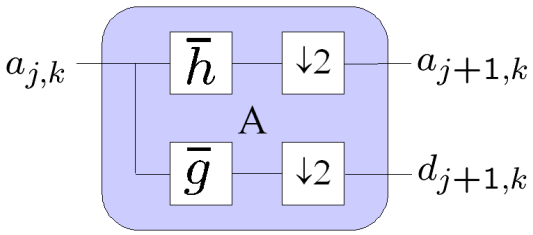

FIG. 3.3 – Algorithme d'analyse multirésolution.

3.1.3.2 Algorithme de reconstruction

La phase reconstruction appelée synthèse permet de rétablir les coefficients d'approximation à partir du détail et de l'approximation de la résolution suivante.

Si l'on part du fait que W_j est le complémentaire orthogonal de V_j dans V_{j-1}, on peut écrire que l'approximation $x_{j-1}(t)$ à la résolution $j-1$ du signal $x(t)$ est égale à la somme de l'approximation $x_j(t)$ à la résolution j et du signal de détail reconstruit à cette résolution :

$$x_{j-1}(t) = x_j(t) + \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} d_{j,l}\psi_{j,l}(t) \tag{3.29}$$

L'approximation $x_j(t)$ correspond à la projection de $x(t)$ sur les éléments de la base V_j donc se développe en :

$$x_j(t) = \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} a_{j,l}\phi_{j,l}(t) \tag{3.30}$$

On a donc

$$\sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} a_{j-1,l}\phi_{j-1,l}(t) = \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} a_{j,l}\phi_{j,l}(t) + \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} d_{j,l}\psi_{j,l}(t) \tag{3.31}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Et en prenant le produit scalaire avec $\phi_{j-1,k}(t)$,

$$a_{j-1,k} = \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} a_{j,l} \langle \phi_{j,l}, \phi_{j-1,k} \rangle + \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} d_{j,l} \langle \psi_{j,l}, \phi_{j-1,k} \rangle \tag{3.32}$$

On peut évaluer que les produits scalaires sont égaux à :

$$\begin{cases} \langle \phi_{j,l}, \phi_{j-1,k} \rangle = h_{k-2l} \\ \langle \psi_{j,l}, \phi_{j-1,k} \rangle = g_{k-2l} \end{cases} \tag{3.33}$$

Finalement, l'algorithme de synthèse est :

$$\Rightarrow a_{j-1,k} = \sum_{l} a_{j,l} h_{k-2l} + \sum_{l} d_{j,l} g_{k-2l} \tag{3.34}$$

On peut formaliser la reconstruction par le banc de filtre de la figure 3.4.
Les coefficients d'approximation à l'échelle j sont déterminés à partir des coefficients d'approximation et de détails à l'échelle $j+1$ par une expansion ($\uparrow 2$) d'un facteur 2 suivi d'une convolution avec un filtre passe-bas h (pour l'approximation) et un filtre passe-haut g (pour les détails). La somme de ces deux traitements donne les coefficients d'approximation à l'échelle j.

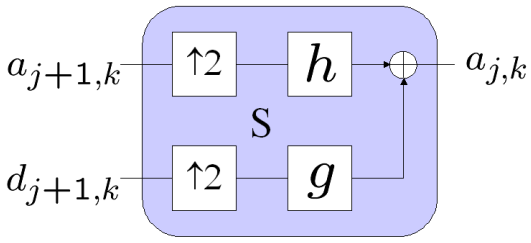

FIG. 3.4 – Algorithme de synthèse multirésolution.

3.1.3.3 Structure générale

On peut donc effectuer le calcul de la transformée discrète en ondelettes sur des bases orthonormées à partir d'opérations de filtrage numérique suivies de sous-échantillonnage (figure 3.3). La reconstruction parfaite s'effectue également par des filtrages numériques précédés de sur-échantillonnage (figure 3.4).
La figure 3.5 décrit la structure d'une analyse multi-résolution complète suivie d'un synthèse multi-résolution. Dans cet exemple, la profondeur de l'analyse est 3. Le signal à analyser $s[k]$ correspond aux coefficients d'approximation à l'échelle 0. En itérant la structure

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

de la figure 3.3, on obtient les coefficients d'approximation à l'échelle 3 et les coefficients de détails aux différentes échelles.
Pour la synthèse, il est possible de reconstituer le signal d'origine à partir du signal d'approximation et des coefficients de détails en itérant la structure de la figure 3.4. Dans des conditions de reconstruction parfaite, on trouve $a_{0,k} = s[k]$.

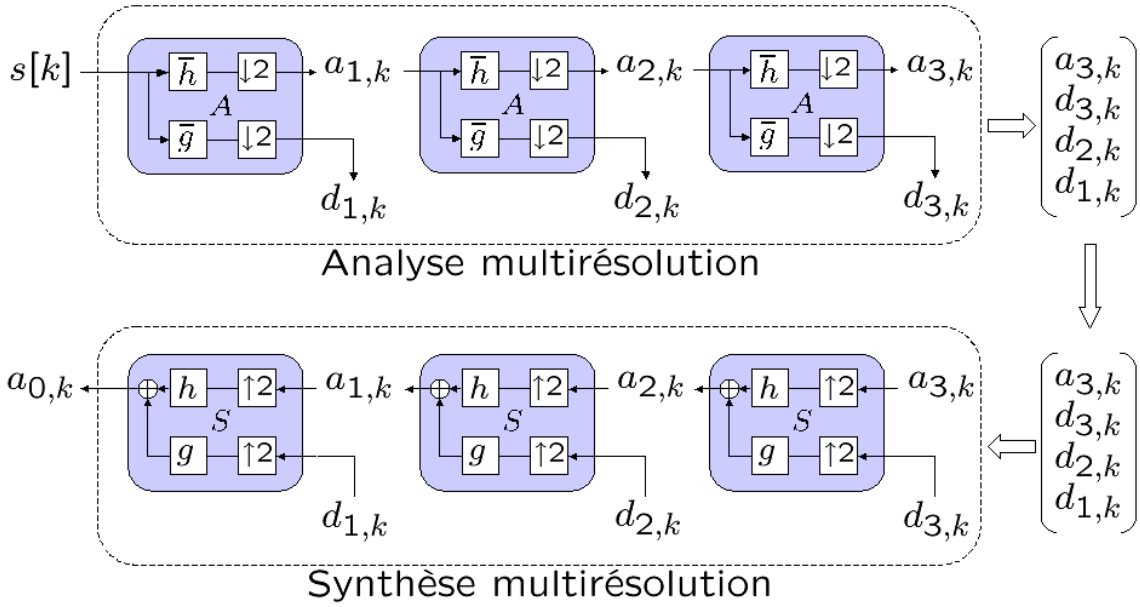

FIG. 3.5 – Algorithme d'analyse-synthèse multi-résolution à l'échelle 3 du signal $s[k]$.

Les mêmes filtres sont utilisés pour l'analyse et la synthèse. Leur nature conditionne la complexité de calcul, elle est liée aux bases d'ondelette et d'échelle choisies. Il existe plusieurs types d'ondelettes aux propriétés temporelles et fréquentielles différentes. Le choix d'une ondelette dépend du signal à analyser ou de l'application.
Dans la partie suivante, nous présentons les ondelettes de Daubechies et de Meyer qui ont pour principale caractéristique d'être à support compact.

3.1.4 Les ondelettes à support compact

I. Daubechies a montré qu'il est possible de construire une analyse multirésolution et par conséquent les bases d'ondelettes en partant des éléments discrets. Ces éléments sont les réponses impulsionnelles des filtres miroirs en quadrature. Cette approche a permis de construire des ondelettes orthonormales à support compact. Nous rappelons dans cette partie la construction des ondelettes dites de Daubechies.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

3.1.4.1 Théorie sur les ondelettes à support compact

Une ondelette possède p moments nuls si et seulement si sa fonction d'échelle décrit tout polynôme de degré inférieur ou égal à p. Alors que cette propriété sert, pour les fonctions d'échelle, à décrire les capacités des analyses multirésolutions à approximer des signaux réguliers, du point de vue des ondelettes, elle permet de caractériser une propriété « duale », c'est-à-dire l'ordre des singularités d'un signal. Le nombre de moments nuls est entièrement déterminé par les coefficients $h[n]$ du filtre h intervenant dans l'équation d'échelle. Si la transformée de Fourier de l'ondelette est p fois différenciable, les trois conditions suivantes sont équivalentes :

- l'ondelette ψ possède p moments nuls ;
- la fonction d'échelle ϕ reconstitue les polynômes de degré inférieur ou égal à p ;
- la fonction de transfert du filtre h et ses $p-1$ premières dérivées sont nulles en $w = p$.

Il existe des ondelettes et des fonctions d'échelle à support compact [57]. La fonction d'échelle ϕ est à support compact si et seulement si le filtre h est à support compact et leurs supports sont identiques. Si le support de ϕ et h est $[N1, N2]$, le support de l'ondelette est $[(N1 - N2 + 1)/2, (N2 - N1 + 1)/2]$.
Daubechies a montré que, pour avoir une ondelette orthogonale à p moments nuls, il faut utiliser un filtre h de longueur au moins $2p$. Les filtres de Daubechies, correspondant aux ondelettes de Daubechies, sont de longueur $2p$ et sont un exemple classique d'ondelettes à support compact.

3.1.4.2 Les ondelettes de Daubechies

La théorie des ondelettes à support compact a été publiée par Ingrid Daubechies en 1988 [90]. Plutôt que de construire la base orthonormée des ondelettes ψ à partir d'une fonction échelle ϕ, la construction s'effectue essentiellement à partir de la connaissance de la grandeur $\hat{h}(\nu)$, la transformée de Fourier de h, satisfaisant l'équation :

$$|\hat{h}(\nu)|^2 + |\hat{h}(\nu + \frac{1}{2})|^2 = 1 \tag{3.35}$$

Toutes les solutions de cette équation n'engendrent pas des base d'ondelettes intéressantes. Nous donnons ici les principales idées qui supportent cette construction. Les bases orthonormales construites n'ont pas d'expression analytique simple. Leur approche est purement numérique. Pour s'en convaincre, il suffit de regarder les courbes de la figure 3.6 représentant deux exemples de ces ondelettes.

Construction de $\hat{h}(\nu)$: Pour construire des ondelettes ψ à support compact, nous allons partir de la fonction d'échelle ϕ dont la famille $\{\phi(t-n),\ n \in \mathbb{Z}\}$ orthonormée est une base de V_0. On suppose de plus que les ϕ sont à support compact. En considérant que

$V_1 \subset V_0$, et en décomposant $\phi(\frac{t}{2})$ sur la base $\{\phi(t-n),\ n \in \mathbb{Z}\}$, on obtient :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\phi(\frac{t}{2}) = \sum_n h_n \phi(t-n) \text{ avec } h_n = \int_t \phi(t-n)\phi(\frac{t}{2})dt \tag{3.36}$$

Puis en passant dans le domaine fréquentiel, en notant $\hat{h}(\nu) = \sum_n h_n e^{-2i\pi\nu n}$, l'orthogonalité de la famille $\{\phi(t-n),\ n \in \mathbb{Z}\}$ implique la relation [85] :

$$|\hat{h}(\nu)|^2 + |\hat{h}(\nu + \frac{1}{2})|^2 = 1 \tag{3.37}$$

Il est important d'avoir des fonctions échelles et des ondelettes ayant un maximum de régularité.

Théorème : *Soient f et f' deux fonctions non nulles telles que $< f_{j,k}, f'_{l,m} >= \delta_{j,l}\delta_{k,m}$, avec $f_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} f(2^{-j}t - k)$ et $f'_{l,m}(t) = 2^{-\frac{l}{2}} f(2^{-l}t - m)$.*
Si :

1. *$|f(t)| \leq C(1+|t|)^{-\alpha}$ avec $\alpha > m+1$,*
2. *$f \in C^m$ avec $f^{(n)}$ bornés pour $n \leq m$,*

alors les moments sont tels que $\int_t t^n f(t)dt = 0$, pour $n = 0, 1, 2, \ldots, m$.

On peut alors appliquer ce théorème avec $f = f' = \psi$. Ainsi, si $\psi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}}\psi(2^{-j}t - k)$ est une base orthonormée de $L^2(\mathbb{R})$, avec $|\psi(t)| \leq C(1+|t|)^{-m-1}$ et $\psi \in C^m$ avec $\psi^{(n)}$ bornés pour $n = 0, 1, 2, \ldots, m$ alors

$$\int_t t^n \psi(t)dt = 0, \text{ pour } n = 0, 1, 2, \ldots, m \tag{3.38}$$

Dans ce cas, et avec l'hypothèse supplémentaire $|\phi(t)| \leq C(1+|t|)^{-m-1}$, $\hat{h}(\nu)$ peut se factoriser sous la forme $\hat{h}(\nu) = ((1+e^{-2i\pi\nu})/2)^{m+1}Q(\nu)$ où $Q \in C^m$ est 1-périodique.

Pour des fonctions d'échelle ϕ à support compact, on montre ainsi que $\hat{h}(\nu)$ est un polynôme trigonométrique. Si $\hat{h}(\nu) = ((1+e^{-2i\pi\nu})/2)^N Q(\nu)$, on pose $|\hat{h}(\nu)|^2 = (\cos^2 \pi\nu)^N |Q(\nu)|^2$ et si on note $P = |Q|^2$ qui peut s'exprimer en termes de $(\cos^2 \pi\nu)$ ou $(\sin^2 \pi\nu)$, alors la condition d'orthonormalité (3.37) devient :

$$Y^N P(1-Y) + (1-Y)^N P(Y) = 1 \tag{3.39}$$

avec $Y = \cos^2(\pi\nu)$.

En résumé, on recherche un polynôme trigonométrique $\hat{h}(\nu) = \sum_n h_n e^{-2i\pi\nu n}$ où les h_n sont réels. Afin d'obtenir un maximum de régularité, on cherche $\hat{h}(\nu)$ sous la forme $\hat{h}(\nu) = ((1+e^{-2i\pi\nu})/2)^N Q(\nu)$ où $Q(\nu)$ est un polynôme trigonométrique à coefficients

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

réels. $\hat{h}(\nu)$ doit être solution de l'équation (3.37) qui donne les condition de quadrature.

Lorsque $\hat{h}(\nu)$ est déterminé, on définit ϕ et ψ par

$$\hat{\phi}(\nu) = \prod_{j\geq 1} \hat{h}(2^{-j}\nu) \text{ et } \hat{\psi}(\nu) = e^{-i\pi\nu}\hat{h}(\frac{\nu+1}{2})\hat{\phi}(\frac{\nu}{2}) \tag{3.40}$$

Alors ϕ et ψ sont des fonctions de $L^2(\mathbb{R})$ à support compact satisfaisant :

$$\phi(t) = \sqrt{2}\sum_n h_n\phi(2t-n) \text{ et } \psi(t) = \sqrt{2}\sum_n (-1)^n h_{1-n}\phi(2t-n) \tag{3.41}$$

Une condition supplémentaire sur $\hat{h}(\nu)$ permet d'assurer le fait que la famille $\left\{\psi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}}\psi(2^{-j}t-k),\ (j,k)\in(\mathbb{Z},\mathbb{Z})\right\}$ est une base orthonormée de $L^2(\mathbb{R})$.
Les coefficients h_n ont été publiés par Ingrid Daubechies en 1988 dans [90].

3.1.4.3 Exemples d'ondelettes de Daubechies

Les ondelettes à support compact se caractérisent donc par leur nombre de moments nuls. Le moment d'ordre k d'un filtre de réponse impulsionnelle h_n est défini par $m_k = \sum_l l^k h_l$.
Quelques exemples d'ondelettes de Daubechies sont représentés sur la figure 3.6.
Pour les ondelettes de Daubechies, l'ordre mesure la régularité d'une courbe, l'ondelette d'ordre 6 est plus lisse que celle d'ordre 2. Notons que plus l'ordre de l'ondelette est élevé, plus la réponse impulsionnelle des filtres sera de taille importante et la complexité d'autant plus élevée.
On note également que les filtres h_n et g_n donnés par Daubechies ont des coefficients réels. Les fonctions d'ondelette et d'échelle générées par ces filtres sont donc réelles (cf. figure 3.6 : leur spectre respectif est symétrique par rapport à $\nu = 0$).

3.1.4.4 Les ondelettes de Meyer

Une ondelette de Meyer a une transformée de Fourier à support compact comme les ondelettes de Daubechies. Ces ondelettes se construisent avec des filtres miroirs conjugués $h(\nu)$ qui vérifient :

$$h(\nu) = \begin{cases} \sqrt{2} & \text{si} \quad \nu \in [0,1/6]\cup[5/6,1] \\ 0 & \text{si} \quad \nu \in [1/3,2/3] \end{cases} \tag{3.42}$$

Le seul degré de liberté réside dans le choix du comportement de $h(\nu)$ sur les bandes intermédiaires $[1/6,1/3]\cup[2/3,5/6]$, qui doit vérifier la condition de quadrature :

$$|\hat{h}(\nu)|^2 + |\hat{h}(\nu+\frac{1}{2})|^2 = 1 \tag{3.43}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

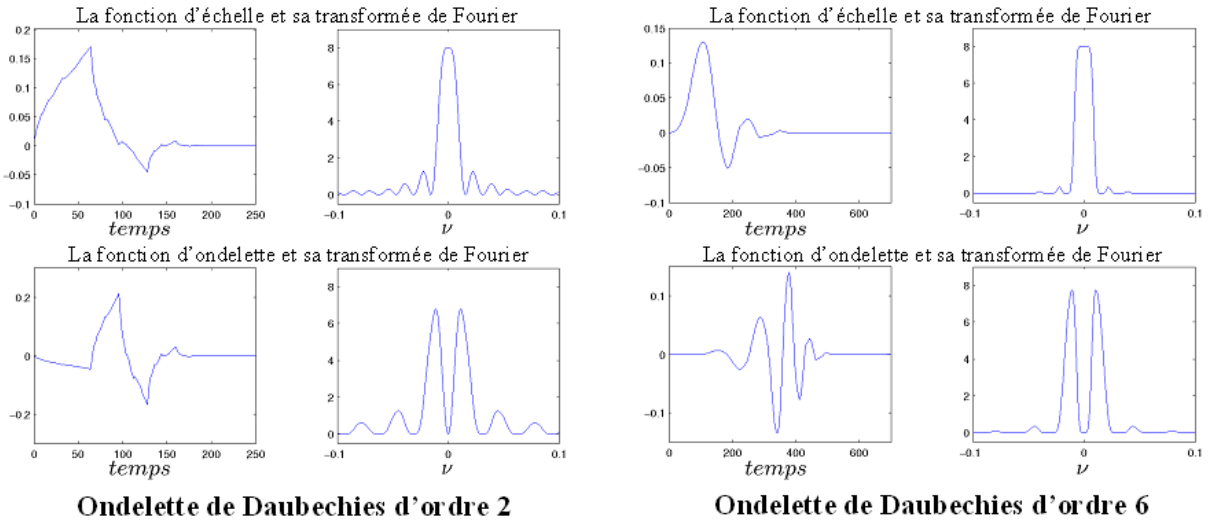

FIG. 3.6 – Formes d'onde et spectres d'ondelettes de Daubechies et de leur fonction d'échelle associée.

Construction d'une ondelette de Meyer [57] : Afin de vérifier la condition de quadrature (3.43), on peut définir le $h(\nu)$ de (3.42) en prenant :

$$h(\nu) = \sqrt{2}\cos\left[\frac{\pi}{2}\beta\left(6|\nu| - 1\right)\right] \text{ pour } |\nu| \in [1/6, 1/3] \tag{3.44}$$

où $\beta(x)$ est une fonction variant de 0 à 1 sur l'intervalle $[0, 1]$ et vérifiant

$$\forall x \in [0, 1],\ \beta(x) + \beta(1 - x) = 1. \tag{3.45}$$

Un exemple dû à Daubechies [91] est

$$\beta(x) = x^4(35 - 84x + 70x^2 - 20x^3). \tag{3.46}$$

A une échelle donnée, la figure 3.7 nous montre la fonction d'échelle et une fonction d'ondelette associée au filtre $h[n]$. Le filtre $h[n]$ a une réponse implusionnelle de taille $L = 62$ coefficients. Ainsi, en comparaison avec les ondelettes de Daubechies présentées sur la figure 3.6, le support temporel est plus important pour l'ondelette de Meyer, mais son spectre présente des lobes secondaires beaucoup plus faible.
Les filtres de Meyer ont également des coefficients réels.

3.1.5 Paquets d'ondelettes

Le principe de l'analyse multirésolution de l'espace $L^2(\mathbb{R})$ des fonctions continues d'une variable réelle et de carré intégrable peut-être étendu à des sous-espaces de celui-ci. On

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

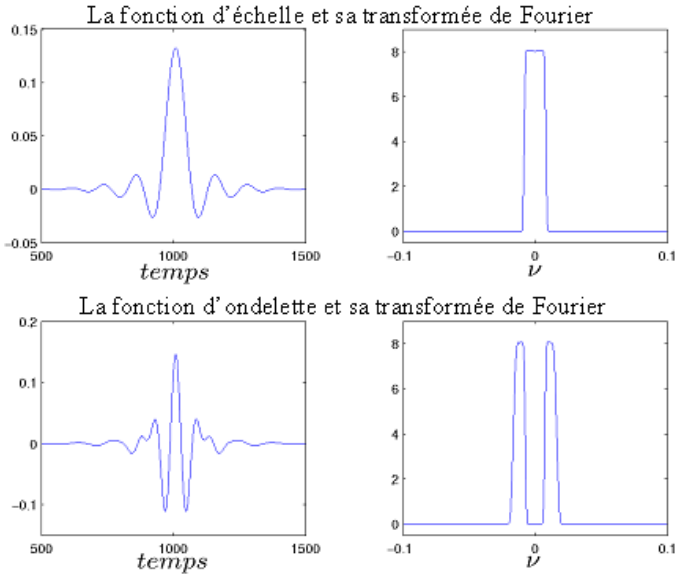

FIG. 3.7 – Forme d'onde et spectre de l'ondelette de Meyer et de sa fonction d'échelle associée.

peut, par exemple, appliquer le même schéma aux sous-espaces W_j engendrés par l'analyse précédente. Cette analyse peut-être menée avec les mêmes bases de fonctions d'échelle et d'ondelettes ou avec des bases différentes. On peut, de même, changer de fonctions de base à chaque échelle. Dans ces algorithmes, la reconstruction parfaite est assurée par la réutilisation lors de la synthèse, pour une résolution donnée, de la même base que lors de l'analyse pour cette résolution.
La figure 3.8 illustre ce procédé d'extension de l'analyse multirésolution : elle décrit 2 étages d'une analyse multirésolution auxquels un étage est adjoint afin d'analyser le sous-espace de détails.
La généralisation qui consiste à analyser les sous-espaces de détails du signal est appelée **analyse en paquets d'ondelettes**. Il existe 2 approches de construction :

- l'approche théorie des groupes qui conduit à l'obtention de paquets d'ondelettes continues,
- l'approche théorie des bancs de filtres qui donnent des ondelettes discrètes plus adaptées aux traitements numériques.

C'est cette dernière approche qui permettra le passage de la théorie des ondelettes à son application aux systèmes de communication numérique. Cet algorithme conduit à une décomposition en sous-bandes de fréquence du signal, ajustable par le choix des composantes. Ce type d'analyse offre une grande souplesse pour l'utilisateur et lui permet de s'adapter au signal à analyser.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

3.1.5.1 Définition d'une base de paquets d'ondelettes

L'idée de la décomposition en paquets d'ondelettes est donc d'étendre la construction de nouvelles bases à partir de tous les sous espaces engendrés [92, 93]. Pour une analyse multirésolution, un espace d'approximation V_j peut être décomposé en deux espaces de résolution inférieure V_{j+1} et W_{j+1}. Cette division est obtenue en transformant la base orthogonale $\{\phi_j(2^j t - k)\}_{k\in\mathbb{Z}}$ de V_j en deux bases orthogonales : $\{\phi_{j+1}(2^{j+1}t - k)\}_{k\in\mathbb{Z}}$ et $\{\psi_{j+1}(2^{j+1}t - k)\}_{k\in\mathbb{Z}}$ de W_{j+1}.
Le concept de cette transformée en ondelettes a ainsi été étendu par la création de bases orthogonales qui sont obtenues en appliquant cette division aux espaces de détails W_j. On peut alors représenter l'ensemble des bases de la décomposition par une structure en arbre comme le montre la figure 3.8. Cette décomposition permet une analyse spectrale uniforme dont la précision dépend de la profondeur de l'arbre. On notera P cet arbre dans lequel chaque nœud correspond à un sous-espace P_j^n qui admet une base orthogonale $\{p_j^n(t - k)\}_{k\in\mathbb{Z}}$.
Ainsi, à un niveau de résolution j, on aura :

$$P_j^n = P_{j+1}^{2n} \oplus P_{j+1}^{2n+1} \tag{3.47}$$

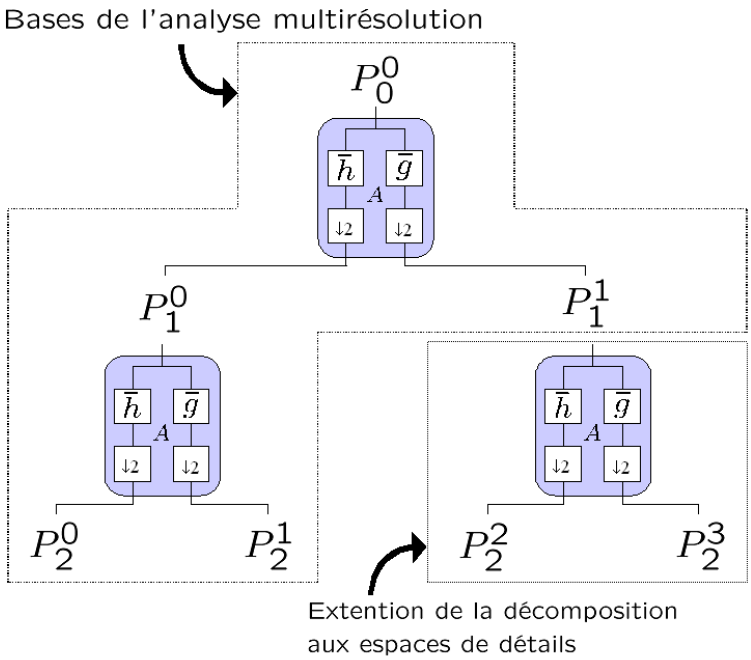

FIG. 3.8 – Arbre P des sous-ensembles P_j^n.

Les fonctions ainsi obtenues sont des paquets d'ondelettes qui sont déterminés récursi-

vement par :

$$p_{j+1}^{2n}(t) = \sqrt{2}\sum_k h(k)p_j^n(2t-k) \tag{3.48}$$

$$p_{j+1}^{2n+1}(t) = \sqrt{2}\sum_k g(k)p_j^n(2t-k) \tag{3.49}$$

En fait, p_0^0 représente la fonction d'échelle et p_0^1 l'ondelette associée exactement comme définies précédemment pour l'analyse multirésolution, notées respectivement ϕ et ψ.

Les filtres h_n et g_n sont les filtres miroirs en quadrature préalablement définis en (3.17) et en (3.19). h_n est un filtre passe-bas et g_n est un filtre passe-haut. Ils sont reliés par la relation :

$$g(n) = (-1)^n h(1-n) \tag{3.50}$$

et leurs réponses impulsionnelles satisfont toujours les conditions :

$$\sum_n h(n-2k)h(n-2l) = \delta_{kl} \text{ et } \sum_n h(n) = \sqrt{2} \tag{3.51}$$

$$\sum_n g(n-2k)g(n-2l) = \delta_{kl} \text{ et } \sum_n g(n) = 0 \tag{3.52}$$

Définition : On appelle base de paquet d'ondelettes de $L^2(\mathbb{R})$ toute base orthonormée sélectionnée parmi les fonctions :

$$\{p_{j,k}^n(t) = 2^{\frac{j}{2}}p^n(2^j t - k),\ (j,k) \in \mathbb{Z}\times\mathbb{Z},\ n \in \mathbb{N}\} \tag{3.53}$$

3.1.5.2 Décomposition en paquets d'ondelettes

Ainsi, toute fonction $f(t)$ de $L^2(\mathbb{R})$ peut être décomposée sur la base de fonctions $\{p_{j,k}^n(t),\ (j,k) \in \mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\}$:

$$f(t) = \sum_{n,k} a_{j,k}^n p_{j,k}^n(t) \tag{3.54}$$

avec « j » : la profondeur de la décomposition ;
« k » : l'indice temporel ;
« n » : l'indice fréquentiel, équivalent au numéro de l'ondelette.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Les coefficients $a_{j,k}^n$ à une échelle donnée j s'expriment comme un produit scalaire :

$$a_{j,k}^n =< f, p_{j,k}^n >= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) p_{j,k}^n(t) dt \tag{3.55}$$

Un exemple de décomposition est représenté par l'arbre de la figure 3.9. Dans ce cas, l'analyse en paquets d'ondelettes de la fonction f est effectuée avec une profondeur de 3.

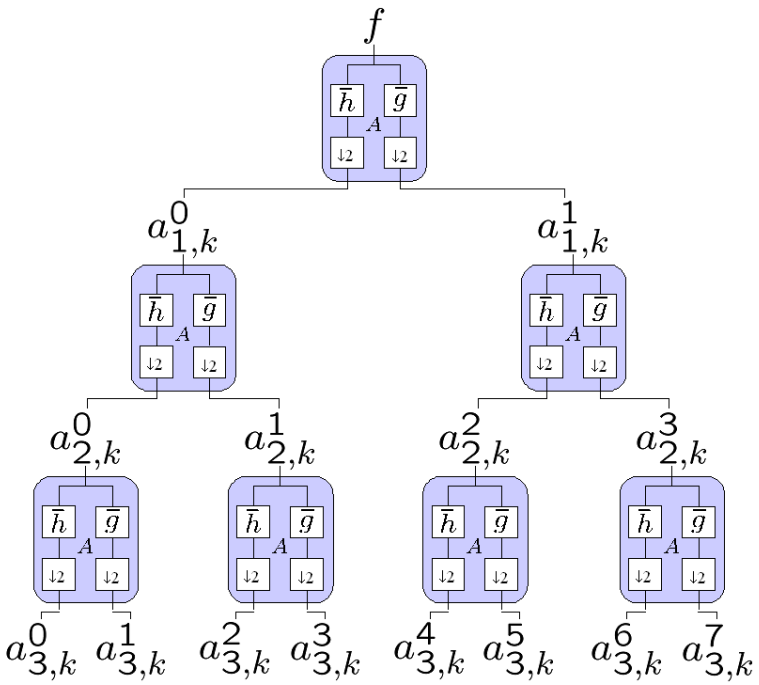

FIG. 3.9 – Arbre binaire de décomposition d'un signal en paquets d'ondelettes.

L'ensemble des coefficients $a_{j,k}^n$ constitue l'analyse en paquets d'ondelettes discrètes (**DWPT - Discrete Wavelet Packet Transform**) de $f(t)$ et sa décomposition inverse (**IDWPT - Inverse Discrete Wavelet Packet Transform**) est donnée par :

$$a_{j+1,k}^n = \sum_{i\in\mathbb{Z}} h_{k-2i} a_{j,k}^{2n} + \sum_{i\in\mathbb{Z}} g_{k-2i} a_{j,k}^{2n+1} \tag{3.56}$$

D'après les équations (3.49) et (3.55) et un raisonnement identique à celui de l'analyse multirésolution, l'analyse en paquets d'ondelettes discrètes est équivalente à filtrer le signal à partir d'un filtre passe-bas h_n et d'un filtre passe-haut g_n alors que la synthèse consiste à combiner les signaux basse et haute fréquences en un seul signal. Ces 2 procédures donnent le banc de filtre représenté sur la figure 3.10 avec $\bar{h}_n = h_{-n}$ et $\bar{g}_n = g_{-n}$.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

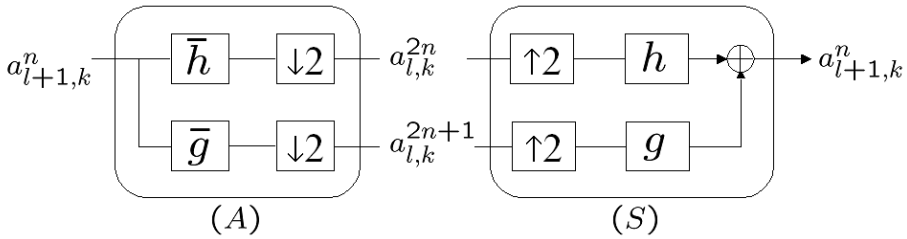

FIG. 3.10 – Une étape de l'analyse (A) en paquets d'ondelettes et de la synthèse (B).

3.1.5.3 Choix de la base

La décomposition totale d'un signal en paquets d'ondelettes (correspondant à tous les nœuds de l'arbre P) fournit une représentation fortement redondante du signal. A chaque niveau de l'arbre, toute l'information est représentée. A un niveau de décomposition donnée, correspond un découpage fréquentiel régulier. Au dernier niveau, chaque fréquence est représentée par un point, toute l'information temporelle du signal est perdue et sa décomposition est purement fréquentielle. La figure 3.11 montre le pavage temps-fréquence d'un signal f décomposé suivant l'arbre de la figure 3.9 pour chaque échelle de la décomposition.

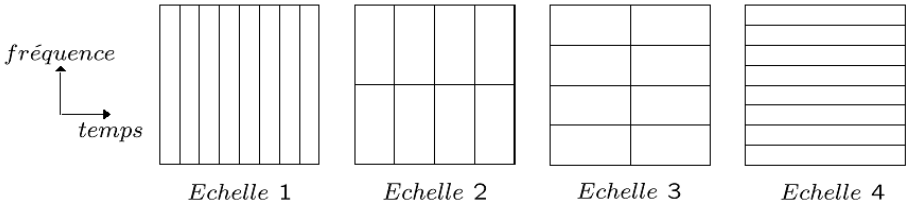

FIG. 3.11 – Pavage temps-fréquence pour différentes échelles de l'arbre de décomposition.

Pour avoir une représentation non-redondante, il faut choisir une base de paquets, c'est-à-dire un ensemble de nœuds de l'arbre dont la projection dans l'espace temps-fréquence forme une partition. Par exemple, en s'appuyant sur la décomposition présentée sur la figure 3.9, l'ensemble des coefficients $\{a^0_{2,k}, a^1_{2,k}, a^1_{1,k}\}$ ou $\{a^0_{2,k}, a^2_{3,k}, a^3_{3,k}, a^2_{2,k}, a^3_{2,k}\}$ forme une partition.
Il existe plusieurs critères d'admissibilité de l'arbre et de sélection de meilleures bases de paquets d'ondelettes [88] mais ces problèmes ne seront pas rencontrés pour notre étude, le choix de la base correspondant à chaque fois à l'ensemble des paquets pour une échelle donnée. Ce choix permet un découpage régulier et uniforme du spectre. Dans l'exemple de la figure 3.11, ce découpage correspond au pavage temps-fréquence de l'échelle 4.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

3.2 Présentation de la modulation DWMT

Dans la partie précédente, une vue d'ensemble de la théorie des ondelettes a été effectuée. L'extension de cette théorie à celle des paquets d'ondelettes permet une flexibilité dans le choix de la base de fonctions analysantes. C'est à partir de cette généralisation qu'il est possible de définir une base de fonctions d'ondelettes applicables à la modulation muliporteuses.

3.2.1 Proposition

L'idée proposée dans cette thèse est donc d'évaluer l'application de la théorie des ondelettes aux modulations multiporteuses. Notre étude est donc consacrée à la détermination d'un banc de filtres adapté, au sens de la répartition fréquentielle qu'il réalise, à la transmission.
L'idée développée dans l'utilisation de la théorie des ondelettes pour la modulation multiporteuses est basée sur les remarques suivantes :

- Les ondelettes ont la qualité de filtres passe-bande dont la largeur dépend de la profondeur de l'analyse. On a vu qu'une base d'ondelettes discrètes orthogonales constitue un ensemble de filtres complémentaires recouvrant sans redondance l'axe fréquentiel, elle constitue ainsi un banc de filtres.
- Pour une ondelette initiale, il existe une multitude de bases possibles, obtenues par filtrage, dilatation et décalage de l'ondelette initiale. Choisir une base particulière selon un critère dépendant du signal à analyser revient donc à sélectionner un banc de filtre uniforme ou non dépendant du signal.
- La décomposition en paquets d'ondelettes offre une multitude de bases possibles. Dans notre cas, la décomposition est organisée selon une structure dyadique exploitable. Elle rend possible la détermination d'un banc de filtres uniforme ou non, adapté au signal. Pour le développement d'un système de communication multiporteuses, le banc de filtres doit permettre un découpage régulier et uniforme du spectre.

Les premières études de l'utilisation des ondelettes en communication ont été developpées en 1993 [94, 12].

3.2.2 Principe

D'après l'équation (3.54), toute fonction $f(t)$ de $L^2(\mathbb{R})$ peut s'exprimer comme la somme de paquets d'ondelettes pondérés par les coefficients $a_{j,k}^n$. Du point de vue des systèmes de communication, cette formule peut se traduire par « le signal $f(t)$ est la somme de paquets d'ondelettes modulées par des symboles $a_{j,k}^n$ ».
On peut ainsi définir le principe de la modulation multiporteuses utilisant les paquets d'ondelettes. Il s'agit à l'émission de transformer les symboles du domaine des ondelettes au domaine temporel par une IDWPT et à la réception de transformer le signal reçu du

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

domaine temporel à celui des ondelettes par une DWPT.
La modulation multiporteuses utilisant la transformée en paquets d'ondelettes s'appelle la modulation **Discrete Wavelet MultiTone (DWMT)**.

La transformation en paquets d'ondelettes offre une liberté dans le choix de la base de fonctions. Mais son application aux modulations multiporteuses impose plusieurs contraintes. En effet, sans connaissance particulière du canal de propagation, les sous-canaux doivent être de taille identique. La décomposition en sous-bande doit donc être uniforme et régulière.

Pour avoir une représentation purement fréquentielle du canal de propagation avec M sous-bandes égales, il faut donc utiliser les coefficients de l'échelle maximale d'une décomposition en paquets d'ondelettes. Donc si on note J l'échelle maximale, l'analyse en paquets d'ondelettes permet un découpage en M sous-canaux avec $M = 2^J$.
La figure 3.12 représente le découpage fréquentiel idéal de la modulation DWMT. La décomposition en paquets d'ondelettes utilise des filtres à coefficients réels dans le cas des ondelettes de Daubechies ou de Meyer. Le spectre a donc une symétrie par rapport à $\nu = 0$. Par analogie avec les transmultiplexeurs modulés présentés dans la partie 2.2.2, le découpage fréquentiel de la modulation DWMT est semblable à celui des bancs de filtres en cosinus (cf. figure 2.15).

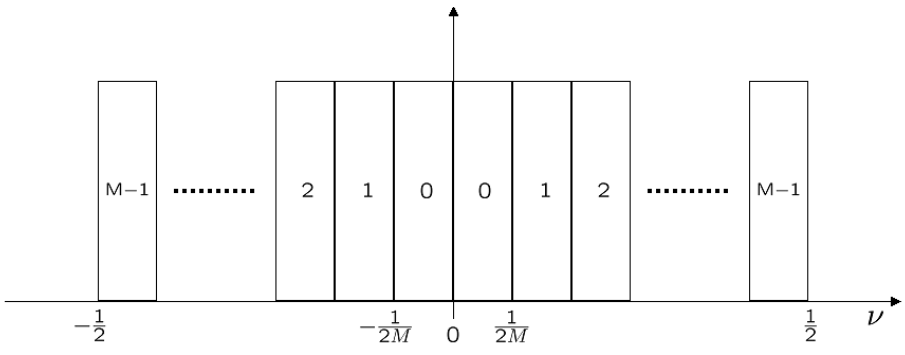

FIG. 3.12 – Réponse fréquentielle idéale d'un système DWMT.

La figure 3.13 présente un modulateur et démodulateur DWMT. L'exemple est donné pour un système à 8 sous-porteuses, soit une analyse en paquets d'ondelettes à une échelle de 3. Le modulateur a donc la structure en arbre d'une IDWPT et le démodulateur celle d'une DWPT. Les blocs (S) et (A) sont les bancs de filtres définis dans la figure 3.10.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

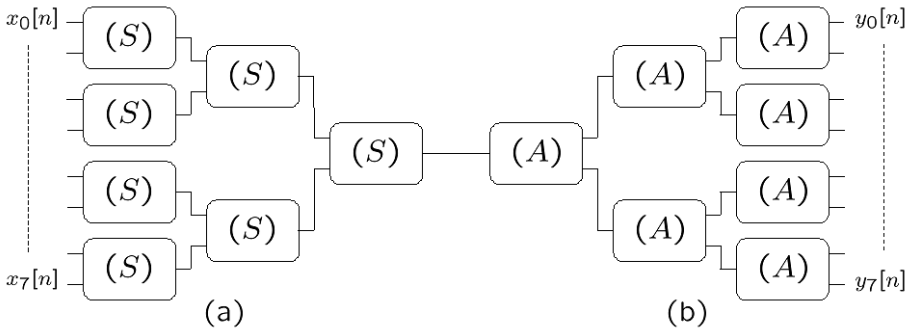

FIG. 3.13 – Principe de la modulation (a) et de la démodulation (b) multiporteuses utilisant les ondelettes.

3.2.3 Equivalence entre la structure en arbre et la structure parallèle

Par construction, l'émetteur DWMT est implémenté par une structure récursive en arbre, on peut cependant définir une structure équivalente utilisant un transmultiplexeur. Il est relativement facile de passer d'une structure en arbre à une structure parallèle équivalente. La figure 3.14 présente un banc de filtre avec une structure en arbre et un avec une structure parallèle. Nous allons déterminer sous quelles conditions ces structures sont équivalentes et comment passer de l'une à l'autre.
La structure parallèle est paramétrée par le facteur de sur-échantillonage M, elle est composée de M branches différenciées par un filtre de synthèse $h_i(z),\ i = 1,\ \ldots, M-1$.
La structure en arbre est paramétrée par la profondeur J de la synthèse et par les filtres $G_i^l(z)$ de ses cellules élémentaires.

On note $\{G_i^l(z),\ l = 1,\ \ldots,\ J\}$ la séquence de filtres en partant de la racine de l'arbre jusqu'à la $i^{\text{ème}}$ sous-bande. L'équivalence entre les deux structures est obtenue pour :

$$\begin{cases} H_i(z) = \prod_{l=1}^{J} G_i^l(z^{2l}) \\ M = 2^n \end{cases} \tag{3.57}$$

Dans le cas de la modulation DWMT, les filtres $G_i^l(z)$ prennent leur valeur parmi $\{H(z), G(z)\}$.

On peut également déterminer la taille équivalente des filtres $H_i(z)$ en fonction de la taille des filtres de bases $H(z)$ et $G(z)$.
On note T_J la taille des filtres $H_i(z)$ pour une profondeur d'analyse de J. Le calcul de T_J peut être fait par la relation de récurrence donnée par l'équation (3.58). Il dépend de la taille L des filtres utilisés dans la structure en arbre ($H(z)$ et $G(z)$ sont de même taille

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

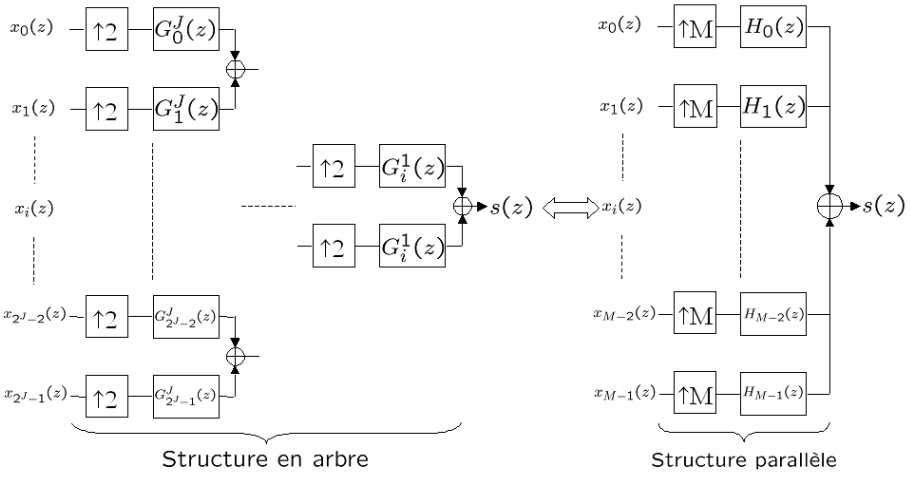

FIG. 3.14 – Représentations équivalentes d'un banc de filtres.

par construction) et de la profondeur J de l'analyse.

$$\begin{cases} T_1 = L \\ T_{J+1} = (2T_J - 1) + L - 1 \end{cases} \tag{3.58}$$

En résolvant l'équation de récurrence, la longueur du filtre équivalent à une profondeur J est égale à :

$$T_J = 2^J(L-1) - (L-2) \tag{3.59}$$

On retrouve ainsi le support de l'ondelette discrète donné dans [95].

On a vu que la modulation DWMT peut être implémentée avec une structure parallèle. La structure en arbre permet la construction récursive des paquets d'ondelettes à partir des filtres de bases qui déterminent les caractéristiques de l'ondelette. C'est donc cette structure qui sera utilisée en pratique. La structure parallèle équivalente peut être utile théoriquement pour la comparaison entre les différents systèmes multiporteuses.

3.2.4 Formulation du signal DWMT

On a vu que, dans le cas des ondelettes de Meyer ou de Daubechies, les bases orthonormales construites n'ont pas d'expression analytique simple. Ce problème se répercute sur la formulation du signal DWMT.
On peut cependant faire les liens avec la théorie des paquets d'ondelettes et l'expression générique des systèmes multiporteuses définie dans le chapitre 1.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Ainsi, une formulation à temps continu du signal DWMT est obtenue par réécriture de l'équation (3.54) de la décomposition en paquets d'ondelettes. En prenant $a^m_{J,n} = x_m[n]$, le signal DWMT à l'échelle J s'écrit :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{2^J-1} x_m[n] p^m_{J,n}(t) \tag{3.60}$$

Le signal DWMT peut également s'identifier à la formulation générique (1.41) des systèmes multiporteuses :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[n] \psi_{m,n}(t) \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} M = 2^J \\ \psi_{m,n}(t) = p^m_{J,n}(t) \end{array} \right. \tag{3.61}$$

Une formulation à temps discrèt du signal DWMT peut être décrite par le lien entre les paquets d'ondelettes et les bancs de filtres. En effet, la décomposition en paquet d'ondelette se fait par une structure en arbre et la synthèse du signal DWMT dépend du choix du filtre h_n. Introduite dans le paragraphe précédent, l'équivalence des structures en arbre et parallèle permet de décrire le signal DWMT par la formulation des transmultiplexeurs (2.52) :

$$s[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[k] h_m[n - kM] \tag{3.62}$$

avec les filtres h_m définis par (3.57).

On peut également faire l'analogie avec les transmultiplexeurs modulés du $2^{\text{ième}}$ chapitre. En effet, le découpage fréquentiel de la modulation DWMT est le même que celui des bancs de filtres en cosinus (voir la figure 2.15). Les deux modulations utilisent des filtres réels qui peuvent être formulés par :

$$h_m[n] = 2h^{(m)}[n] \cos\left(\frac{n(2m+1)\pi}{2M}\right) \text{ pour } m = 0, \ldots, M-1 \tag{3.63}$$

Dans le cas des bancs de filtres en cosinus, $h^{(m)}[n] = h[n]$. L'enveloppe de chaque forme d'onde est identique. Alors que pour la modulation DWMT, chaque forme d'onde modulante est différente, c'est une combinaison différente des filtres h_n et g_n. L'implémentation de l'émetteur DWMT utilisant un banc de filtres en cosinus nécessiterait donc un filtre prototype différent par fréquence porteuse.

3.3 Etude de complexité

D'après l'étude de la DWMT et la présentation des bancs de filtres modulés (§2.2.2), on distingue donc 2 types de structures permettant la construction de transmultiplexeurs adaptés à la modulation multiporteuses :

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

- Le principe de la structure en arbre est de diviser la bande de fréquence en 2 sous-bandes en utilisant un passe-bas et un passe-haut. La solution pour augmenter le nombre de canaux est décomposer les sous-canaux aussi en 2 parties en utilisant les mêmes filtres, ce qui conduit $2, 4, 8, \ldots, 2^J$ sous-canaux avec J la profondeur de l'analyse.
- L'autre structure est de mettre les M sous-canaux en parallèle. Les filtres sont individuels, également espacés en fréquence et de même largeur de bande. Chaque filtre peut être conçu indépendamment mais les techniques usuelles consistent à dériver les filtres à partir d'un filtre prototype.

Cette partie a pour objet la comparaison entre les deux structures en terme de complexité. Dans un premier temps, nous justifierons le gain en complexité de la structure en arbre en appliquant l'algorithme « diviser pour régner » aux bancs de filtres. Ensuite, nous évaluerons la complexité de l'implémentation de l'émetteur DWMT en utilisant les deux structures. Finalement, les résultats seront comparés à la complexité de la modulation OFDM (§2.1.4).

3.3.1 Application de l'algorithme « Diviser pour régner »

L'algorithme « Diviser pour régner » est utilisé pour résoudre des problèmes de grande taille avec un complexité réduite [96, 97]. L'idée essentielle de cet algorithme est celle utilisée dans la récursion : paramétrage du problème à résoudre, traitement du cas général en le ramenant à un cas simple et résolution du cas trivial.

3.3.1.1 Principe général

L'algorithme a la structure suivante : pour résoudre un problème de taille M, l'algorithme consiste à décomposer le problème en a sous-problèmes ayant tous la taille M/b et à appliquer l'algorithme à ces sous-problèmes, puis à construire une solution du problème en composant les solutions des sous-problèmes. Cette méthode est naturelle, mais elle permet souvent une réduction importante de la complexité.

Soit $C(M)$ la complexité dans le pire des cas de l'algorithme appliqué à un problème de taille M. On suppose que les opérations de décomposition du problème et de recomposition des solutions des sous-problèmes ont une complexité notée $f(M)$. Enfin, on se donne la complexité $C(1)$ sur un problème de taille 1. La complexité de l'algorithme est donc déterminée par l'équation de récurrence suivante :

$$C(M) = aC(\frac{M}{b}) + f(M) \tag{3.64}$$

Résolvons cette équation lorsque M est une puissance de b soit $M = b^n$, dans ce cas

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

l'équation s'écrit :

$$C(b^n) = aC(b^{n-1}) + f(b^n) \tag{3.65}$$

La solution de cette équation de récurence est :

$$C(b^n) = a^n C(1) + \sum_{l=0}^{n-1} a^l f(b^{n-l}) \tag{3.66}$$

Le premier terme $a^n = a^{\log_b M} = M^{\log_b a}$ correspond à la complexité due à la résolution de tous les sous-problèmes. Le second terme est la complexité due à toutes les opérations de décomposition et de recomposition.
Théorème : *[97] Soit $a \geq 1$ et $b \geq 1$ deux constantes, f une fonction de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}^+$ et C définie par la récurrence :*

$$C(M) = aC(\frac{M}{b}) + f(M) \tag{3.67}$$

alors :

1. *si $\exists \epsilon > 0$ tel que $f(M) = \Theta(M^{\log_b(a-\epsilon)})$, alors $C(M) = \Theta(M^{\log_b a})$;*
2. *si $f(M) = \Theta(M^{\log_b a})$, alors $C(M) = \Theta(M^{\log_b a} \log_b M)$;*
3. *si $\exists \epsilon > 0$ tel que $f(M) = \Theta(M^{\log_b(a+\epsilon)})$, alors $C(M) = \Theta(f(M))$.*

Dans le cas 3, la décomposition du problème ne conduit à aucune accélération, les opérations de décomposition et de recomposition étant dominantes.

Exemple : La transformée de Fourier rapide FFT
L'algorithme « Diviser pour régner » peut être appliqué à la DFT en utilisant la méthode Radix 2 présentée dans la partie 2.1.4.
On a vu que l'évaluation directe de la DFT a une complexité $C(M) = \Theta(M^2)$. L'algorithme Radix montre qu'il est possible de diviser le problème en 2 sous-problèmes de taille $M/2$. On a vu également qu'il faut $M/2$ modules élémentaires (1 multiplication complexe et 2 additions complexes) pour reconstituer la DFT de taille M à partir des 2 DFT de taille $M/2$.
Il est donc possible d'écrire l'équation de récurrence suivante :

$$C(M) = 2C(M/2) + M/2 \tag{3.68}$$

Si on applique le théorème 3.3.1.1, on a $a = 2$, $b = 2$ et $f(M) = \Theta(M)$. On se trouve donc dans le cas 2 et on retrouve donc que la complexité de la FFT est en $\Theta(M \log_2 M)$.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

3.3.1.2 Application à la théorie des bancs de filtres

Comme pour la FFT, l'algorithme peut être appliqué aux transmultiplexeurs. L'objectif est de montrer qu'une structure en arbre utilisée par la modulation DWMT a une complexité réduite par rapport à une implémentation directe.
L'émetteur DWMT correspond à une décomposition en paquets d'ondelettes discrètes IDWPT. De par sa structure en arbre (figure 3.13), une IDWPT de profondeur J est obtenue par 2 IDWPT de profondeur $J-1$ suivi d'une cellule élémentaire.
Dans le paragraphe précédent, nous avons vu comment implémenter une IDWPT d'ordre J avec une structure parallèle composée de $M = 2^J$ branches.
En notant H_m les filtres d'une structure parallèle permettant de calculer une IDWPT d'ordre J et H'_m ceux permettant de calculer une IDWPT d'ordre $J-1$, la figure 3.15 décrit l'implémentation d'une IDWPT de profondeur J par 2 structures équivalentes. A gauche, l'implémentation directe avec une structure parallèle composée de M branches. A droite, l'implémentation de 2 IDWPT identiques de profondeur $J-1$ avec une structure parallèle composée de $M/2$ branches, la IDWPT de profondeur J est obtenue par combinaison des sorties des 2 IDWPT de profondeur $J-1$ avec une cellule élémentaire.

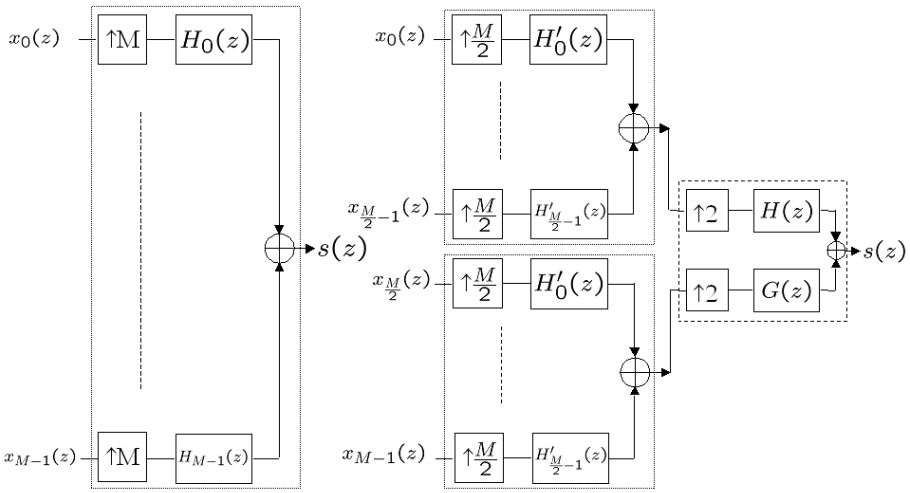

FIG. 3.15 – Division d'un banc de filtre de taille M en 2 bancs de filtres de taille M/2.

D'après l'équation (3.59), les filtres H_m et H'_m ont des réponses impulsionnelles de longueur T et T' respectivement. En fonction de M, les longueurs des filtres s'écrivent :

$$T = M(L-1) - (L-2) \tag{3.69}$$

$$T' = \frac{M}{2}(L-1) - (L-2) \tag{3.70}$$

Pour la structure de gauche, la complexité du calcul des M échantillons de sortie du banc de filtre varie donc en $\Theta(M^2)$.

Pour la structure de droite, la complexité du calcul des $M/2$ échantillons de sortie du chaque banc de filtres varie aussi en $\Theta(M^2)$. Le calcul des M échantillons de sortie par la cellule élémentaire a une complexité en $\Theta(ML)$.

On note $C(M)$ la complexité de l'implémentation d'un banc de filtres composé de M branches. On a vu qu'il est possible de diviser l'implémentation en 2 sous-problèmes de taille $M/2$. On a vu également qu'il faut une cellule élémentaire pour reconstituer l'IDWPT de taille M à partir des 2 IDWPT de taille $M/2$.
Il est donc possible d'écrire l'équation de récurrence suivante :

$$C(M) = 2C(M/2) + \Theta(ML) \tag{3.71}$$

Si on applique le théorème 3.3.1.1, on a $a = 2$, $b = 2$ et $f(M) = \Theta(LM)$. On se trouve donc dans le cas 2 et on trouve donc que la complexité est :

$$C(M) = \Theta(M \log_2 M) \tag{3.72}$$

L'application de l'algorithme « Diviser pour régner » permet de justifier l'utilisation d'une structure en arbre pour l'émetteur DWMT. En effet, pour le calcul de M échantillons, une structure parallèle a une complexité en $\Theta(M^2)$ contre $\Theta(M \log_2 M)$ pour une structure en arbre.
Cependant, cet algorithme ne donne qu'un ordre de grandeur des complexités. Dans la partie suivante, nous allons donc détailler la complexité de la modulation DWMT.

3.3.2 Complexité de la modulation DWMT et du banc de filtres équivalent

Dans cette partie, les complexités des deux structures d'implémentation de l'émetteur DWMT sont évaluées et comparées à celle de l'émetteur OFDM.
On note C_{OFDM} la complexité de calcul d'un symbole OFDM. Nous avons vu dans le troisième chapitre que la modulation OFDM a la complexité suivante pour le calcul de M échantillons :

$$C_{\text{OFDM}} = \begin{cases} \frac{M}{2} \log_2 M & \text{multiplications complexes} \\ M \log_2 M & \text{additions complexes} \end{cases} \tag{3.73}$$

Complexité d'une cellule de la modulation DWMT
Intéressons-nous dans un premier temps à la complexité d'une cellule élémentaire de la synthèse en paquets d'ondelettes représentée sur la figure 3.16. La complexité, notée C_{DWT}, de cette cellule correspond au nombre d'opérations nécessaires au calcul des 2 échantillons de sortie. On note T_e la période d'échantillonnage à l'entrée de la cellule et $\frac{1}{T_e}$ le rythme des échantillons à l'entrée de la cellule élémentaire.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

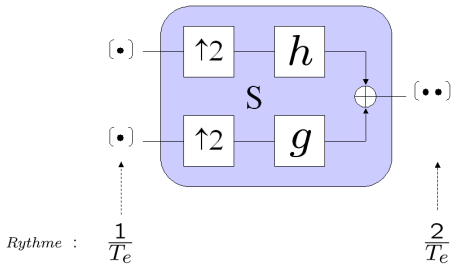

FIG. 3.16 – Une cellule de la synthèse en paquets d'ondelette.

L'introduction de zéros due au sur-échantillonnage d'ordre 2 fait que seulement $\frac{L}{2}$ coefficients des filtres h et g sont nécessaires pour le calcul d'un échantillon de sortie des filtres. Les coefficients des filtres étant réels, il faut donc $2L$ multiplications réelles et $2(L-2)$ additions réelles pour calculer 2 échantillons complexes en sortie de chaque filtrage des symboles. Une cellule est composée de deux branches, un échantillon de sortie est la somme des échantillons de chaque branche, il faut donc 4 additions réelles supplémentaires pour calculer les 2 échantillons de sortie. Au total, le calcul des échantillons en sortie nécessite :

$$C_{\mathrm{DWT}} = \begin{cases} 4L & \text{multiplications réelles} \\ 4(L-1) & \text{additions réelles} \end{cases} \tag{3.74}$$

Complexité de l'émetteur DWMT

Nous avons vu (figure 3.13) que l'émetteur DWMT est composé d'un ensemble de cellules élémentaires, les cellules forment une structure en arbre. On note C_{DWMT} la complexité de l'émetteur DWMT pour le calcul d'un symbole DWMT de M échantillons. C_{DWMT} dépend de la profondeur de l'arbre $J = log_2 M$ et de la taille L des filtres h et g.

Notons $N(l)$ le nombre de cellule élémentaire à l'échelle l et $R(l)$ le rythme à l'entrée d'une cellule de l'échelle l. La figure 3.17 présente la structure de l'émetteur DWMT avec le détail de $R(l)$ et $N(l)$ pour chaque échelle.
On peut facilement déterminer que :

$$\begin{cases} N(l) = 2^{l-1} \\ R(l) = \frac{2^{J-l}}{T_e} \end{cases} \tag{3.75}$$

La complexité d'un étage est égale à la complexité d'une cellule C_{DWT} multipliée par le nombre de symboles en entrée de la cellule $T_e R(l)$, le tout multiplié par le nombre de cellules. La complexité à l'échelle l est donc donnée par :

$$C_{\mathrm{DWMT}}(l) = C_{\mathrm{DWT}} * T_e R(l) * N(l) \tag{3.76}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

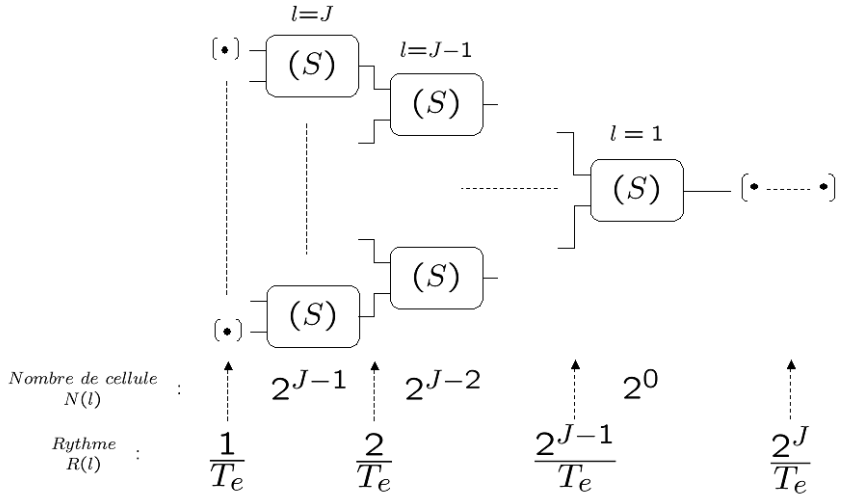

FIG. 3.17 – Nombre de cellules et rythme à l'entrée de chaque étage d'un émetteur DWMT.

La complexité totale de l'émetteur DWMT est la somme des complexités de chaque échelle :

$$C_{\text{DWMT}} = C_{\text{DWT}} \sum_{l=1}^{J} N(l)R(j)T_e \tag{3.77}$$

En remplaçant (3.75) dans (3.77), on trouve :

$$C_{\text{DWMT}} = C_{\text{DWT}} \sum_{l=1}^{J} 2^{J-1} \tag{3.78}$$

Finalement, l'expression de la complexité de l'émetteur DWMT s'exprime :

$$C_{\text{DWMT}} = \frac{J2^J}{2} C_{\text{DWT}} = \begin{cases} J2^{J+1}L & \text{multiplications réelles} \\ J2^{J+1}(L-1) & \text{additions réelles} \end{cases} \tag{3.79}$$

En fonction du nombres de porteuse $M = 2^J$, la complexité C_{DWMT} du calcul de M échantillons d'un symbole DWMT s'écrit :

$$C_{\text{DWMT}} = \begin{cases} 2LM \log_2 M & \text{multiplications réelles} \\ 2(L-1)M \log_2 M & \text{additions réelles} \end{cases} \tag{3.80}$$

Complexité du banc de filtres parallèle équivalent

Afin de comparer les structures parallèle et arbre de l'émetteur DWMT, on peut déterminer la complexité du banc de filtres avec la stucture parallèle de la figure 3.14.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

La complexité trouvée pour l'émetteur FMT proposé dans ce mémoire (2.67) peut être adaptée à celle de la structure parallèle. Chaque branche de l'émetteur FMT est composée du filtre prototype et d'une multiplication par une exponentielle complexe (cf. figure 2.14) alors qu'elle n'est composée que d'un filtre pour la structure parallèle de l'émetteur DWMT. Il faut juste supprimer la multiplication par l'exponentielle complexe en sortie du filtre. Dans notre cas, la longueur du filtre est notée T_n, le calcul d'un échantillon de sortie $s[n]$ nécessite donc :

$$\begin{cases} 4T_J & \text{multiplications réelles} \\ M(2\frac{T_J}{M} - 1) & \text{additions réelles} \end{cases} \tag{3.81}$$

Pour le calcul des M échantillons du symbole DWMT, la complexité serait :

$$\begin{cases} 4MT_J & \text{multiplications réelles} \\ M^2(2\frac{T_J}{M} - 1) & \text{additions réelles} \end{cases} \tag{3.82}$$

Finalement, en remplaçant T_n en fonction de n et L (cf. équation (3.59)), l'émetteur DWMT utilisant une implémentation avec une structure parallèle équivalente aurait la complexité suivante :

$$\begin{cases} 4M^2(L-1) - 4M(L-2) & \text{multiplications réelles} \\ M^2(2\frac{M(L-1)-(L-2)}{M} - 1) & \text{additions réelles} \end{cases} \tag{3.83}$$

Le tableau 3.1 présente la complexité en nombre de multiplications réelles de l'émetteur DWMT pour l'implémentation avec les structures en arbre et parallèle. La complexité est donnée pour différentes taille des filtres L et en fonction du nombres de porteuses M. Les complexités sont comparées à celle de la modulation OFDM (on considère qu'une multiplication complexe équivaut à 4 multiplications réelles).
Elles sont également comparées à la complexité de l'émetteur FMT (2.68) utilisant une structure polyphase pour le calcul de M échantillons en sortie et un filtre de taille T_J :

$$\begin{cases} 2M\log_2 M + 2T_J & \text{multiplications réelles} \\ 2M\log_2 M + 2T_J - 2M & \text{additions réelles} \end{cases} \tag{3.84}$$

Conclusion
La première conclusion de cette étude est que l'utilisation d'une structure en arbre offre une complexité réduite par rapport à une implémentation parallèle du banc de filtres. Les résultats sont d'autant plus significatifs que le nombre de porteuses est important, en effet C_{DWMT} varie en $\Theta(M\log_2 M)$ (3.80) alors que la complexité de la structure parallèle varie en $\Theta(M^2)$ (3.83).
On note également que les modulations (FMT et OFDM) utilisant l'algorithme de FFT ont une complexité inférieure à celle de la modulation DWMT. Cependant, la variation de

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

		DWMT		FMT	OFDM
		Structure arbre	Structure parallèle	Structure Polyphase	
M=64	$L = 4$	3072	49280	1148	768
	$L = 12$	9216	180864	2156	
M=128	$L = 4$	7168	196864	2556	1792
	$L = 12$	21504	722176	4588	
M=256	$L = 4$	16384	786944	5628	4096
	$L = 12$	49152	2886144	9708	

TAB. 3.1 – Nombre de multiplications de l'implémentation de l'émetteur DWMT, FMT et OFDM.

la complexité en fonction du nombre de porteuses est identique pour les trois modulations, de l'ordre de $\Theta(M \log_2 M)$.

Le principal avantage de la structure en arbre est que les résultats obtenus avec un banc de filtres de base avec deux sous-canaux peuvent être directement transférés à M sous-canaux, il suffit de bien définir l'arbre de base pour définir entièrement la structure. Pour la structure parallèle, il faut construire les M filtres séparément en fonction du canal pour que le système dans sa globalité soit à reconstruction parfaite. Mais l'utilisation de banc de filtres modulés permet de remédier à ce problème en conditionnant le filtre prototype. Des solutions hybrides sont possibles avec des bancs de filtres en arbre avec des filtres différents d'un étage à l'autre en fonction du cahier des charges. Une autre possibilité est d'augmenter le nombre de filtres d'un étage, ainsi le nombre de sous-canaux n'est pas restreint à une puissance de deux.

3.4 Comparaison des modulations OFDM et DWMT

L'objectif de cette partie est d'acquérir une vue d'ensemble des modulations multiporteuses OFDM et DWMT. L'étude des différentes formes d'onde temporelles et fréquentielles permet de maîtriser le fonctionnement de la modulation DWMT par rapport à la modulation OFDM. Des premières mesures en présence de bruit blanc additif gaussien seront effectuées afin de valider l'algorithme de modulation multiporteuses.
En conclusion, une première comparaison entre la modulation OFDM et la modulation DWMT sera effectuée au niveau des formes d'onde, du spectre occupé et du débit.

3.4.1 Chaîne de transmission multiporteuses

Afin d'analyser les deux modulations multiporteuses, le dispositif de simulation détaillé sur la figure 3.18 a été mis en place. Les données binaires à transmettre sont dans un premier temps modulées sur une constellation, cette opération est appelé « mapping ».

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Pour notre étude, les données sont modulées sur des modulations d'amplitude en quadrature (QAM). Les symboles ainsi formés sont ensuite multiplexés sur les différentes sous-porteuses OFDM ou DWMT. Pour les deux modulations, le signal transmis est complexe, le canal est réduit à un bruit blanc additif gaussien. A la réception les étapes complémentaires de l'émission sont effectuées afin de récupérer les données transmises.

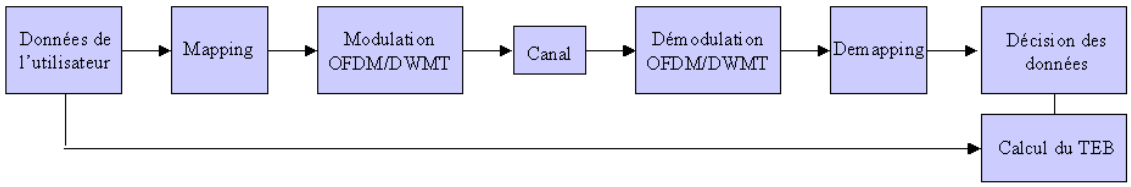

FIG. 3.18 – Chaîne de transmission pour l'analyse des modulations OFDM et DWMT.

Les différents paramètres de l'étude sont les suivants :
- Constellation : 4-QAM ;
- Nombre de porteuses : $M = 128$;
- OFDM : utilisation d'un préfixe cyclique de 20% de la durée symbole (si nécessaire) ;
- DWMT : utilisation d'ondelettes de Daubechies ;
- Canal : bruit blanc additif gaussien (AWGN).

3.4.2 Analyse de la transmission sur une porteuse

Dans un système où la bande allouée à la transmission est divisée en $M = 128$ sous-canaux, le système est tout d'abord réduit à l'utilisation d'une seule porteuse : les symboles ne sont transmis que sur une seule sous-porteuse, les symboles émis sur les autres sous-porteuses sont nuls.

3.4.2.1 Formes d'onde temporelles

La figure 3.19 représente les parties réelles et imaginaires d'une forme d'onde utilisée pour la modulation OFDM et la modulation DWMT utilisant l'ondelette de Daubechies à 2 moments nuls.

La forme d'onde OFDM a un support de M points. C'est un signal complexe avec un déphasage de $\pi/2$ entre sa partie réelle et sa partie imaginaire.
Contrairement à l'OFDM, la forme d'onde DWMT est un signal réel, sa partie imaginaire est nulle. Le support temporel d'un symbole est supérieur au nombre de porteuses M, il dépend du nombre de coefficients des filtres et de la profondeur de la décomposition en paquets d'ondelettes. Pour un système à $M = 128$ sous-porteuses, d'après l'équation (3.57) la profondeur d'analyse est $J = 7$.
Soient T la taille du support de l'ondelette et $L = 4$ pour une ondelette de Daubechies à

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

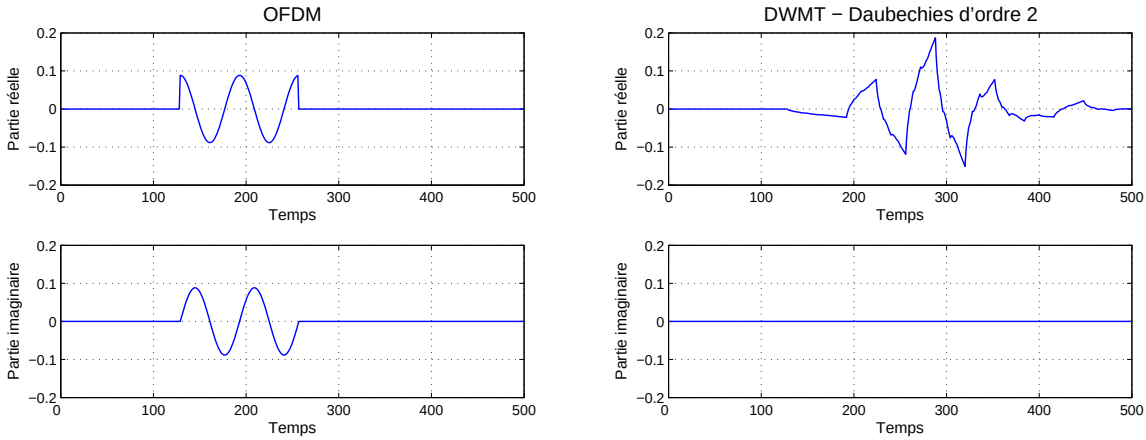

FIG. 3.19 – Parties réelle et imaginaire d'une forme d'onde de la modulation OFDM et DWMT.

2 moments nuls. L'équation (3.59) permet de déterminer que le support du signal DWMT a une longueur de $T = 386$ échantillons.

3.4.2.2 Formes d'onde fréquentielles

La figure 3.20 représente les Densités Spectrales de Puissance (DSP) de la neuvième porteuse pour les modulations OFDM et DWMT utilisant une ondelette de Daubechies d'ordre 4. Toutes les fréquences données dans ce mémoire sont normalisées par la bande de fréquence B allouée pour la transmission ($\nu = \frac{f}{B}$ avec f la fréquence réelle).

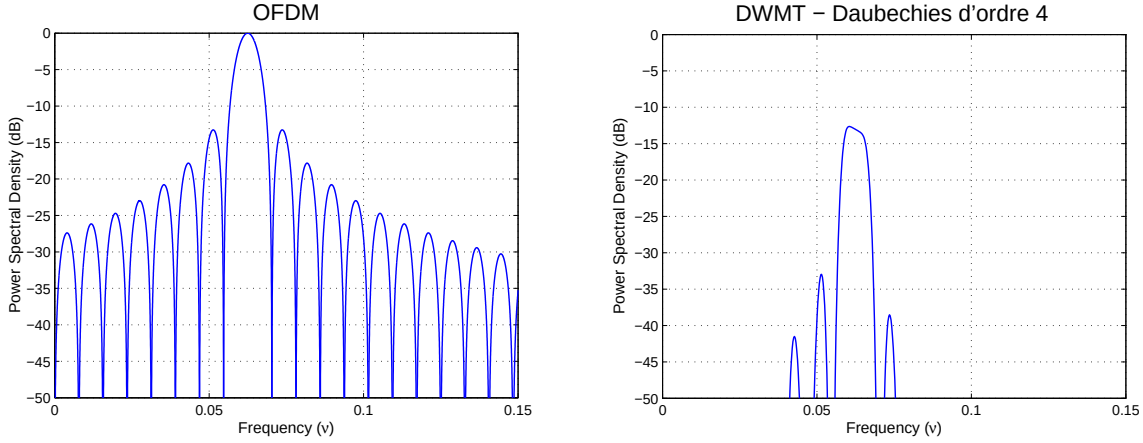

FIG. 3.20 – Spectre d'une forme d'onde de la modulation OFDM et DWMT.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Pour la modulation OFDM, l'utilisation de la transformée de Fourier discrète en émission et en réception impose le choix d'une fenêtre temporelle rectangulaire. Cette condition permet d'obtenir une reconstruction parfaite mais les spectres des sous porteuses se chevauchent de façon importante. En effet, le premier lobe secondaire d'une porteuse est atténué de 13dB par rapport au lobe principal.
La densité spectrale de puissance d'une porteuse DWMT (Daubechies d'ordre 4) montre que les lobes secondaires sont plus faibles que ceux de la porteuse OFDM. En effet, pour la porteuse DWMT le 1er lobe secondaire est atténué de 21dB par rapport au lobe principal et l'amplitude des lobes secondaires décroît beaucoup plus rapidement que celle des lobes secondaires de la porteuse OFDM.
Il faut noter que, pour la modulation OFDM, l'allure de la DSP ne dépend pas de la fréquence porteuse alors qu'elle dépend énormément du choix de la forme d'onde pour la modulation DWMT. Par construction, chaque forme d'onde DWMT a un spectre différent qui dépend d'un certain nombre de combinaison des filtres h et g.
Le spectre dépend également du choix de l'ondelette. L'atténuation des lobes secondaires augmente avec la complexité de l'ondelette de Daubechies.

3.4.2.3 Localisation temps-fréquence

Nous avons vu dans le premier chapitre (§1.4) que les caractéristiques temps-fréquence des formes d'onde modulantes influencent de manière significative les performances du système. Le choix de la forme d'onde peut ainsi réduire conjointement l'IES et l'ICI.

Dans la première partie, les moyennes temporelle (1.43) et fréquentielle (1.44) ainsi que les dispersions temporelle (1.45) et fréquentielle (1.46) sont définies pour des formes d'onde à temps continu. On peut définir la localisation temps-fréquence d'un signal à temps discret.
Il faut dans un premier temps définir la transformée de Fourier discrète :

$$\Psi[\nu] = TF_{\psi}[\nu] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \psi[k] e^{-i2\pi\nu k} \tag{3.85}$$

En discrétisant les signaux, l'énergie des formes d'onde devient :

$$E_{\psi} = \sum_{k} |\psi[k]|^2 \tag{3.86}$$

Dans notre cas, toutes les formes d'onde sont normalisés, on a $E_{\psi} = 1$ quelle que soit la forme d'onde modulante (OFDM ou DWMT).

Ainsi, après discrétisation, les moments d'ordre 1 et 2 temporels et fréquentiels s'écrivent

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

respectivement :

$$\hat{k} = \sum_k k|\psi(k)|^2 \quad \text{et} \quad (\Delta T)^2 = 4\pi \sum_k (k-\hat{k})^2 |\psi[k]|^2 \tag{3.87}$$

$$\hat{\nu} = \sum_\nu \nu|\Psi(\nu)|^2 \quad \text{et} \quad (\Delta F)^2 = 4\pi \sum_\nu (\nu-\hat{\nu})^2 |\Psi[\nu]|^2 \tag{3.88}$$

La localisation temps-fréquence de la forme d'onde $\psi[k]$ est toujours donné par $\kappa = \Delta T.\Delta F$.

Afin de réaliser l'étude de la localisation temps-fréquence, seule la forme d'onde correspondant à la 5ième porteuse est dans un premier temps observée. La figure 3.21 représente les formes d'onde et le spectre de cette porteuse pour les modulations OFDM et DWMT respectivement. Dans cet exemple, la modulation DWMT utilise un ondelette de Meyer. Les dispersions temporelle ΔT et fréquentielle ΔF sont également données pour chaque forme d'onde.

Le spectre de l'ondelette de Meyer est symétrique par rapport à $\nu = 0.5$ alors que celui de la fenêtre rectangulaire comporte un seul lobe principal. On peut ainsi insister sur le fait que la modulation DWMT utilise des formes d'onde « réelles » alors que la modulation OFDM utilise des formes d'onde « complexes ».
Au niveau de l'allure temporelle des signaux, la forme d'onde DWMT a un support très-supérieur à la fenêtre OFDM (4032 échantillons contre 128). En terme de localisation, l'écart n'est pas si important ($\Delta T = 307$ pour l'ondelette de Meyer et 131 pour la modulation OFDM). Par contre, l'ondelette de Meyer utilisée par la modulation DWMT est beaucoup mieux localisée en fréquence que la forme d'onde rectangulaire de la modulation OFDM. En effet, ΔF pour la modulation DWMT est ≈ 20 fois plus petit que celle de la modulation OFDM.

Finalement, les formes d'onde ont comme support temps-fréquence :

$$\kappa = 10.9 \text{ pour la modulation OFDM} \tag{3.89}$$

$$\kappa = 1.35 \text{ pour la modulation DWMT} \tag{3.90}$$

La localisation temps-fréquence de l'ondelette de Meyer est donc nettement supérieure à celle de la forme d'onde rectangulaire utilisée par la modulation OFDM.

Une différence importante entre les modulations OFDM et DWMT est que, pour la modulation DWMT, les spectres des formes d'onde sont différents en fonction de la fréquence porteuse alors que l'allure des spectres des formes d'onde OFDM sont identiques. Au niveau de la localisation temps-fréquence, cette différence se traduit par un κ constant quelle que soit la forme d'onde OFDM alors qu'il est différent pour chaque forme d'onde DWMT.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

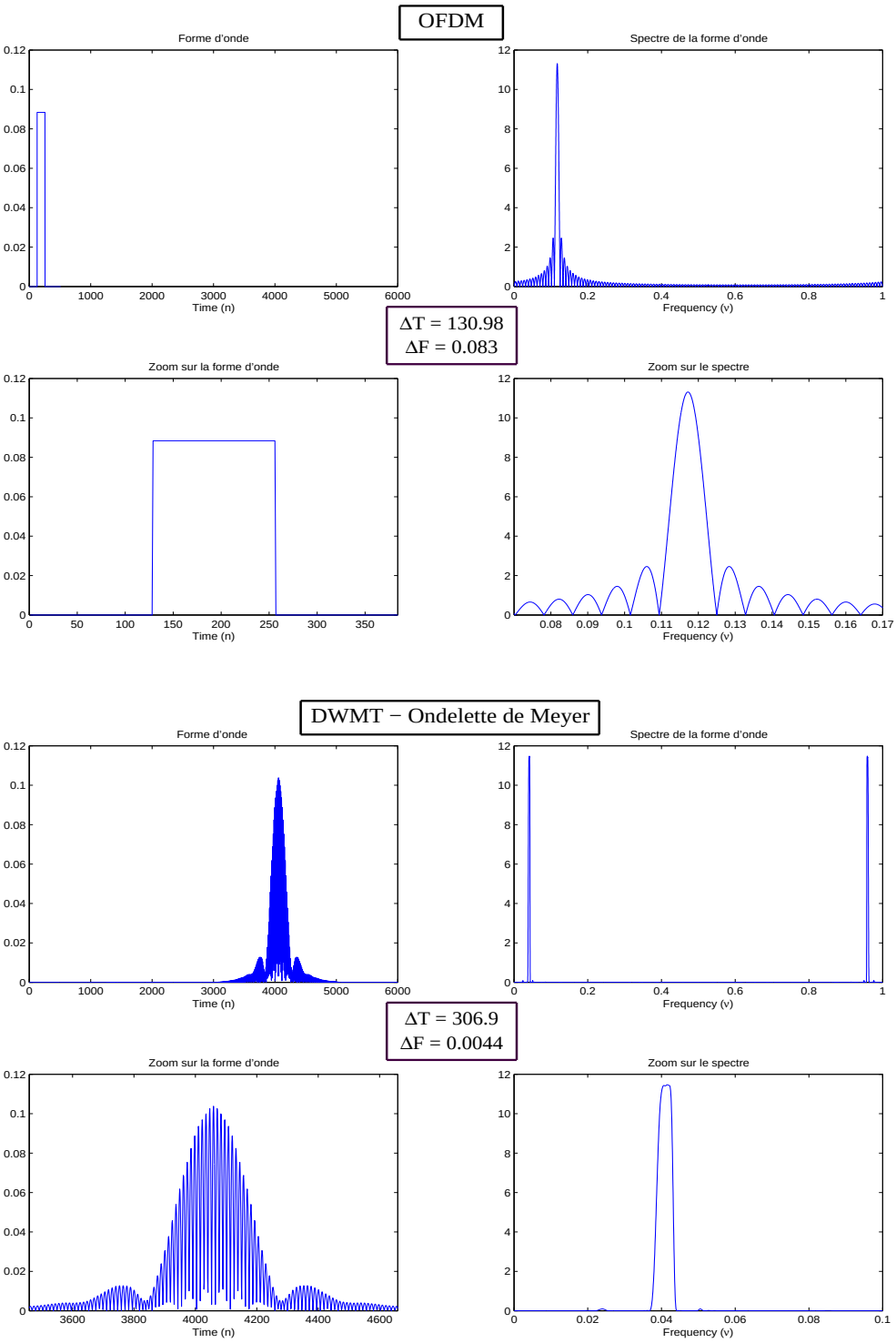

FIG. 3.21 – Localisation temps - fréquence des formes d'onde OFDM et DWMT (Ondelette de Meyer).

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

La figure 3.22 illustre cette différence : elle montre le produit κ des dispersions temporelle et fréquentielle pour chaque porteuse d'un système à $M = 128$ porteuses.
Pour la modulation OFDM, la forme d'onde modulante est identique pour chaque por-

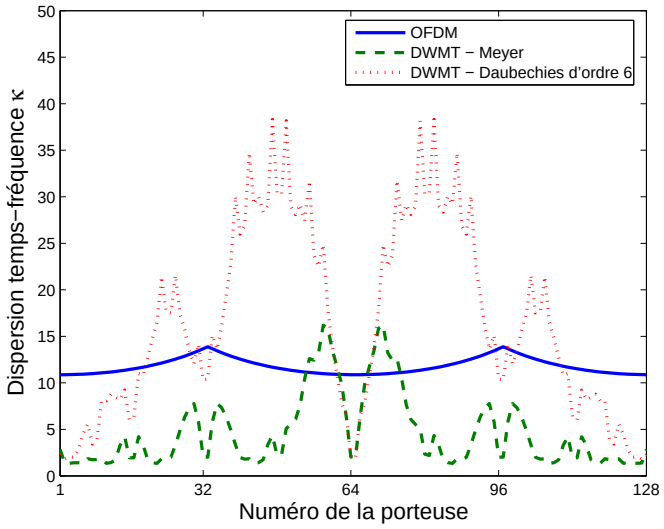

FIG. 3.22 – Dispersion temps-fréquence κ pour chaque porteuse.

teuse. Le support κ est donc constant (la petite variation est due à la méthode de calcul de κ). Les ondelettes ont un support qui varie en fonction de la fréquence porteuse. En effet, par construction, chaque forme d'onde est une combinaison différente des filtres h_n et g_n (cf. equation (3.57)). Leur support est assez important pour certaines fréquences porteuses. Par la suite, nous considérerons, pour un type d'ondelette, le support κ moyen sur l'ensemble des M porteuses.

Le tableau 3.2 donne les dispersions temporelle et fréquentielle pour plusieurs types d'ondelettes ainsi que leur support κ. Les mesures sont effectuées dans un contexte de modulation DWMT à $M = 128$ porteuses, les valeurs données correspondent à la dispersion moyenne sur l'ensemble des porteuses. Pour chaque ondelette, la longueur des filtres est donnée entre parenthèses. Ces mesures sont comparées à celles de la forme d'onde rectangulaire utilisée par la modulation OFDM. Les dispersions de la fonction gaussienne sont également données, cette fonction permet d'obtenir la borne minimale du principe d'incertitude d'Heisenberg.

Le choix des ondelettes de Daubechies ne semble pas être judicieux pour obtenir des formes d'onde bien localisées, leur support temps-fréquence est supérieur à celui de la fenêtre rectangulaire.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Forme d'onde	ΔT	ΔF	$\Delta T.\Delta F$
Haar (2)	132.3	0.26	35.3
Coiflet 1 (6)	146.6	0.164	23.8
Daubechies 2 (4)	150.9	0.168	25.09
Daubechies 6 (12)	249.3	0.068	16.61
Daubechies 20 (40)	560.3	0.026	14.15
Meyer (64)	295.2	0.016	4.63
OFDM	130.98	0.083	10.88
Gaussienne	22.63	0.044	1

TAB. 3.2 – Localisation temps-fréquence pour différentes formes d'onde.

Par contre, l'ondelette de Meyer permet d'obtenir un support κ inférieur à celui de la forme d'onde OFDM, ceci au prix d'une complexité assez importante.

3.4.3 Analyse de la transmission multiporteuses

Le système est maintenant utilisé dans sa globalité, toutes les $M = 128$ sous-porteuses sont utilisées.

3.4.3.1 Formes d'onde temporelles

La figure 3.23 schématise la modulation de deux symboles OFDM et DWMT consécutifs.
Le signal DWMT est généré à partir de bancs de filtres dont le support de la réponse impulsionnelle est important ($T > T_s$). Malgré cela, chaque symbole est transmis tous les T_s. Il n'y a pas de diminution du débit malgré l'augmentation du support temporel des symboles.
Pour la modulation OFDM, il n'y a pas de chevauchement temporel entre 2 symboles OFDM. Un symbole est transmis tous les $T_s + \Delta$. La transmission dans un canal multi-trajets impose l'insertion d'un préfixe cyclique entre chaque symbole OFDM. Cette technique est efficace et simple à mettre en œuvre mais elle réduit l'énergie utile du signal et par conséquent le débit du système.

3.4.3.2 Formes d'onde fréquentielles

Un des principaux avantages de la modulation OFDM est l'obtention d'efficacités spectrales élevées grâce au chevauchement spectral des sous porteuses. La figure 3.24 représente les spectres de 5 sous-porteuses pour les modulations OFDM et DWMT.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

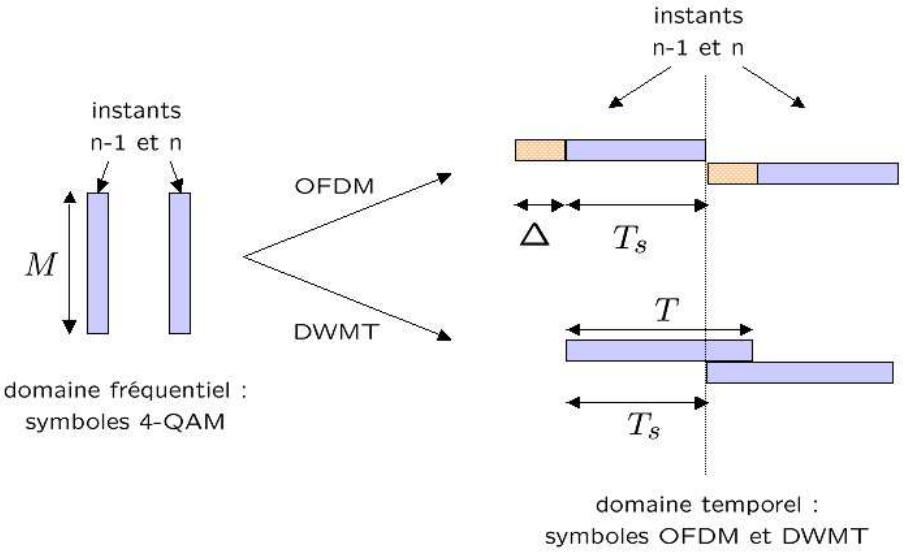

FIG. 3.23 – Modulation de deux symboles OFDM et DWMT consécutifs.

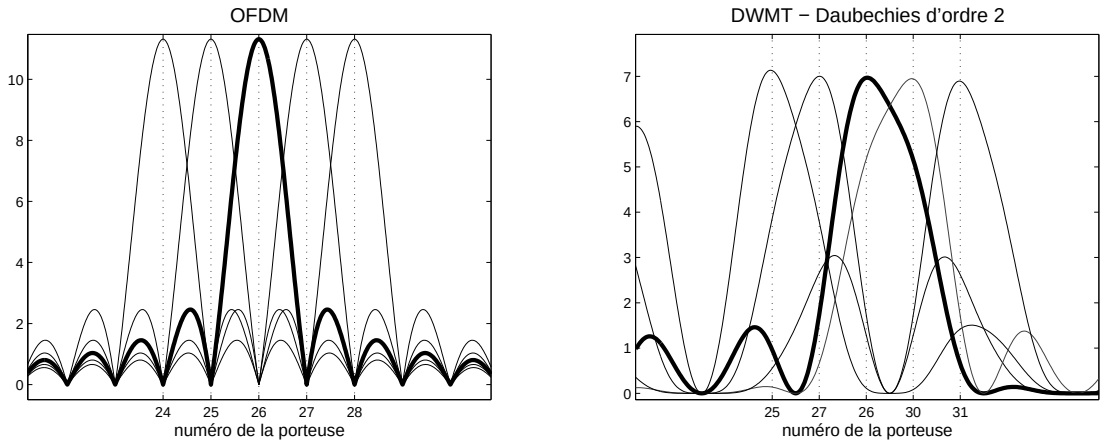

FIG. 3.24 – Représentation fréquentielle de 5 porteuses OFDM et DWMT.

Le spectre du signal OFDM est formé des symboles modulant les sous-porteuses aux fréquences ν_m. Autour de ces fréquences, le spectre s'élargit suivant un sinus cardinal à cause du spectre de la fenêtre rectangulaire temporelle de durée T_s.
L'orthogonalité entre les sous-porteuses est obtenue en choisissant l'espacement entre deux sous-porteuses successives de $\frac{1}{T_s}$. Cet espacement implique que lorsque le spectre d'une sous-porteuse est maximal, celui des autres est annulé. Cette condition d'orthogonalité permet d'avoir un recouvrement optimal des spectres des sous-porteuses sans augmen-

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

ter l'ICI. Cependant, un léger décalage de l'échantillonnage fréquentiel peut entraîner une perte des conditions d'orthogonalité et ainsi augmenter l'interférence entre sous-porteuses.

Pour la modulation DWMT, le spectre de chaque sous-porteuse est différent et dépend des combinaisons successives des filtres h et g. La construction a également un effet d'entrelacement fréquentiel des données, l'ordre des symboles modulants n'est pas celui des porteuses en fréquence. De plus, les porteuses DWMT sont espacées de $\frac{1}{2T_s}$. Les lobes principaux des spectres se chevauchent donc de façon plus importante.

La figure 3.25 représente les DSP des signaux OFDM sans préfixe cyclique, OFDM avec préfixe cyclique et DWMT (Ondelettes de Daubechies à 2 moments nuls). Ces signaux sont composés de M=128 porteuses et le préfixe cyclique a une longueur $\Delta = 0.2T_s$. Afin d'observer l'occupation spectrale des signaux, la transmission est dans ce cas effectuée en bande transposée autour d'une fréquence f_0.

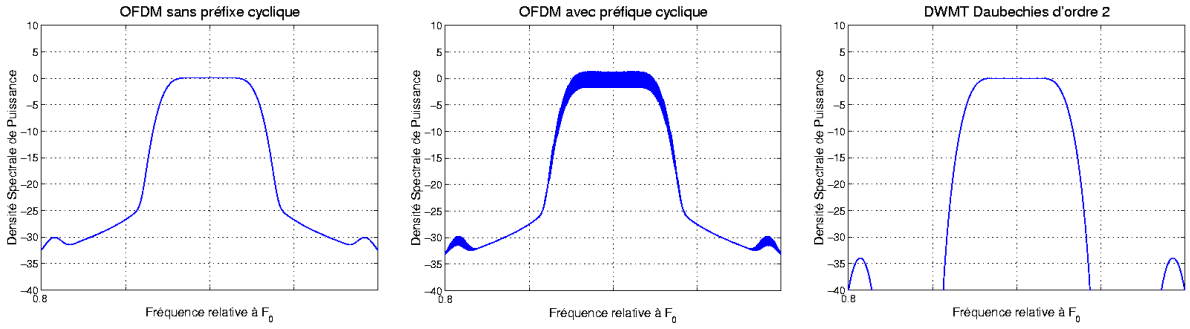

FIG. 3.25 – Densité Spectrale de Puissance des signaux OFDM sans et avec préfixe cyclique et DWMT pour une transmission autour de f_0.

La technique OFDM présente l'avantage de générer un signal qui occupe de façon optimale la bande de fréquence allouée. En effet, le spectre de puissance tend vers un spectre plat dans cette bande. Ainsi, l'énergie du signal est mieux restituée en réception. Les sous-porteuses étant espacées de $\frac{1}{T_s}$, la bande totale occupée fréquentiellement est de $B = \frac{M}{T_s}$ à laquelle il faut ajouter les lobes secondaires des sinus cardinaux de part et d'autres de la bande.

Les ondulations constatées sont provoquées par l'insertion du préfixe cyclique. L'augmentation du temps symbole de T_s à $T_s+\Delta$ a pour effet que les sous-porteuses ne sont plus orthogonales lorsqu'elles traversent le canal de propagation. L'orthogonalité est restituée en réception par la suppression du préfixe cyclique. Plus le préfixe cyclique est grand, plus ces ondulations sont importantes. Ainsi, lorsque $\Delta = 0$, il n'y a plus d'ondulation dans la bande occupée.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

De la même façon que le signal OFDM, le signal DWMT occupe de façon optimale la bande de fréquence allouée. Le spectre est rectangulaire idéal et la largeur de la bande occupée est de $B = \frac{M}{T_s}$.

La différence entre les deux techniques vient des lobes secondaires de part et d'autres de la bande fréquentielle occupée. Ceux de la modulation DWMT sont beaucoup plus atténuées que ceux de la modulation OFDM. Ainsi, un signal DWMT émis à une fréquence f_0 interfère faiblement sur les signaux émis aux fréquences voisines de f_0.

3.4.4 Taux d'erreur binaire en canal additif gaussien

Cette étude de la transmission en présence d'un bruit blanc additif gaussien (AWGN) ne reflète pas un cas réel de transmission. Elle permet seulement de vérifier les hypothèses d'orthogonalité des modulations OFDM et DWMT, et de valider l'implémentation de l'algorithme de modulation DWMT.

La figure 3.26 illustre l'influence du choix de la constellation et du nombre de sous-porteuse pour une transmission DWMT utilisant une ondelettes de Daubechies d'ordre 2. La figure de gauche représente le taux d'erreur binaire d'une modulation DWMT à 128 sous-porteuses pour les constellations BPSK, 4-QAM, 8-QAM et 16-QAM. La figure de droite représente le taux d'erreur binaire d'une transmission DWMT à 16, 128 et 1024 sous-porteuses modulées par des symboles 4-QAM.
Les sous-porteuses utilisées par la modulation DWMT sont parfaitement orthogonales par

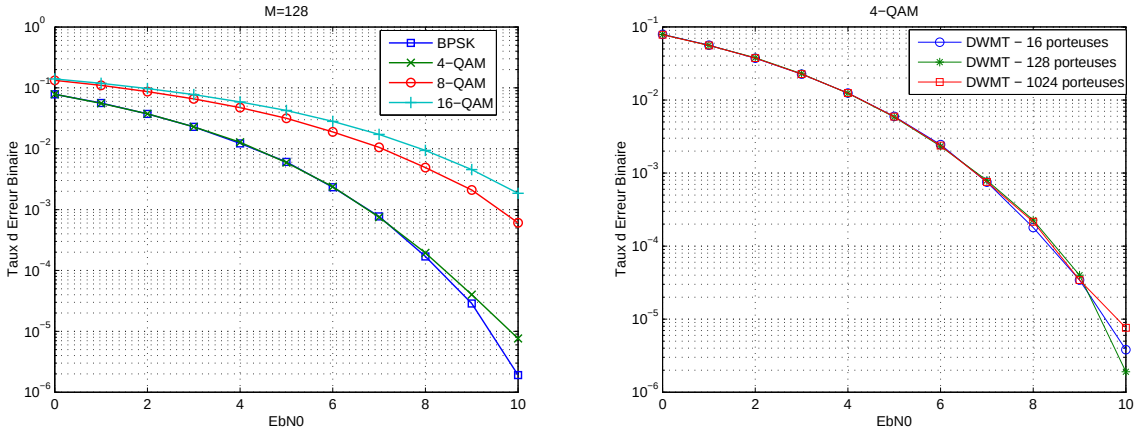

FIG. 3.26 – Taux d'erreur binaire en canal AWGN de la modulation DWMT en fonction du choix de la constellation et du nombre de porteuse.

construction et l'ajout d'un bruit gaussien n'engendre pas d'interférences entre symboles et entre sous-canaux. Il n'y a donc pas de perte d'orthogonalité en réception et les résultats

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

obtenus sur la figure 3.26 sont donc identiques à ceux obtenus pour une transmission monoporteuse. Le nombre d'erreurs ne dépend que du type de constellation utilisée et ne dépend pas du nombre de porteuses. On retrouve ainsi les taux d'erreur binaire théoriques des modulations QAM.

La figure 3.27 permet de comparer les modulations OFDM et DWMT en terme de taux d'erreur binaires en présence de bruit additif gaussien. La modulation OFDM est testée sans l'insertion du préfixe cyclique. Le nombre de porteuses utilisées est de 128, les symboles modulants sont des 4-QAM et la modulation DWMT est testée pour des ondelettes de Daubechies d'ordre 2 et d'ordre 6.

Pour les mêmes raisons que précédemment, il n'y a pas de perte d'orthogonalité pour

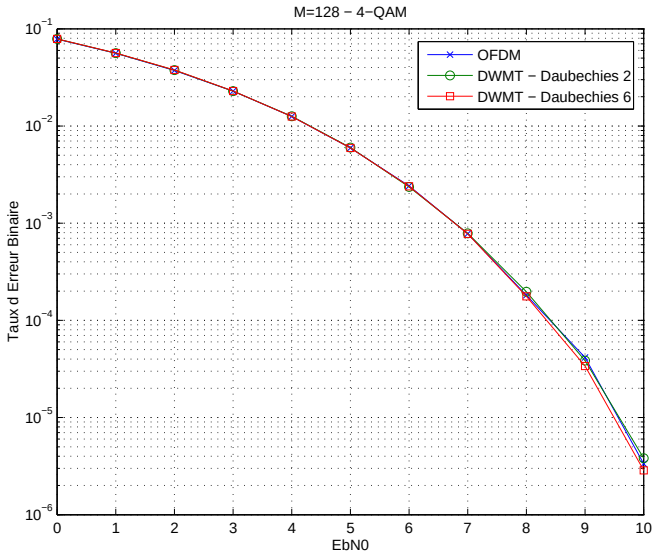

FIG. 3.27 – Taux d'erreur binaire en canal AWGN pour les modulations OFDM et DWMT.

une transmission en canal AWGN. Les porteuses OFDM et DWMT étant orthogonales, il est donc logique que le nombre d'erreurs soit identique pour les deux modulations et ce, quelle que soit l'ondelette utilisée pour la modulation DWMT.

3.4.5 Synthèse de la comparaison entre les modulations OFDM et DWMT

3.4.5.1 Formes d'onde réelles contre formes d'onde complexes

Pour la modulation OFDM, la DFT utilise des formes d'onde complexes qui transforment un signal réel ou complexe en un signal complexe dans le domaine fréquentiel.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Pour la modulation DWMT, la DWPT utilise, elle, des formes d'onde réelles qui transforme un signal réel en un signal réel dans le domaine des ondelettes. Pour transformer les symboles complexes I/Q, l'émetteur DWMT utilise deux DWPT identiques en parallèle, une pour I et une pour Q. Ainsi, les parties I et Q sont modulées séparément pour la modulation DWMT alors qu'elles le sont simultanément pour la modulation OFDM.
Cette différence est illustrée par la figure 3.28 qui détaille l'émission des symboles complexes pour les deux types de modulation. Le spectre des porteuses est également schématisé. Pour la modulation DWMT, les parties réelle I et imaginaire Q du symbole sont transmises sur la même sous-porteuse réelle. La modulation OFDM utilise des porteuses complexes pour moduler les symboles. C'est cette caractéristique qui explique l'espacement de $\frac{1}{2T_s}$ des sous-porteuses DWMT alors qu'il n'est que de $\frac{1}{T_s}$ pour les sous-porteuses OFDM.

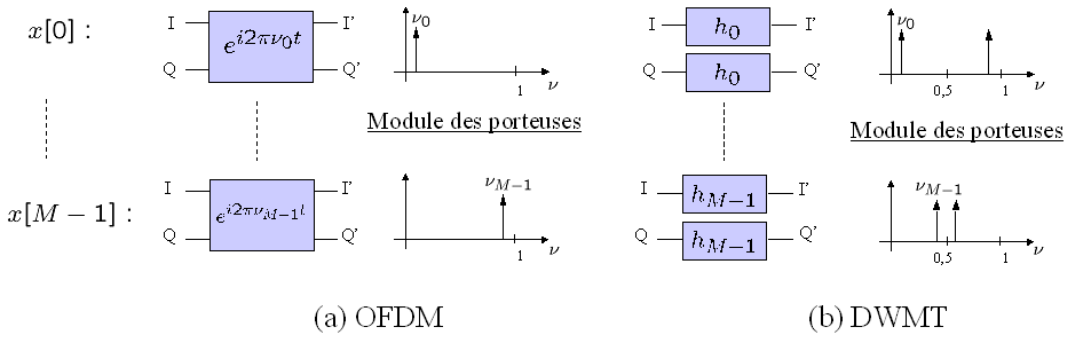

FIG. 3.28 – Principe de l'émission OFDM et DWMT de symboles complexes.

On peut également faire le lien avec les transmultiplexeurs modulés présentés dans le paragraphe 2.2.2. En effet, les transmultiplexeurs modulés complexes de type FMT utilisent des filtres à coefficients complexes. Les formes d'onde modulantes sont complexes et les sous-canaux générés sont espacés de $\frac{1}{T_s}$ (cf. figure 2.13) comme pour la modulation OFDM. L'analogie entre ces deux modulations a d'ailleurs été faite dans §2.2.4.
Les bancs de filtres en cosinus utilisent des filtres à coefficients réels. Les formes d'onde modulantes sont réelles et l'émission des symboles complexes est effectuée de façon identique à la modulation DWMT. Les sous-canaux générés sont, de la même façon, espacés de $\frac{1}{2T_s}$ comme le montre la figure 2.15.

3.4.5.2 Débit

Afin de pouvoir comparer les 2 modulations en terme de taux d'erreur, il faut dans un premier temps vérifier que leur débit est identique pour une bande spectrale occupée donnée et une puissance d'émission identique.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Par construction, la bande occupée et la puissance d'émission sont normalisées et donc égales pour les 2 modulations. Soit une bande de fréquence B allouée à la transmission, pour diviser le canal en M bandes, l'espacement entre les sous-porteuses est de $\frac{B}{2M}$ pour la modulation DWMT et de $\frac{B}{M}$ pour la modulation OFDM. Pour la modulation OFDM, nous considérons dans un premier temps que le préfixe cyclique n'est pas inséré.
Pour une durée symbole OFDM et DWMT, il y a M symboles complexes transmis. Le débit binaire de chaque système de modulation est donc :

$$D_{\text{OFDM}} = \frac{qM}{T_{s_{\text{OFDM}}}} \text{ et } D_{\text{DWMT}} = \frac{q2^n}{T_{s_{\text{DWMT}}}} \tag{3.91}$$

avec $T_{s_{\text{DWMT}}}$ et $T_{s_{\text{OFDM}}}$ la durée d'un symbole DWMT et OFDM respectivement et q le nombre de bits par symbole modulé.
Par construction, le rythme ν_{DWMT} des symboles DWMT est le même que celui ν_{OFDM} de l'OFDM. En effet, pour les deux modulations, des blocs de M symboles sont présentés au modulateur à un rythme ν_{bloc}. On a ainsi :

- $\nu_{\text{OFDM}} = M\nu_{\text{bloc}}$ avec M le nombre de porteuses OFDM ;
- $\nu_{\text{DWMT}} = 2^n\nu_{\text{bloc}}$ avec n la profondeur de l'analyse multirésolution.

En choisissant $M = 2^n$, le rythme des symboles transmis est le même pour les 2 modulations. On a alors $T_{s_{\text{OFDM}}} = T_{s_{\text{DWMT}}} = T_s$.
Pour la transmission de symboles complexes et dans le cas de la modulation OFDM sans préfixe cyclique, les débits des deux modulations sont donc égaux.

$$\Longrightarrow D_{\text{OFDM}} = D_{\text{DWMT}} \tag{3.92}$$

L'apport déterminant de la modulation DWMT est le débit lorsque la modulation OFDM est associée à la technique du préfixe cyclique. En effet, contrairement à la durée du symbole DWMT, la durée du symbole OFDM est en réalité de $T_s + \Delta$. Le gain en débit est donc de :

$$\gamma = \frac{T_s + \Delta}{T_s} \tag{3.93}$$

3.5 Conclusion

En conclusion de ce chapitre, l'application des ondelettes aux modulations multiporteuses permet de transmettre l'information sur de nouvelles formes d'onde. En effet, au prix d'une certaine complexité, la modulation DWMT permet de générer des formes d'onde en ondelettes mieux localisées que celles utilisées par la modulation OFDM.
La modulation DWMT a des caractéristiques temporelles et fréquentielles bien distinctes de celles de la modulation OFDM. L'analyse didactique a permis de tirer des premières conclusions sur la comparaison entre les modulations OFDM et DWMT.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

La modulation OFDM a montré son efficacité en présence de canaux dispersifs. Il faut désormais adapter les caractéristiques de la modulation DWMT à des conditions réelles de communication. Pour notre étude, nous évaluerons les performances de la modulation DWMT dans deux contextes de transmission :

- l'influence d'un brouilleur bande étroite sur la transmission ;
- la transmission à travers des canaux dispersifs.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Chapitre 4

Sensibilité au brouilleur bande étroite

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

La transmission utilisant les modulations multiporteuses de type OFDM peut être perturbée par les interférences entre symboles et les interférences entre sous-canaux adjacents. De manière classique, nous avons vu que ces interférences sont réduites en introduisant un préfixe cyclique au début de chaque symbole transmis. Cette technique est simple à mettre en œuvre, cependant elle ne permet pas de lutter contre les interférences bande-étroite qui réduisent la capacité de ce type de système.
En effet, les performances de la modulation OFDM sont rapidement détériorées lors de la transmission dans un environnement avec des forts bruits à bande étroite. Ainsi, en présence de ce type de brouilleur, la fréquence parasite va fortement perturber non seulement la porteuse la plus proche mais aussi plusieurs porteuses voisines en raison de leurs lobes secondaires importants [98].

La modulation multiporteuses utilisant la transformée en ondelettes a été introduite dans le troisième chapitre. L'utilisation de la modulation DWMT pour un système de transmission multiporteuses permet notamment d'améliorer les performances de la transmission en présence d'un brouilleur bande étroite et ces résultats ont été présentés dans [99].

Le but de cette étude est donc de montrer les résultats obtenus sur la sensibilité des porteuses OFDM et DWMT en présence d'un brouilleur. Dans un premier temps, des exemples de communication en présence de bruit bande étroite seront présentés ainsi que les modèles de brouilleurs employés pour notre étude. Dans un second temps, la comparaison se fera de manière didactique en comparant les porteuses des 2 systèmes. En effet, la densité spectrale de puissance d'une porteuse DWMT montre que l'atténuation des bandes secondaires est plus importante que pour celle d'une porteuse OFDM, le 1er lobe secondaire d'une porteuse OFDM est atténué de 13dB par rapport au lobe principal alors qu'il est atténué d'au moins 25dB pour une porteuse DWMT. Les porteuses DWMT sont donc moins affectées par la présence d'une fréquence parasite sur un lobe secondaire. Enfin, l'étude des performances des systèmes OFDM et DWMT en présence d'un brouilleur bande étroite sera effectuée. Des résultats numériques en terme de taux d'erreur binaire de transmission montrent l'amélioration du système pour des signaux brouilleurs avec différentes puissances et différentes fréquences.

4.1 Les brouilleurs bande-étroite

4.1.1 Les brouilleurs réels

L'étude de l'influence d'un brouilleur bande étroite sur la qualité d'une transmission est souvent justifiée par la cohabitation fréquentielle des systèmes de communication. En fait, lorsque deux systèmes utilisent simultanément la même bande de fréquence, l'un peut

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

souvent être modélisé comme une interférence bande étroite vis-à-vis de l'autre.
Deux exemples de systèmes de communication sont ici présentés. Les deux utilisent la modulation OFDM et sont soumis au problème de la transmission en présence de brouilleur bande étroite.

4.1.1.1 La transmission dans la bande ISM

La bande Industry, Scientific and Medical (ISM) [100] à 2.4GHz est une plage de fréquences destinée aux applications courtes portées industrielles, scientifiques et médicales. Elle se situe entre 2.4GHz et 2.4835GHz, elle a donc une largeur de bande de l'ordre de 80MHz. L'exploitation de la bande ISM ne nécessite aucune obtention de licence, elle trouve alors un grand nombre d'utilisateurs qui sont autant de brouilleurs potentiels les uns pour les autres.

Les réseaux locaux sans-fil WLAN (Wireless Local Area Networks), actuellement développés à travers la norme 802.11g, utilisent la bande ISM-2.4GHZ et les données sont transmises selon la modulation OFDM.
Les WLAN utilisant la modulation OFDM sont des transmissions large bande (environ 20 MHz) permettant des débits élevés et une robustesse aux multi-trajets. Cependant, l'utilisation de la bande ISM peut avoir des inconvénients. En effet, la bande ISM est occupée par de nombreux appareils utilisant les ondes radio-électriques tels que la transmission Bluetooth, les téléphones sans-fil ou les fours à micro-ondes. La présence d'autres communications peut dégrader le fonctionnement du WLAN. Les systèmes Bluetooth peuvent être vus comme des brouilleurs pour un réseau WLAN.

Bluetooth est un système de transmission bas débit et courte distance (inférieure à 10 mètres) utilisé pour les réseaux sans fil personnels WPAN (Wireless Personal Area Networks). Le principe est de transmettre les données en utilisant la technique de saut de fréquence (Frequency Hopping Spread Spectrum) : le choix de la porteuse se fait de manière pseudo aléatoire parmi les canaux disponibles afin d'obtenir un étalement du spectre. Le système travaille sur la totalité de la bande ISM : la porteuse est choisie parmi 79 fréquences possibles séparées de 1MHz chacune. La durée d'émission sur une fréquence est de 625μs, ainsi les données sont transmises sur une seule porteuse qui change toutes les 625μs.

On constate donc que les dispositifs Bluetooth peuvent être considérés comme des brouilleurs bande étroite à un instant donné, puisque uniquement une fréquence dans la bande ISM est utilisée pour transmettre les données. La bande utilisée est de 1,6kHz, elle est considérée comme étroite par rapport à la bande occupée par le réseau WLAN qui occupe un tiers (environ 20Mhz) de la bande ISM.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

La figure 4.1 illustre l'influence du système Bluetooth sur la transmission large bande WLAN utilisant la modulation OFDM.

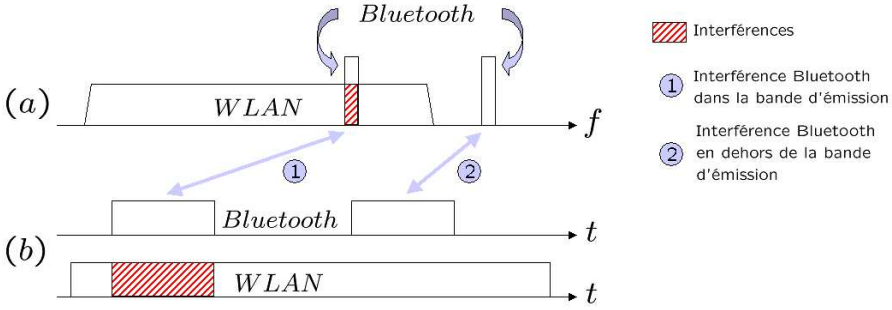

FIG. 4.1 – Interférences d'un signal Bluetooth sur un signal WLAN en fréquence (a) et en temps (b).

4.1.1.2 Le réseau filaire

Un des supports très utilisé pour les systèmes de communication moderne est la ligne téléphonique, elle permet de développer des réseaux de communications haut-débit. Le système VDSL (Very high-speed Digital Subscriber Line) communique sur ce type de réseau. Un des problèmes de cette technique est que le signal VDSL occupe la même bande de fréquence que certains émetteurs radio-fréquence (RF) tel que les diffuseurs de radio AM et les radios amateurs [101]. Les émissions RF génèrent des champs électromagnétiques qui peuvent induire un signal électrique perturbateur dans la ligne téléphonique, le fil fonctionnant alors comme une antenne.

La diffusion de radio AM est encore très courante en France, elle permet de transmettre le signal sur de très longues distances. Elle est utilisée par des radios commerciales diffusant de la voix et de la musique. La bande de fréquence allouée pour cette modulation est [0.5-1.6MHz] et les puissances d'émission sont très élevées (jusqu'à 50kW).
Les radios amateurs sont utilisées pour transmettre de la voix. Elles sont autorisées à émettre dans la bande [1.8-30MHz]. Leur puissance d'émission est moins élevée que celle des diffuseurs AM mais la proximité avec d'autres systèmes peut engendrer des interférences.

Dans son fonctionnement habituel, le signal audio téléphonique occupe une bande de base en basse fréquence [0.3-3.4kHz], ce signal peut facilement être isolé des fréquences parasites par des opérations de filtrage et de blindage du câble. Pour le système VDSL, une bande de fréquence plus large est allouée au signal, [0.3-30MHz]. Dans ce cas, le signal partage la même bande de fréquence que certains signaux RF, le système doit donc

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

assurer la communication en présence de ces fréquences parasites.
Le système VDSL permet des débits allant jusqu'à 50Mbit/sec, la technique employée est la modulation DMT (Discrete Multi Tone) basée sur le principe de l'OFDM.

Les radios amateurs et AM diffusent de la voix et de la musique, la largeur de bande occupée par le signal n'excède jamais 10kHz. Le système VDSL utilise une modulation OFDM à 256 sous-canaux sur une bande de 30MHz, l'espacement entre les sous-canaux est donc d'environ 116kHz, il est largement supérieur à la bande occupée par les radios. Ainsi, les radios amateurs et AM peuvent être modélisées comme des interférences bande étroite pour un système de transmission VDSL.

4.1.2 Modélisation des brouilleurs

La partie suivante décrit les modèles de brouilleurs employés pour l'étude d'une transmission multiporteuses en présence de brouilleurs.
On note que si les exemples de brouilleurs se situent à des bandes de fréquences élevées ($2.4GHz$ pour la bande ISM et quelques MHz pour les fréquences radios), les modèles seront définis en bande de base pour les simulations. De la même façon qu'il existe un canal de transmission en bande de base, on obtient des signaux complexes équivalents bande de base des brouilleurs.
Il existe deux modèles de brouilleur dans la littérature : le « brouilleur sinusoïdal » modélisant une onde sinusoïdale pure [102, 103] et le « brouilleur bande étroite » modélisant un bruit coloré à bande étroite [21]. Pour ces deux modèles de brouilleur, la transmission est considérée sans ajout de bruit gaussien (AWGN).

4.1.2.1 Le brouilleur sinusoïdal

Le brouilleur bande étroite peut être modélisé par une onde sinusoïdale qui vient perturber la transmission. Le signal interférant $j(t)$ (du terme anglais « jammer » signifiant brouilleur) est une sinusoïde d'amplitude A_j et de fréquence ν_j. Le schéma de fonctionnement du brouilleur est détaillé sur la figure 4.2. Le récepteur reçoit ainsi la somme du signal émis avec le signal interférant :

$$r(t) = s(t) + j(t) \text{avec } j(t) = A_j e^{i2\pi\nu_j t} \tag{4.1}$$

Le signal brouilleur est défini par sa fréquence ν_j et sa puissance P_j.

$$P_j = 10\log(A_j^2) \tag{4.2}$$

4.1.2.2 Le brouilleur bande étroite

Le modèle précédent est réduit à la perturbation due à une fréquence pure. Le modèle suivant permet d'approcher le brouilleur bande étroite, il consiste à superposer au

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

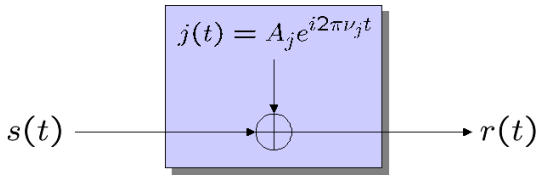

FIG. 4.2 – Schéma fonctionnel du brouilleur sinusoïdal.

signal transmis plusieurs porteuses très proches, d'amplitudes aléatoires. Les paramètres importants du modèle sont la puissance d'émission, la largeur de bande et la position du brouilleur dans le domaine fréquentiel.

La technique utilisée pour modéliser ce brouilleur bande étroite est de générer un bruit stationnaire coloré. La figure 4.3 montre le synoptique pour simuler ce bruit. Une source blanche, gaussienne, de densité spectrale $N_0/2$ est filtrée par un filtre numérique de fonction de transfert $H_j(\nu)$.

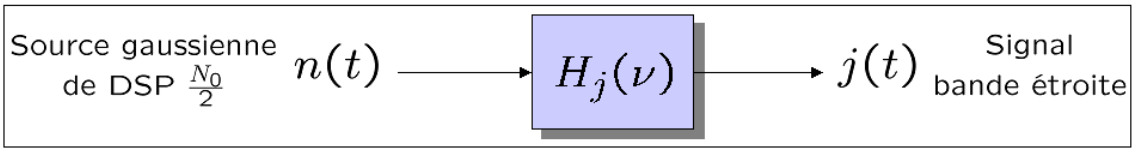

FIG. 4.3 – Modélisation du bruit bande étroite.

Si on note DSP(j) la densité spectrale de puissance du signal brouilleur, DSP(j) a la même densité spectrale de puissance que celle du filtre et on aura créé de la sorte le brouilleur désiré :

$$\mathrm{DSP}(j) = \frac{N_0}{2}|H_j(\nu)|^2 \tag{4.3}$$

C'est donc le filtre $H_j(\nu)$ qui caractérise la DSP du bruit bande étroite. La Figure 4.4 représente la réponse fréquentielle du filtre utilisé, c'est à partir de ce modèle que sont déduits les coefficients du filtre numérique. Les caractéristiques du filtre sont :

- BW (BandWith) en % : la largeur de bande du brouilleur relative à la bande occupée par le signal brouillé ;
- ν_j : la fréquence centrale de la bande occupée par le brouilleur.

La puissance du bruit bande étroite dépend de la puissance du bruit blanc filtré.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

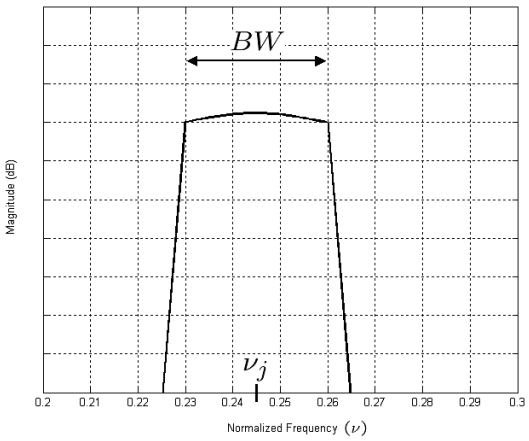

FIG. 4.4 – Réponse fréquentielle du brouilleur bande étroite.

4.2 Etude de la transmission en présence d'un brouilleur sinusoïdal

Les interférences dues au brouilleur sinusoïdal seront étudiées pour la transmission sur une seule porteuse. L'influence du brouilleur sur la porteuse modulée est estimée afin de déterminer des critères de choix de cette porteuse.

Pour une transmission monoporteuse, la modulation consiste à mettre en forme les symboles à transmettre autour d'une fréquence porteuse ν_0. De manière classique, les modulations utilisent des exponentielles complexes limitées à la durée T_s du symbole. On note $g(t)$ la forme d'onde modulante et $\Pi(t)$ l'enveloppe rectangulaire :

$$g(t) = e^{i2\pi\nu_0 t}\Pi_0^{T_s}(t) \text{ avec } \Pi_0^{T_s}(t) = \begin{cases} 1 \text{ pour } 0 \leq t < T_s, \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases} \tag{4.4}$$

Soit $G(\nu)$ la transformée de Fourier de $g(t)$, le schéma de la transmission monoporteuse est décrit sur la figure 4.5 avec $G(\nu)$ et $H(\nu)$ les filtres d'émission et de réception autour de la fréquence ν_0. Afin d'assurer la reconstruction parfaite des symboles, les filtres sont définis tel que $G(\nu).H(\nu) = 1$.

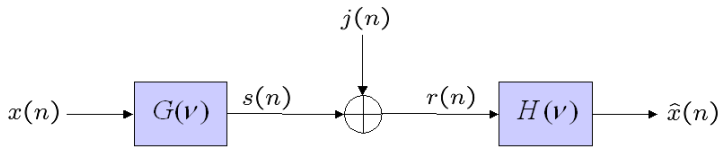

FIG. 4.5 – Chaîne de transmission monoporteuse.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

En notant $\hat{X}(\nu)$ et $X(\nu)$ les transformées de Fourier des symboles reçus et émis, et $S(\nu)$, $R(\nu)$ et $J(\nu)$ respectivement celles des signaux émis, reçu et brouilleur, le spectre du signal reçu s'écrit :

$$R(\nu) = S(\nu) + J(\nu) \text{ avec } S(\nu) = G(\nu)X(\nu) \tag{4.5}$$

Le spectre des symboles reçus est donc :

$$\hat{X}(\nu) = H(\nu)G(\nu)X(\nu) + H(\nu)J(\nu) \tag{4.6}$$

Or pour un brouilleur sinusoïdal, $J(\nu) = A_j\delta(\nu - \nu_j)$. Le spectre des symboles reçus s'écrit finalement :

$$\hat{X}(\nu) = X(\nu) + A_jH(\nu_j) \tag{4.7}$$

Le spectre $\hat{X}(\nu)$ du signal reçu se décompose en deux termes : une partie utile correspondant au spectre $X(\nu)$ du signal émis et une partie relative aux interférences.

Au niveau spectral, on s'aperçoit donc que l'interférence du brouilleur dépend du terme $H(\nu_j)$ qui correspond à la valeur du spectre de la forme d'onde modulante à la fréquence interférente.
Pour une porteuse modulant le signal autour de la fréquence ν_0, si la fréquence interférente ν_j est égale à ν_0, la transmission est de façon évidente très perturbée voire impossible à partir d'une certaine puissance du brouilleur.
Mais dans le cas où ν_j est différent de ν_0, la transmission sera quand même affectée par le brouilleur. En effet, le signal parasite affectera les lobes secondaires de la porteuse et la transmission sera donc d'autant plus perturbée que les lobes secondaires seront importants.

Dans le cas de la modulation utilisant des formes d'onde à enveloppe rectangulaire pour moduler l'information, le spectre de la forme d'onde est un sinus cardinal, le 1er lobe secondaire de la porteuse est seulement atténué de 13 dB par rapport au lobe principal. L'objectif étant de réduire la sensibilité du système de communication au brouilleur bande étroite, il faut mettre en œuvre une forme d'onde modulante dont les lobes secondaires du spectre seront plus atténués que ceux de l'exponentielle complexe à enveloppe rectangulaire.

La présentation dans le chapitre 3 a montré que les ondelettes ont la propriété d'avoir des lobes secondaires très atténués par rapport au lobe principal. En comparaison avec la forme d'onde à enveloppe rectangulaire, l'énergie de leurs lobes secondaires est inférieure, cependant elle dépend du choix et de la complexité de l'ondelette.
Par exemple, la DSP de l'ondelette de Daubechies d'ordre 6 montre que ces lobes secondaires sont atténués d'au moins 25 dB par rapport au lobe principal alors qu'ils ne le sont

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

que de 13 dB pour la forme d'onde à enveloppe rectangulaire. L'utilisation des ondelettes permet de créer des formes d'onde dont les lobes secondaires du spectre sont de faibles énergies.
Nous avons également développé la construction d'un système de modulation multiporteuses basé sur ces formes d'onde. Il existe de nombreuses familles d'ondelettes, ce choix nous permettra de bien paramétrer notre système de communication.

4.3 Résultats de simulation en présence d'un brouilleur sinusoïdal

Afin de vérifier les hypothèses sur le choix des formes d'onde, le modèle employé dans un premier temps est le brouilleur sinusoïdal. L'étude se décomposera en deux points. Tout d'abord, la sensibilité au brouilleur des formes d'onde basées sur les ondelettes sera comparée à celle de l'enveloppe rectangulaire utilisée par la modulation OFDM. Ensuite, l'étude sera élargie au cas des transmissions multiporteuses utilisant les modulations OFDM et DWMT.

4.3.1 Chaîne de transmission

Basés sur la modulation DWMT, le système expérimental utilisé pour tester la sensibilité au brouilleur bande étroite est décrit sur la figure 4.6.

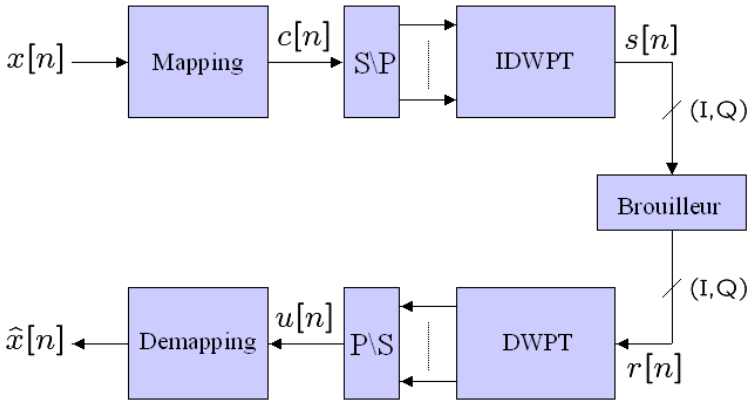

FIG. 4.6 – Chaîne de transmission DWMT.

Les données $x[n]$ à transmettre sont dans un premier temps converties en symboles qui forment le flux $c[n]$, la constellation choisie pour notre étude est une modulation 4-QAM. Ensuite, les symboles sont projetés dans le domaine temporel par une IDWPT. Si l'on

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

note WT{.} l'opérateur de DWPT et $\mathrm{WT}^{-1}\{.\}$ l'opérateur de IDWPT, le signal transmis est donc :

$$s[n] = \mathrm{WT}^{-1}\{c[n]\} \tag{4.8}$$

Le puissance P_s du signal DWMT $s[n]$ est normalisée, on a donc $P_s = 0$dB. $s[n]$ est ensuite perturbé par un brouilleur bande étroite $j[n]$ de puissance P_j. Le signal reçu est :

$$r[n] = s[n] + j[n] \tag{4.9}$$

A la réception, le signal $r[n]$ est converti dans le domaine des paquets d'ondelettes par une DWPT. Les symboles reçus $u[n]$ sont donc :

$$u[n] = \mathrm{WT}\{\mathrm{WT}^{-1}\{c[n]\}\} + \mathrm{WT}\{j[n]\} \tag{4.10}$$

La DWPT et la IDWPT forment un système à reconstruction parfaite, la partie utile des symboles reçus est donc parfaitement reconstruite. La seule interférence vient du brouilleur $j[n]$ projeté dans le domaine des ondelettes :

$$u[n] = c[n] + \mathrm{WT}\{j[n]\} \tag{4.11}$$

La qualité de la transmission dépend donc du terme $\mathrm{WT}\{j[n]\}$ qui correspond à la représentation du signal interférant dans le domaine des ondelettes.
Les symboles reçus sont ensuite démodulés afin de détecter les données reçues $\hat{x}[n]$.

Pour notre expérimentation, nous utiliserons un système multiporteuses à $M = 128$ sous-canaux et les symboles modulés sont des 4-QAM.
Les résultats obtenus seront comparés à ceux obtenus par la modulation OFDM. On rappelle que la modulation OFDM est simulée de la même manière que la modulation DWMT en remplaçant à l'émission la IDWPT par une IDFT et la réception la DWPT par une DFT [5].

4.3.2 Influence du brouilleur sinusoïdal sur une porteuse

Pour tester la sensibilité des porteuses OFDM et DWMT au brouilleur sinusoïdal, le système est dans un premier temps réduit à l'utilisation d'une seule sous-porteuse. Pour la porteuse DWMT, une ondelette de Daubechies d'ordre 6 est utilisée.

Les symboles 4-QAM sont transmis sur la sous-porteuse $\nu = 0.0625$ et le brouilleur utilisé est de fréquence $\nu_j = 0.075$ et de puissance -15 dB.

L'observation des constellations en réception permet d'analyser l'effet du brouilleur sur les symboles émis. Les constellations émise et reçue sont représentées sur la figure 4.7.

A la fréquence $\nu_j = 0.075$, la constellation reçue en DWMT est bien localisée autour des symboles originaux. Alors que la constellation OFDM est plus dispersée.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

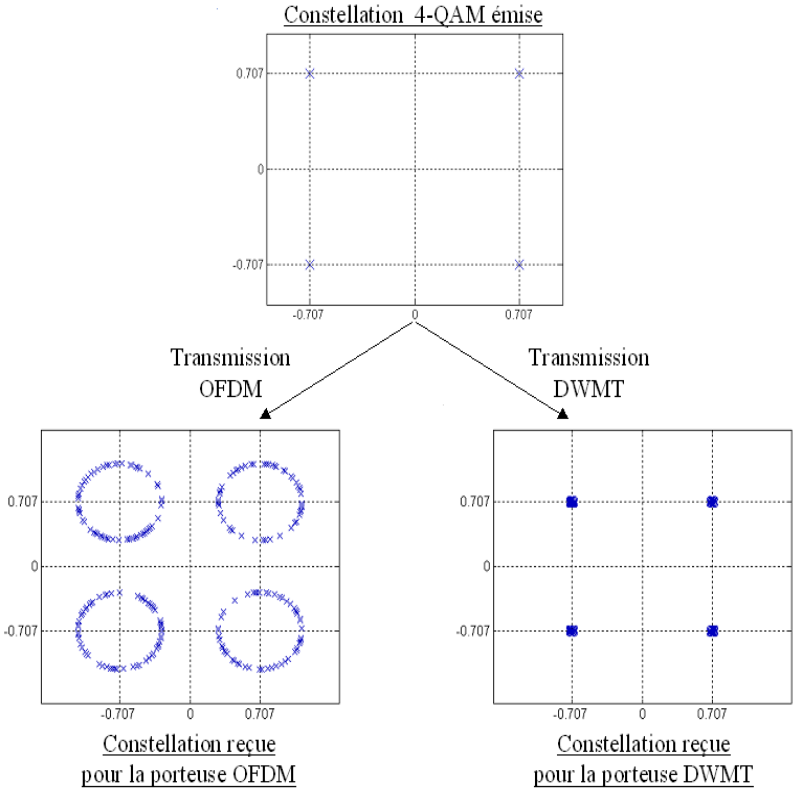

FIG. 4.7 – Effet du brouilleur sur la constellation.

A la puissance du brouilleur utilisée, il n'y a pas d'erreur commise en réception, les interférences étant trop faibles. Avec une puissance plus importante, la détection des symboles en réception OFDM sera plus rapidement soumise à des erreurs que pour la détection avec une porteuse en ondelette. On peut noter ici l'aspect déterministe des simulations effectuées, la transmission s'effectue sans bruit additif aléatoire.

Il est donc intéressant de mesurer la sensibilité de ces porteuses en terme de Taux d'Erreur Binaire (TEB). La puissance du brouilleur est maintenant de 10 dB afin que les deux systèmes soient soumis à des erreurs de transmission. Les résultats sont présentés sur la figure 4.8, les TEB obtenus pour une fréquence interférente variant de 0 à 0.2 sont comparés aux spectres des formes d'onde utilisées.

En faisant varier la fréquence du brouilleur, le nombre d'erreur en réception est plus faible pour la modulation DWMT. Au niveau des lobes secondaires de la porteuse, l'effet du brouilleur est complètement annulé pour la porteuse DWMT et le taux d'erreur est nul alors que le nombre d'erreur est assez important pour la modulation OFDM. La porteuse DWMT est donc moins sensible au brouilleur que la porteuse OFDM.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

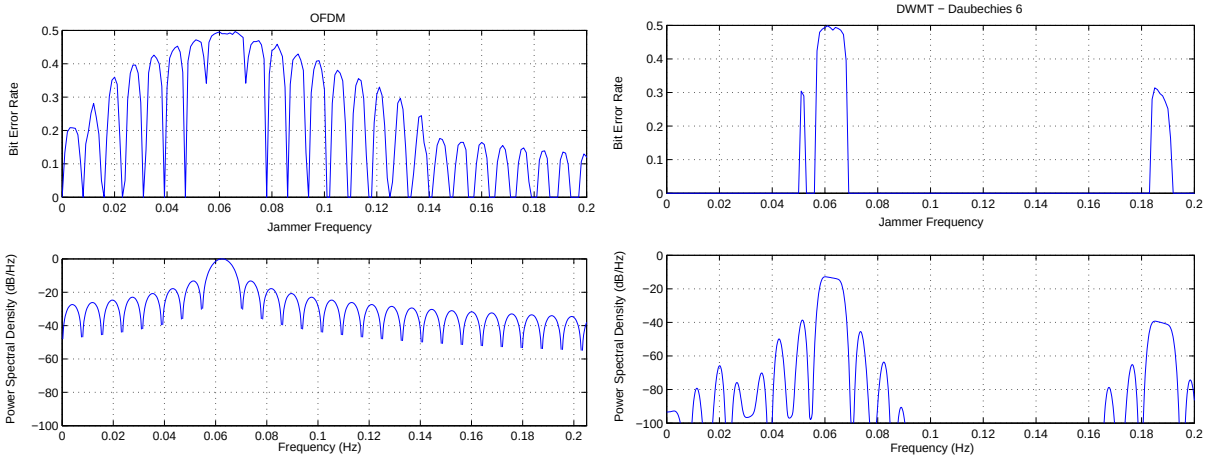

FIG. 4.8 – Taux d'Erreur Binaire en fonction de la fréquence du brouilleur en comparaison avec le spectre de la forme d'onde utilisée.

On définit l'erreur quadratique faite sur l'estimation des symboles $\hat{x}$ en réception. L'erreur quadratique moyenne (EQM) est normalisée par rapport à la distance avec l'ensemble Ω des symboles de la constellation :

$$EQM = \frac{||\hat{x} - x||^2}{\sum_{i \in \Omega} ||\hat{x} - x_i||^2} \tag{4.12}$$

L'erreur quadratique a été mesurée pour une puissance du signal brouilleur $P_j = 0$ dB. La modulation DWMT est testée pour une ondelette de Daubechies d'ordre 6 et d'ordre 20. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 4.9.

La mesure de l'erreur quadratique moyenne permet une précision supérieure à la mesure du TEB, les résultats sont ainsi plus significatifs. On constate que les erreurs sont beaucoup plus faibles pour les ondelettes que pour la modulation OFDM. On peut noter l'amélioration importante due à l'utilisation de l'ondelette de Daubechies à 20 moments nuls. Cependant, le nombre de coefficients du filtre h_n pour cette ondelette est 3 fois supérieur à celui de l'ondelette de Daubechies d'ordre 6.

4.3.3 Performances de la modulation DWMT en présence d'un brouilleur sinusoïdal

Soit maintenant un système global de transmission. On compare les modulations OFDM et DWMT avec des symboles 4-QAM transmis sur M=128 porteuses. L'ondelette utilisée pour la modulation DWMT est celle de Daubechies d'ordre 6 et celle de Daubechies d'ordre 20.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

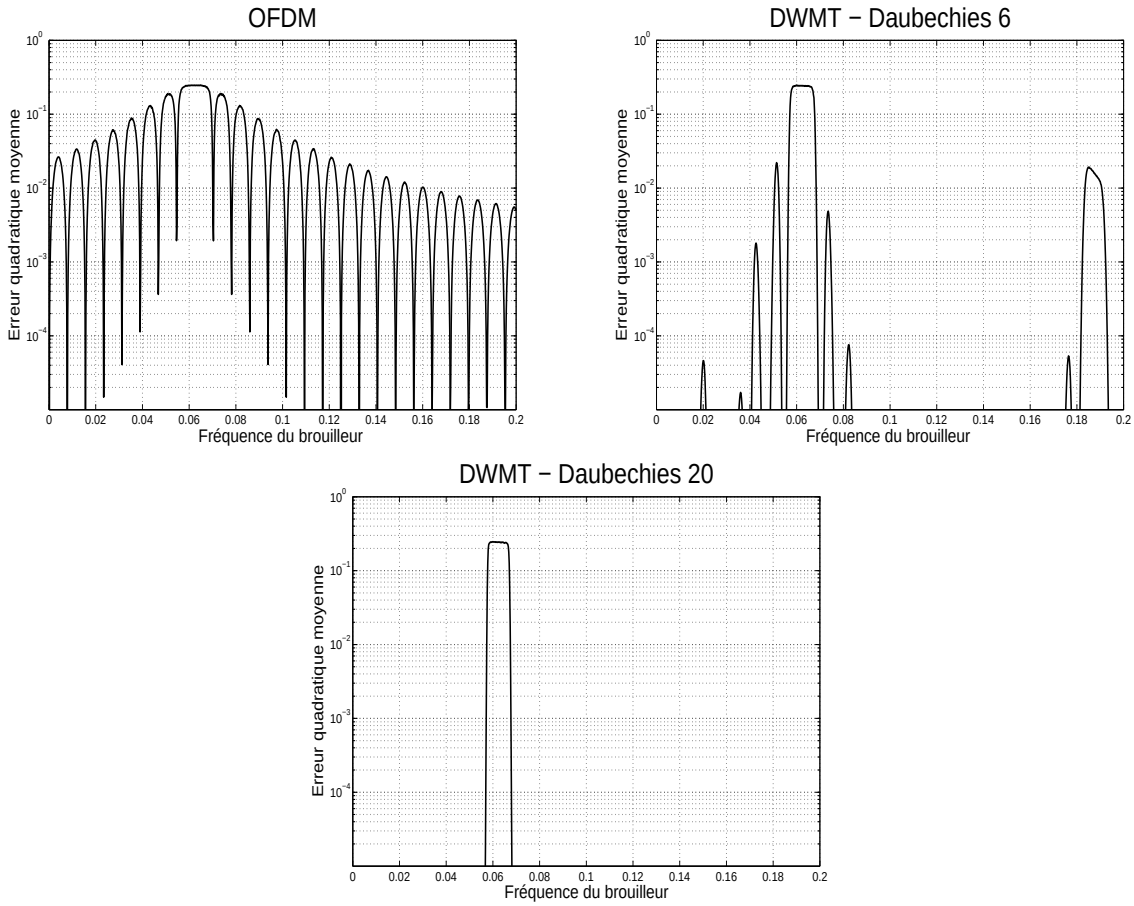

FIG. 4.9 – Comparaison de l'erreur quadratique moyenne en fonction de la fréquence du brouilleur.

Le brouilleur utilisé a une fréquence variable et le test est fait pour une puissance constante de 10 dB, 20 dB et 30 dB. Les résultats en Taux d'Erreur Binaire sont présentés sur la figure 4.10.

En observant le nombre d'erreurs commises en fonction de la fréquence du brouilleur, on observe que la transmission DWMT est moins sensible au brouillage que la transmission OFDM. Les performances de la transmission DWMT sont de plus en plus significatives avec l'augmentation de la puissance de brouilleur.
On remarque aussi que le TEB varie moins en fonction de la fréquence interférente. De part leur construction, chaque sous-porteuse DWMT présente des lobes secondaires différents. Le système réagit donc différemment en fonction de la fréquence interférente, ce qui explique les non-régularités des courbes d'erreurs.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

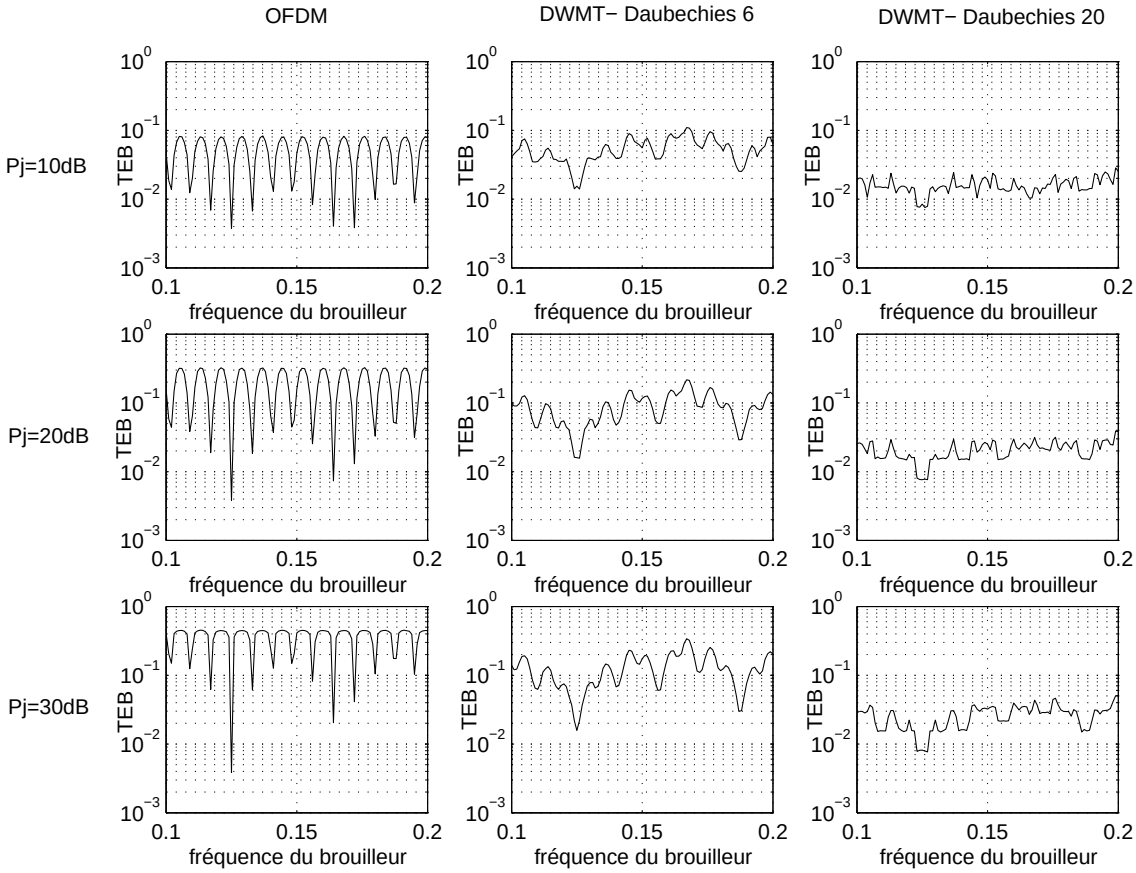

FIG. 4.10 – Taux d'Erreur Binaire en fonction de la fréquence du brouilleur.

Pour la modulation OFDM, le nombre d'erreurs commises reste faible lorsque la fréquence du brouilleur est égale à la fréquence d'une porteuse. En effet, l'orthogonalité des porteuses OFDM a pour conséquence qu'à la fréquence d'une porteuse, le spectre des autres porteuses est nul. Ainsi, lorsque la fréquence du brouilleur est identique à celle d'une porteuse, seule cette porteuse est affectée.

Le tableau 4.1 donne les taux d'erreur binaire moyennés en fonction de la fréquence du brouilleur. Les mesures ont été effectuées pour la modulation OFDM et pour la modulation DWMT utilisant des ondelettes de Daubechies à 4, 6 et 20 moments nuls. Le tableau montre qu'il faut augmenter la complexité de l'ondelette pour que la modulation DWMT soit plus performante que la modulation OFDM, d'autant plus lorsque la puissance du signal interférent est faible.

Par contre, lorsque la puissance est importante, l'amélioration apportée par la modulation DWMT est plus significative. Pour une puissance $P_j = 20$ dB, un gain de 10 est en

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

P_j	OFDM	Daubechies 4	Daubechies 6	Daubechies 20
10	0.050	0.0545	0.031	0.0159
20	0.188	0.0893	0.0497	0.021
30	0.361	0.1293	0.0697	0.0261

TAB. 4.1 – Taux d'erreur binaire moyen en fonction de la puissance du brouilleur.

moyenne obtenu entre le TEB de la transmission DWMT (Daubechies d'ordre 20) et celui de la transmission OFDM.

La figure 4.11 illustre le fait que la transmission OFDM est plus rapidement dégradée avec l'augmentation de la puissance. Elle décrit les TEB des modulations OFDM et DWMT (Daubechies d'ordre 6 et 20) en fonction de la puissance P_j d'un brouilleur sinusoïdal de fréquence $\nu_j = 0.15$.
Lorsque la puissance est faible ($P_j < -15$ dB), le brouilleur n'a pas suffisamment d'influence sur les porteuses, les systèmes ont alors la même qualité de transmission. Par contre, pour une puissance élevée ($P_j > 20$ dB), la transmission devient quasiment impossible pour la modulation OFDM (TEB > 0.2) alors que les TEB obtenus pour la modulation DWMT sont largement inférieurs à 10^{-1}.

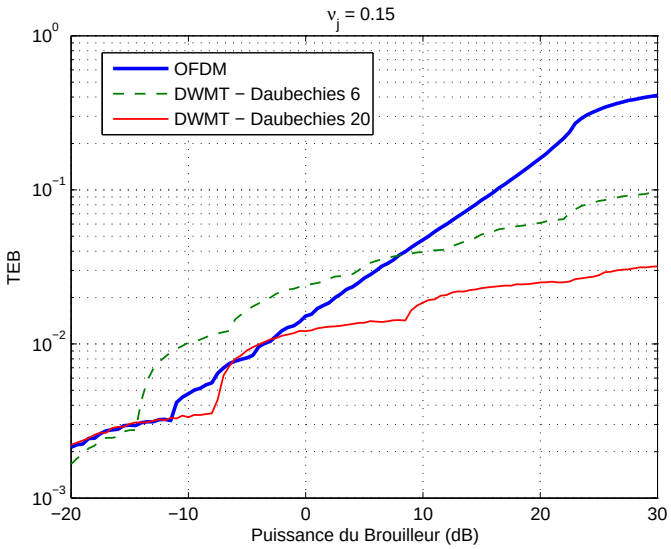

FIG. 4.11 – Taux d'Erreur Binaire en fonction de la puissance du brouilleur sinusoïdal.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

4.3.4 Comparaison en fonction du choix de l'ondelette

La modulation multiporteuses par paquets d'ondelettes a été évaluée jusqu'à présent en utilisant des ondelettes de Daubechies. Ces ondelettes ont été présentées dans le troisième chapitre.
Afin de valider ce choix, il est intéressant de tester la transmission d'autres types d'ondelettes en présence d'un brouilleur sinusoïdal. Les performances sont définies au niveau du compromis entre la qualité de la transmission et la complexité de l'ondelette. Quatre familles d'ondelettes, présentées dans [91] par I. Daubechies, sont comparées :

- les ondelettes de Daubechies (cf. §3.1.4.2) ;
- les symlets ;
- les coiflets ;
- les ondelettes biorthogonales.

Les taux d'erreur binaire moyennés en fonction de ν_j sont donnés dans le tableau 4.2. Les mesures ont été effectuées pour une puissance du signal interférent de 10 dB. Les différentes ondelettes utilisées pour la modulation DWMT sont précisées dans le tableau ainsi que leur complexité.
La complexité correspond au nombre de coefficients du filtre d'analyse h. Pour les ondelettes biorthogonales, la taille des filtres h et g est différente, les deux tailles sont distinguées dans le tableau.

Forme d'onde	Daub. 20	Daub. 6	Bior. 6.8	Sym. 6	Bior. 5.5	Coif. 2	Sym. 4	Coif. 1	Harr
TEB	0.016	0.031	0.032	0.038	0.049	0.052	0.054	0.097	0.176
Complexité	40	12	17/11	12	9/11	12	8	6	2

TAB. 4.2 – Taux d'erreur binaire moyen pour différentes ondelettes.

Il est important de comparer les mesures obtenues pour des complexités d'ondelettes équivalentes. L'ondelettes de Daubechies d'ordre 6, la coiflet d'ordre 2, la symlet d'ordre 6 et l'ondelette biorthogonale 5.5 utilisent des filtres avec 12 coefficients.
Les mesures montrent que l'utilisation des ondelettes de Daubechies donne des performances supérieures aux autres ondelettes. La différence n'est pas significative mais elle justifie le choix de la famille d'ondelettes de Daubechies.
L'ondelette de Meyer n'a pas été utilisée dans cette étude. La complexité de l'ondelette est le critère limitatif, d'autant que les résultats obtenus avec les ondelettes de Daubechies à complexité moindre sont satisfaisants. La robustesse au brouilleur serait sans doute d'autant plus importante avec l'utilisation de l'ondelette de Meyer.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

4.4 Résultats de simulation en présence d'un brouilleur bande étroite

La partie précédente détaille l'influence d'un brouilleur sinusoïdal sur les modulations OFDM et DWMT. Les résultats montrent que la modulation utilisant les ondelettes est moins sensible à ce type de brouilleur. Cependant, la modulation OFDM reste performante lorsque la fréquence interférente correspond à la fréquence d'une porteuse, dans ce cas, seule cette porteuse est affectée. Cette condition est toutefois peu probable.
Un modèle plus général est donc utilisé dans cette partie : le brouilleur dit « bande étroite ». Il permet notamment de paramétrer la largeur de bande du brouilleur par rapport à celle occupée par les signaux OFDM et DWMT.

4.4.1 Influence du brouilleur bande étroite sur une porteuse

De la même façon que pour l'étude en présence d'un brouilleur sinusoïdal, le système est dans un premier temps réduit à l'utilisation d'une seule sous-porteuse afin de tester la sensibilité des porteuses OFDM et DWMT au brouilleur bande étroite.
Les symboles 4-QAM sont donc transmis sur la sous-porteuse $\nu = 0.0625$ et le brouilleur utilisé a une largeur de bande $BW = 0.5\%$ et une puissance de 0 dB.

Les résultats sont présentés sur la figure 4.12, l'erreur quadratique moyenne (4.12) entre les symboles émis et les symboles reçus a été mesurée pour une fréquence interférente variant de 0 à 0.2. La porteuse DWMT employée est l'ondelette de Daubechies d'ordre 6 et d'ordre 20.
Les conditions de simulations sont donc identiques à celles de la figure 4.9, la seule différence est le modèle du brouilleur utilisé.

En comparaison avec la figure 4.9, il n'y a plus de lobes secondaires pour l'erreur quadratique de la porteuse OFDM, la courbe correspond à l'enveloppe de celle obtenue en présence d'un brouilleur sinusoïdal. L'erreur quadratique est donc plus importante pour la transmission OFDM alors que celle des transmissions DWMT est presque identique.
L'influence de la largeur de bande occupée par le brouilleur est donc plus significative sur la transmission OFDM. En présence d'un brouilleur sinusoïdal, l'influence du brouilleur est nulle lorsque sa fréquence est exactement égale aux zéros du spectre de la porteuse OFDM. En augmentant la largeur de bande du brouilleur, ce cas de figure est impossible, et la transmission sur une porteuse OFDM est donc beaucoup plus perturbée.
Pour les porteuses DWMT, leurs lobes secondaires sont plus atténués et plus espacés. La largeur de bande du brouilleur a donc peu d'influence sur la transmission.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

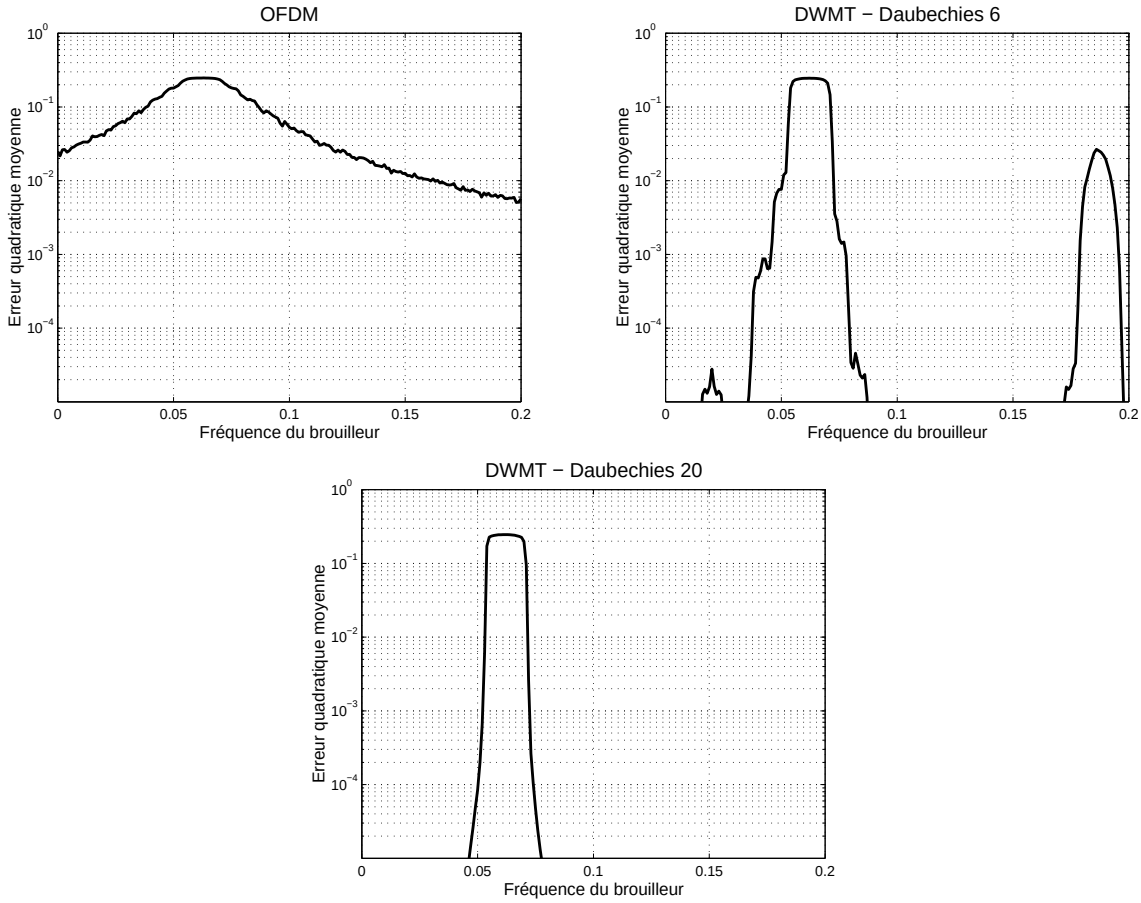

FIG. 4.12 – EQM en fonction de la fréquence brouilleur.

4.4.2 Performances de la modulation DWMT en présence d'un brouilleur bande étroite

Les systèmes sont maintenant utilisés dans leur globalité. L'objectif est de tester l'influence de l'augmentation de la largueur de bande du brouilleur sur les modulations OFDM et DWMT.

Le brouilleur bande étroite utilisé a une fréquence ν_j variable et une largeur de bande $BW = 0.5\%$. Les mesures sont effectuées pour une puissance constante de 0 dB, 10 dB et 20 dB. Les résultats en Taux d'Erreur Binaire en fonction de ν_j sont présentés sur la figure 4.13.

La principale différence avec l'étude des modulations multiporteuses en présence d'un

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

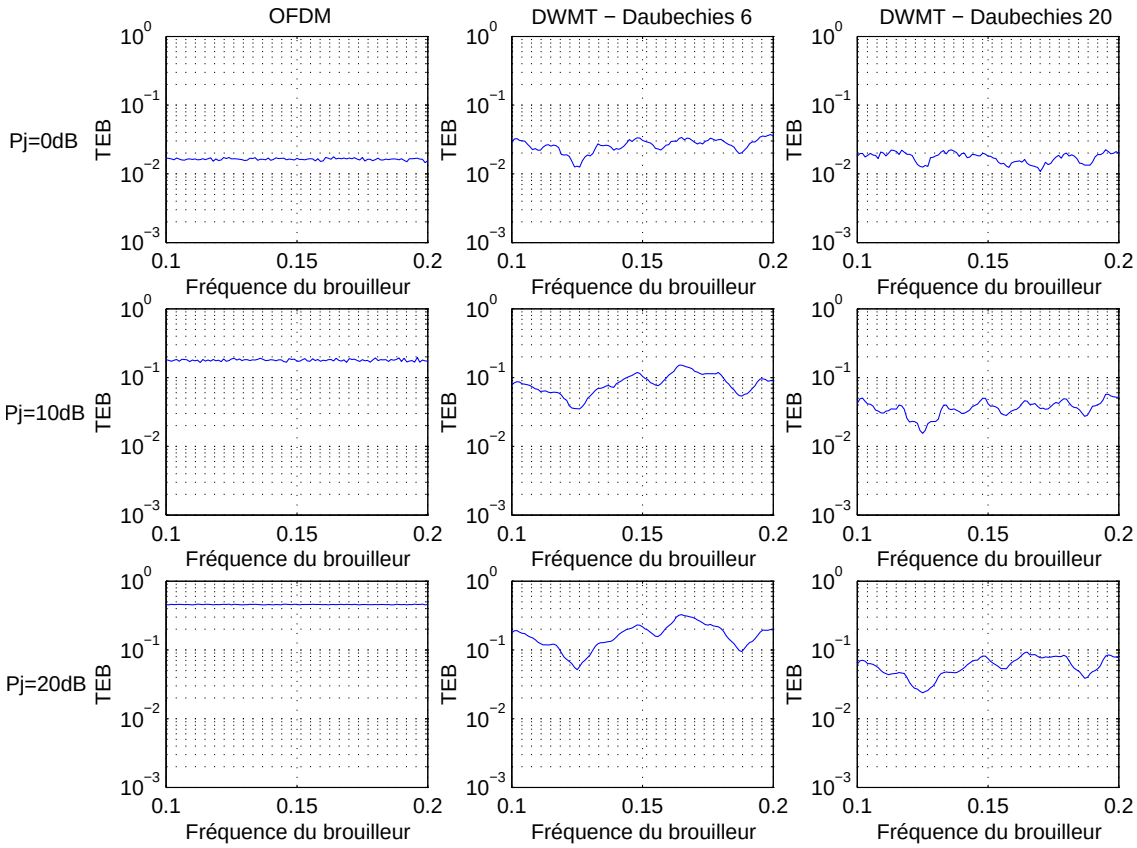

FIG. 4.13 – Taux d'Erreur Binaire en fonction de la fréquence du brouilleur.

brouilleur sinusoïdal (figure 4.10) est que les performances de la modulation OFDM sont plus constantes en fonction de la fréquence interférente. Lorsque la fréquence interférente est égale à la fréquence d'une porteuse, la transmission est quand même perturbée. L'avantage de la modulation OFDM n'est plus significatif dès lors que le brouilleur a une bande assez large.
Pour la modulation DWMT, la sensibilité de la transmission est moins influencée par la largeur de bande occupée par le brouilleur.
On remarque aussi que les performances des deux types de modulations sont plus rapidement dégradées avec l'augmentation de la puissance du brouilleur bande étroite qu'avec celle du brouilleur sinusoïdal.

La largeur de bande du brouilleur perturbe d'avantage la modulation OFDM que la modulation DWMT. Cependant, il est évident qu'au delà d'une certaine largeur de bande ou d'une certaine puissance, l'influence des lobes secondaires des porteuses ne sera plus significative. Les deux types de modulations multiporteuses sont ainsi perturbées de la

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

même façon. Il est donc intéressant de déterminer l'occupation fréquentielle maximale où un signal interférent sera considéré comme « bande étroite » par rapport à la bande occupée par le signal émis.
Cette limite est mesurée en déterminant la qualité d'une transmission OFDM et DWMT en fonction de la largeur de bande BW occupée par le bruit interférant. La figure 4.14 décrit les résultats en taux d'erreur binaire. Le brouilleur bande étroite a une puissance $P_j = 5$ dB et une fréquence $\nu_j = 0.125$.

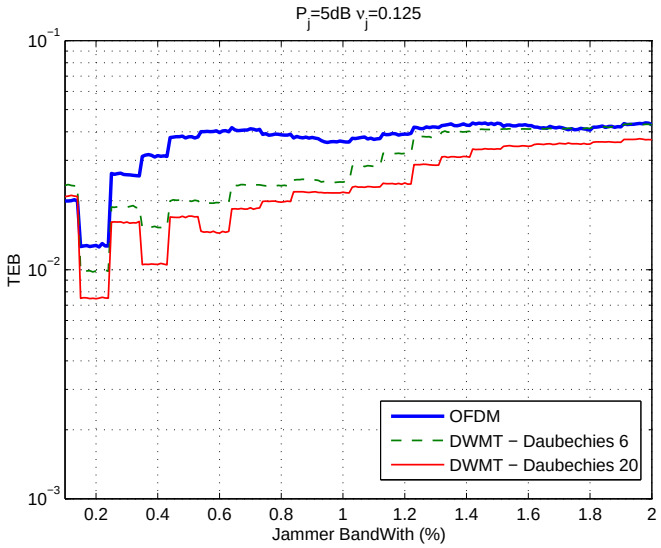

FIG. 4.14 – Taux d'Erreur Binaire en fonction de la largeur de bande du brouilleur.

Pour cette mesure, nous sommes donc le cas où ν_j est égale à la fréquence d'une porteuse. Tant que la largeur de bande reste très faible ($BW < 0,2\%$), la transmission OFDM est moins sensible au brouilleur que les transmissions DWMT.
Dès que la largeur de bande BW augmente, les autres porteuses OFDM sont plus dégradées que les porteuses DWMT. La courbe de taux d'erreur binaire de la modulation OFDM augmente donc plus rapidement que pour la modulation DWMT.
Par contre, les performances des 2 systèmes sont à nouveau identiques dès que la bande spectrale occupée par le brouilleur a atteint une certaine valeur. Sur la figure 4.14, on voit que les modulations OFDM et DWMT utilisant l'ondelette de Daubechies d'ordre 6 sont perturbées de la même façon à partir de $BW \approx 1,5\%$.
Le système utilise M=128 sous-porteuses, l'espacement entre les sous-porteuses est $\Delta\nu = \frac{1}{M} \approx 0,7\%$. En présence d'un brouilleur bande étroite, l'amélioration de la modulation DWMT par rapport à la modulation OFDM est donc significative tant que la bande occupée par le brouilleur est inférieure à 2 fois l'espacement entre les sous-porteuses : $BW < 2\Delta\nu$.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que le système de modulation multiporteuses utilisant les paquets d'ondelettes est robuste aux perturbations d'un brouilleur bande étroite. Dans un premier temps, la transmission en présence de brouilleur a été présentée et l'influence du brouilleur sinusoïdal sur la transmission été évaluée. Ensuite, nous avons justifié que la modulation DWMT est un système adapté à cet environnement et nous avons validé nos hypothèses par des résultats sur les TEB et l'erreur quadratique.

En présence d'un brouilleur bande étroite, l'utilisation de la modulation multiporteuses par paquets d'ondelettes est efficace en comparaison avec la modulation OFDM. Les tests effectués montrent que la modulation DWMT est moins sensible aux brouilleurs bande étroite, les résultats sont d'autant plus significatifs que la puissance du brouilleur est importante. De plus, les ondelettes permettent une souplesse dans la conception du système, le choix dépend d'un compromis entre les performances souhaitées et la complexité du système. De plus, les deux modulations ont des complexités comparables en fonction du nombre de porteuses.

La modulation OFDM montre ses limites en présence d'un brouilleur bande étroite. Mais combinée avec l'insertion d'un préfixe cyclique, elle est très efficace dans un environnement multi-trajets. Il en résulte une égalisation par sous-bande extrêmement simple à mettre en œuvre. Les performances de la modulation DWMT restent à démontrer pour un canal multi-trajets, notamment au niveau de la complexité de son égalisation. La transmission à travers un canal multi-trajets est l'objet de l'étude présentée dans le chapitre suivant.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Chapitre 5

Etude de la transmission DWMT à travers un canal multi-trajets

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Le choix d'une modulation dépend essentiellement de ses performances dans un environnement multi-trajets. Les performances sont souvent évaluées par un compromis entre la qualité de la transmission (TEB ou EQM) et la complexité de l'égaliseur utilisé. L'intérêt des modulations multiporteuses est de simplifier considérablement l'étape d'égalisation puisque si les paramètres de la modulation sont bien choisis, celle-ci doit pouvoir se réduire à un coefficient. Néanmoins, ceci n'est qu'une approximation dépendante des caractéristiques des formes d'onde modulantes. Il est intéressant d'étudier à quel point l'approximation d'une égalisation à un seul coefficient est valable.
Dans le cas de la modulation OFDM pour un canal non-dispersif en fréquence et un préfixe cyclique plus grand que la durée du canal, l'effet du canal multi-trajets est complètement annulé et l'égalisation se réduit exactement à un coefficient par sous-bandes.
Pour limiter les interférences, la modulation DWMT n'utilise pas de préfixe cyclique mais les propriétés de localisation fréquentielle des formes d'onde utilisées. Nous allons donc étudier dans ce chapitre la faisabilité d'une modulation multiporteuses utilisant les ondelettes dans un contexte de transmission à travers un canal multi-trajets. Nous verrons pourquoi la modulation DWMT n'est pas adaptée à cet environnement et nous proposerons des éléments de réponses à ce problème.
De manière générale, le canal de propagation est à la fois dispersif en temps et en fréquence mais, dans ce chapitre, nous étudierons principalement la transmission à travers un canal multi-trajets invariant en temps (la dispersion en fréquence sera simplement l'objet d'une simulation à la fin du chapitre).

5.1 Etude théorique de la modulation DWMT à travers un canal dispersif

Cette partie a pour objectif de calculer l'effet du canal sur les symboles après démodulation afin de déterminer une méthode d'égalisation. La théorie repose sur la description générique des systèmes multiporteuses, elle est donc valable pour tous les systèmes multiporteuses. La spécificité de la modulation DWMT repose sur les propriétés de ses formes d'onde.

5.1.1 Effet du canal de propagation

Pour un système à M sous-porteuses, le signal DWMT est de la forme :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[n] \psi_{m,n}(t) \tag{5.1}$$

On considère un canal de propagation $h(t, \tau)$, dispersif en temps et en fréquence, dont la longueur de la réponse impulsionnelle est τ_L et la fréquence Doppler maximale est f_d.

On considère également un bruit blanc gaussien additif (AWGN) $n(t)$. Le signal reçu $r(t)$ après le passage dans le canal, s'écrit :

$$r(t) = (h * s)(t) + n(t) = \int_{\tau=0}^{\tau_L} h(t,\tau)s(t-\tau)d\tau + n(t) \tag{5.2}$$

En introduisant $H(\nu,\tau)$ la transformée de Fourier de $h(t,\tau)$, on peut introduire la fréquence Doppler f_d dans l'expression du signal reçu :

$$r(t) = \int_{\tau=0}^{\tau_L} \int_{\nu=-\frac{f_d}{2}}^{\frac{f_d}{2}} H(\nu,\tau)s(t-\tau)e^{j2\pi\nu t}d\tau d\nu + n(t) \tag{5.3}$$

En notant $\boldsymbol{H}\{s(t)\} = \int_{\tau=0}^{\tau_L} \int_{\nu=-\frac{f_d}{2}}^{\frac{f_d}{2}} H(\nu,\tau)s(t-\tau)e^{j2\pi\nu t}d\tau d\nu$, ($\boldsymbol{H}\{.\}$ est un opérateur décrivant l'effet du canal), on peut alors simplifier l'expression (5.3) du passage dans le canal par :

$$r(t) = \boldsymbol{H}\{s(t)\} + n(t) \tag{5.4}$$

Le signal est ensuite démodulé par le banc de filtres adapté $\psi^*_{m,n}(-t)$ avec $m = 0, ..., M-1$.
En sortie du filtre adapté $\psi^*_{m',n'}(-t)$, l'estimation du symbole $y_{m'}[n']$, correspondant à la $m'^{\text{ième}}$ sous-porteuse du $n'^{\text{ième}}$ symbole DWMT, est déterminée par :

$$y_{m'}[n'] = \int_t r(t)\psi^*_{m',n'}(t)dt \tag{5.5}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[n] \int_t \boldsymbol{H}\{\psi_{m,n}(t)\}\psi^*_{m',n'}(t)dt + \int_t n(t)\psi^*_{m',n'}(t)dt \tag{5.6}$$

On peut simplifier l'écriture de cette équation par :

$$y_{m'}[n'] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} x_m[n]h_{m,n,m',n'} + n_{m'}[n'] \tag{5.7}$$

Le coefficient $h_{m,n,m',n'}$ représente l'intercorrélation produite par le canal entre la forme d'onde à l'émission $\psi_{m,n}(t)$ et celle en réception $\psi^*_{m',n'}(t)$:

$$h_{m,n,m',n'} = < \boldsymbol{H}\{\psi_{m,n}(t)\}, \psi^*_{m',n'} > = \int_t \boldsymbol{H}\{\psi_{m,n}(t)\}\psi^*_{m',n'}(t)dt \tag{5.8}$$

On note $n_{m'}[n'] = \int_t n(t)\psi^*_{m',n'}(t)dt$ le bruit en sortie du filtre adapté.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

La transmission à travers des canaux doublement dispersifs engendre des interférences entre les symboles après démodulation. Ainsi, comme dans l'article [104], on peut décomposer l'équation (5.7) par :

$$y_{m'}[n'] = \underbrace{h_{m',n',m',n'} x_{m'}[n']}_{\text{Signal utile}} + \underbrace{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq n'}}^{+\infty} x_{m'}[n] h_{m',n,m',n'}}_{\text{IES}} + \underbrace{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq n'}}^{+\infty} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq m'}}^{M-1} x_m[n] h_{m,n,m',n'}}_{\text{ICI}} + \underbrace{n_{m'}[n']}_{\text{Bruit}}$$

où le premier terme correspond au symbole utile $x_{m'}[n']$ à un coefficient complexe près. Les deuxième et troisième termes représentent les interférences entre le symbole $x_{m'}[n']$ et les autres symboles. Le quatrième terme est le bruit en sortie du filtre adapté.
Les interférences sont séparées en deux types : l'interférence entre symbole (IES), qui existe entre les symboles voisins ($l \neq l'$) et qui est provoquée par l'étalement temporel du canal, l'autre est l'interférence entre canaux (ICI), qui se produit entre les fréquences adjacentes ($m \neq m'$) et est induite par dispersion fréquentielle du canal.

Une localisation temps-fréquence adaptée devrait permettre une sensibilité réduite aux dispersions de canal. Si le canal n'est pas trop dispersif, on pourra choisir des filtres d'émission et de réception bien localisés dans le plan temps-fréquence de sorte que les conditions (1.48) et (1.49) énoncés dans le premier chapitre 1.4 soient vérifiées, le canal pourra alors être considéré comme non dispersif en temps et en fréquence, et les interférences IES et ICI seront négligeables, c'est-à-dire qu'on pourra faire l'approximation :

$$y_{m'}[n'] \approx x'_m[n'] h_{m',n',m',n'} + n_{m'}[n'] \tag{5.9}$$

5.1.2 Egalisation

La modulation multiporteuses a pour objectif d'utiliser une égalisation à faible complexité. Les symboles reçus $\hat{x}_{m'}[n']$ peuvent être estimés par une égalisation minimale de type « Zero Forcing » (cf. §1.1.2.3) à l'instar de celle utilisée en OFDM. Les coefficients complexes de l'égaliseur sont notés $g_{m',n'}$ et les symboles $\hat{x}_{m'}[n']$ après l'égalisation s'expriment :

$$\hat{x}_{m'}[n'] = y_{m'}[n'] g_{m',n'} \tag{5.10}$$

$$\text{avec} \begin{cases} g_{m',n'} = \frac{1}{h_{m',n',m',n'}} \\ h_{m',n',m',n'} = < \boldsymbol{H}\{\psi_{m',n'}(t)\}, \psi^*_{m',n'} > \end{cases} \tag{5.11}$$

Dans le cas où l'approximation (5.9) est vérifiée, les symboles $\hat{x}_{m'}[n']$ s'écrivent :

$$\hat{x}_{m'}[n'] = \frac{y_{m'}[n']}{h_{m',n',m',n'}} \approx x'_m[n'] + \frac{n_{m'}[n']}{h_{m',n',m',n'}} \tag{5.12}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

5.2 Effet du canal dispersif en temps

Dans la partie 1.4, nous avons montré que la localisation fréquentielle des formes d'onde DWMT permet d'obtenir un système moins sensible que la modulation OFDM à la dispersion temporelle induite par le canal. L'objectif de cette étude est la mise en oeuvre de la modulation DWMT dans le cas d'une transmission de symboles complexes 4-QAM sur un canal dispersif en temps.
L'ensemble des simulations est effectuée pour des systèmes à $M = 128$ sous-porteuses. La modulation OFDM est testée avec et sans l'insertion du préfixe cyclique. Lorsqu'il est utilisé, la longueur du préfixe cyclique sera égale à 15% du temps d'un symbole (soit $N_\Delta = 19$ échantillons), la modulation est alors notée « OFDM ». La modulation sans préfixe cyclique (notée « OFDM sans Prefixe Cyclique ») permet de comparer, à débit identique à celui de la modulation DWMT, l'influence des caractéristiques des formes d'onde sur la transmission.

5.2.1 Etude d'un cas simple

Dans un premier temps, l'étude est réduite au canal dispersif en temps présenté dans la partie 1.2.1.1. Le canal est composé de 2 trajets et est invariant en temps.
En discret, le signal reçu s'exprime donc :

$$r[n] = s[n] + \alpha s[n - \tau] + b[n] \tag{5.13}$$

Le premier trajet a une puissance unitaire, le second est atténué de 3 dB (soit $10\log(\alpha) = -3$ dB). Le délai τ relatif entre les 2 trajets est choisi égal à 12 échantillons ($\tau = 12$), il correspond à un retard où l'atténuation relative aux $M = 128$ sous-canaux n'est plus parfaitement constante. Le bruit b est AWGN et est paramètré par le rapport signal sur bruit $\frac{E_b}{N_0}$.

La modulation DWMT est testée pour l'ondelette de Daubechies d'ordre 20 et l'ondelette de Meyer. Les parties réelles et imaginaires des symboles 4-QAM sont transmises indépendamment sur les formes d'onde réelles comme présenté dans le paragraphe 3.4.5.

L'égalisation des symboles après démodulation est effectuée en supposant une estimation parfaite du canal de propagation.
Pour la modulation OFDM, l'égalisation des symboles est présentée dans le paragraphe 2.1.3 et est équivalente à un coefficient par sous-canal défini par :

$$G_m = \frac{1}{H_m} \text{ pour } 0 \leq m \leq M - 1 \tag{5.14}$$

avec H_m la réponse fréquentielle de la $m^{\text{ième}}$ sous-bande.
Pour la modulation DWMT, l'égalisation des symboles est également effectuée par un

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

coefficient par sous-bande comme démontré par (5.12). Les coefficients $g_{m,n}$ de l'égaliseur (5.11) de la $m^{\text{ième}}$ sous-bande et du $n^{\text{ième}}$ symboles sont calculés par :

$$g_{m,n} = \frac{1}{h_{m,n,m,n}} \quad \text{avec} \quad h_{m,n,m,n} =< \boldsymbol{H}\{\psi_{m,n}(t)\}, \psi^*_{m,n} > \tag{5.15}$$

La figure 5.1 donne le TEB en fonction du rapport signal sur bruit $\frac{E_b}{N_0}$ pour les transmissions OFDM et DWMT à travers le canal à 2 trajets.

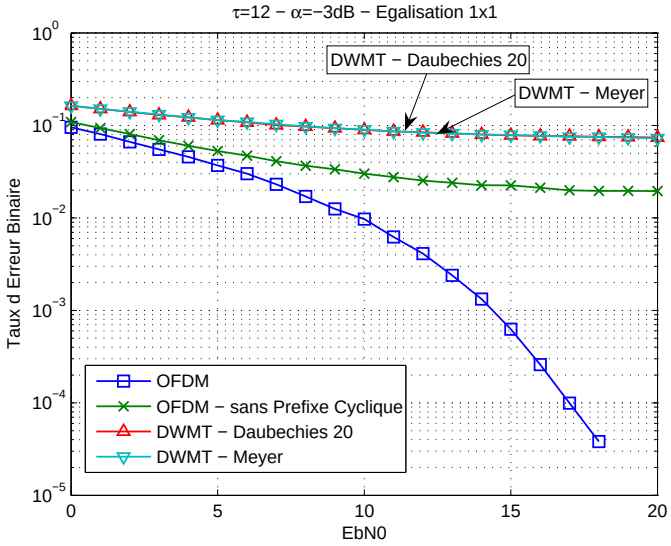

FIG. 5.1 – Performances des modulations OFDM et DWMT dans un canal 2 trajets invariant en temps.

Les performances des modulations OFDM sont confirmées : la longueur du préfixe cyclique utilisé étant supérieure à l'étalement temporel du canal ($N_\Delta > \tau$), son insertion permet d'annuler totalement l'effet du $2^{\text{ième}}$ trajet. Les résultats obtenus avec la modulation OFDM sans préfixe cyclique sont donc largement dégradés par rapport à la modulation OFDM utilisant un préfixe cyclique.
Les performances des modulations DWMT sont encore plus dégradées que celle de la modulation OFDM sans préfixe cyclique. L'approximation faite à l'équation (5.9) n'est donc pas justifiée car les interférences après la démodulation ne sont pas négligeables.

La dégradation des performances n'est pas due aux caractéristiques fréquentielles des formes d'onde. La partie suivante permet de montrer que l'utilisation de formes d'onde réelles pour transmettre des symboles complexes n'est pas adaptée à la dispersion temporelle du canal.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

5.2.2 Défaut de la modulation DWMT : la sensibilité au décalage temporel

Les ondelettes sont utilisées avec succès dans de nombreuses applications du traitement du signal et de l'image telles que la compression [105], estimation de mouvement [106], la segmentation et la classification [107]. Ces applications tirent profit des propriétés spéciales des ondelettes : la symétrie, la localisation temps-fréquence, la régularité [57].
Cependant, un défaut majeur de la transformée en ondelette discrète (DWT) est sa sensibilité au décalage temporel [108]. Un décalage du signal à analyser fait varier considérablement les coefficients de la DWT. Dans [57], il est montré que la transformée en ondelettes continues est une représentation invariante par translation mais que l'échantillonage temporel uniforme détruit cette invariance.

Cette propriété est également valable pour la transformée en paquets d'ondelettes discrètes (DWPT) : la modulation DWMT est donc sensible au décalage temporel induit par le canal. L'information par sous-bande n'est pas stationnaire et un retard de propagation va distribuer l'énergie du signal sur plusieurs sous-bandes voisines.

La sensibilité de la DWPT au décalage temporel est illustré par la figure 5.2, elle est comparée à celle de la DFT et de la DFT associée à un préfixe cyclique (utilisées par les modulations OFDM sans préfixe cyclique et OFDM respectivement). Pour chaque modulation, un signal « idéal » $s[k]$ est généré et les modules des sorties de la transformation correspondante sont donnés pour les instants $n-1$, n et $n+1$. Les coefficients de la DFT sont complexes alors que les coefficients issus de la DWPT sont réels. Le signal est dit « idéal » car, après décomposition, il ne donne qu'un seul coefficient non-nul dans une seule sous-bande.
Les signaux sont ensuite décalés temporellement de $\Delta = 7$ échantillons. L'observation des signaux après démodulation permet de montrer que, pour la modulation DWMT, les autres sous-bandes et les instants voisins contiennent une partie significative de l'énergie du signal. La modulation DWMT est testée avec l'ondelette de Meyer et l'ondelette de Daubechies d'ordre 6. L'ondelette de Meyer est moins sensible au décalage temporel que celle de Daubechies : les sous-canaux voisins contiennent peu d'énergie. Par contre, les instants voisins possèdent une grande partie du signal, quelle que soit l'ondelette choisie. Pour la modulation OFDM, il y a toujours un seul coefficient non-nul dans une seule sous-bande, les autres sous-bandes et les instants voisins sont strictement nuls. Le préfixe cyclique permet d'avoir une décomposition invariante par décalage tant que le préfixe cyclique est plus long que Δ. Pour la modulation OFDM sans préfixe cylique, les autres sous-bandes et les instants voisins sont faibles sans être strictement nuls, la perte d'énergie reste faible.
Cet exemple simple montre que la transformée en ondelette discrète utilisé par la modulation DWMT est très sensible au décalage temporel.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

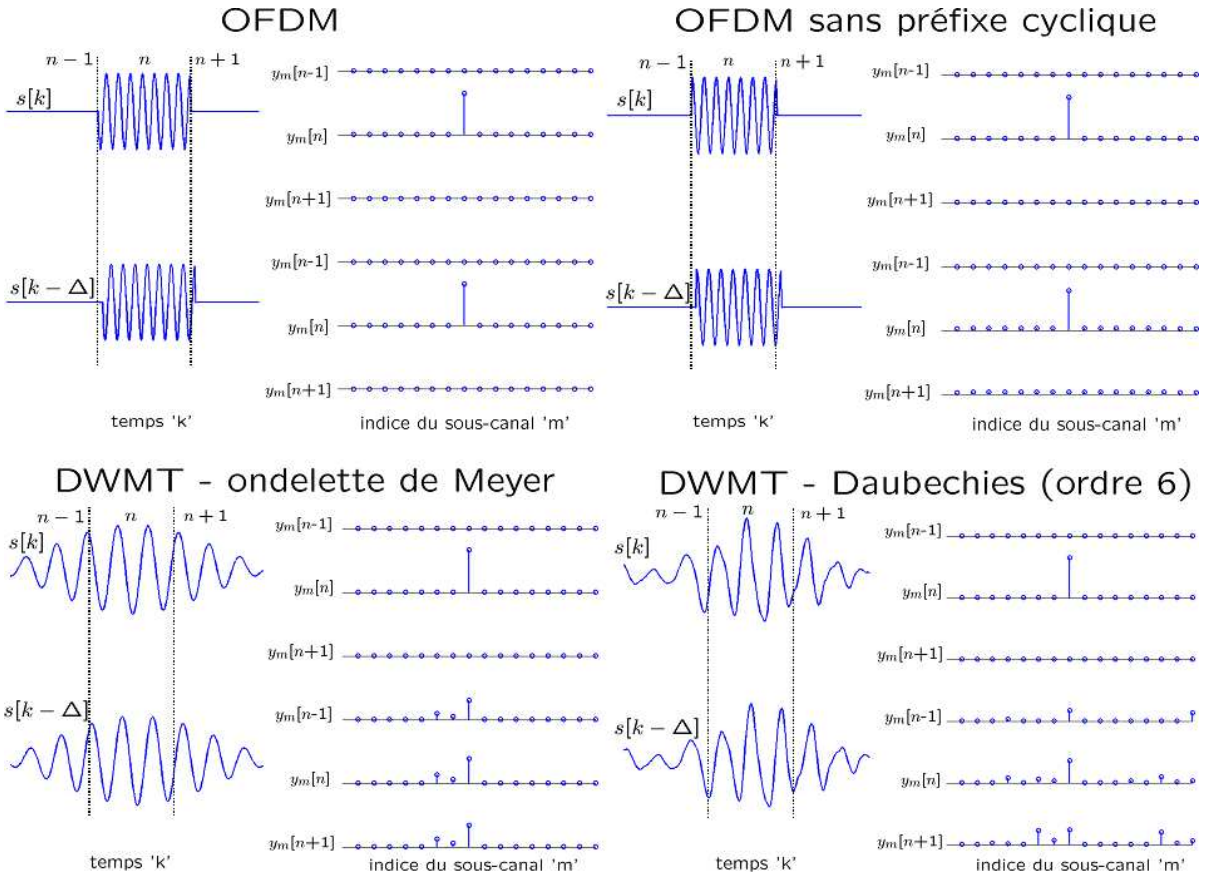

FIG. 5.2 – Sensibilité au décalage temporel des modulations OFDM et DWMT.

Une explication de cette sensibilité au décalage temporel est l'absence d'information sur la phase de la transformée DWPT, les symboles complexes I/Q sont traités séparément par la forme d'onde réelle. La transformée de Fourier utilise une base de fonctions exponentielles complexes avec la partie réelle en quadrature avec la partie imaginaire, ainsi elle décompose un signal réel ou complexe en un signal complexe dans le domaine des fréquences. L'information est contenue dans l'amplitude et la phase et un décalage dans le domaine temporel entraîne un déphasage dans le domaine fréquentiel.
Les transformations utilisant des formes d'onde réelles ne sont donc pas adaptées aux traitements des données complexes [109], en effet elles ne transforment que l'amplitude des données sans tenir compte de leur phase. La même expérience que précédemment est effectuée sur une transformée en cosinus discrète (équivalente aux bancs de filtres en cosinus présentés dans le §2.2.2) qui est également une transformation réelle. Le résultat est donné sur la figure 5.3, on constate le même effet que pour la DWPT : un décalage

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

temporel entraîne un étalement de l'énergie sur les sous-bandes et les instants voisins.

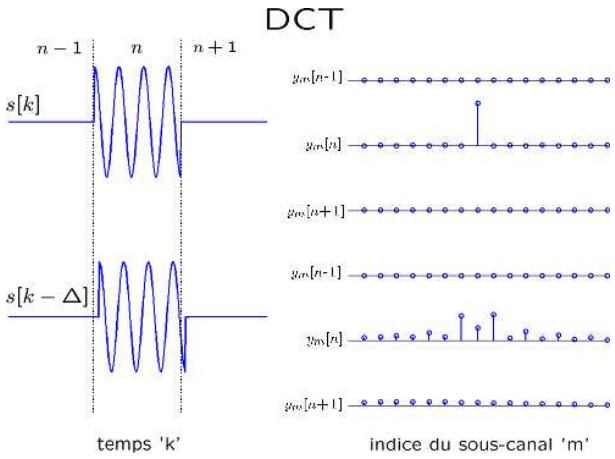

FIG. 5.3 – Sensibilité de la DCT au décalage temporel.

Pour résoudre le problème de sensibilité au décalage temporel, une approche proposée est d'omettre ou d'omettre partiellement le sous-échantillonage qui est à l'origine de cette sensibilité. Ces techniques sont parfois appellées banc de filtres sur-échantillonné [110] ou transformée en ondelettes non-décimée [57]. Cependant, leur application aux modulations multiporteuses ne semble pas intéressante à cause d'un coût important en terme de débit et de complexité.

Plusieurs approches sont envisagées dans cette thèse pour résoudre ce problème :
- la première démarche est de laisser les interférences dues à la démodulation et de recombiner ensuite les symboles par l'utilisation d'un post-détecteur matriciel ;
- la deuxième méthode est de réduire les interférences en sortie du démodulateur par l'utilisation de formes d'onde complexes moins sensibles au décalage temporel.

5.2.3 Egalisation fréquentielle matricielle

5.2.3.1 Principe

L'idée d'utiliser un égaliseur matriciel est tirée des techniques utilisées par la modulation multiporteuses utilisant des bancs de filtres en cosinus. D'après [111], il existe 2 méthodes possibles pour égaliser le signal DWMT en réception.
La première est d'utiliser un filtre linéaire à l'entrée du récepteur. La fonction du filtre d'égalisation est d'inverser la réponse impulsionnelle du canal. La détermination du filtre se fait par la méthode des moindres-carrées (MMSE) ou du forçage à zéro. Cette solution

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

n'est pas utilisée car la simplicité de l'égalisation d'un système multiporteuses est alors perdue. En effet, cette technique n'est efficace que pour un filtre de taille importante [111]. L'autre solution est de faire de l'égalisation fréquentielle matricielle. Le schéma du récepteur DWMT utilisant un égaliseur matriciel est détaillé sur la figure 5.4.

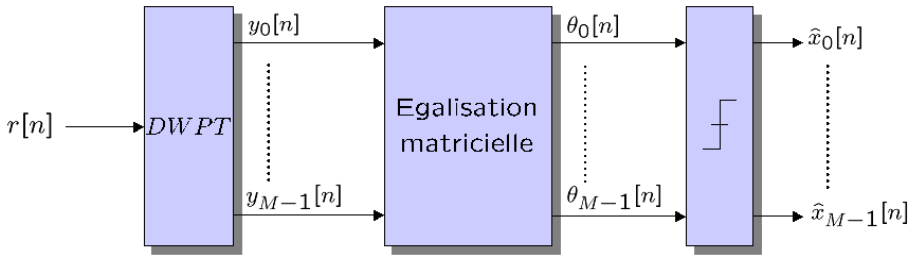

FIG. 5.4 – Synoptique du récepteur DWMT utilisant l'égaliseur matriciel.

L'objectif de l'égalisation après la démodulation est de définir une correction de l'effet du canal pour chaque sous-canal. Cette correction s'effectue par la détermination d'une variable de décision $\theta_m[n]$ pour le $m^{ième}$ canal du $n^{ième}$ symbole à partir d'une combinaison linéaire des sous-canaux voisins et des instants voisins.
La formulation de $\theta_m[n]$ est la suivante :

$$\theta_m[n] = \sum_{u\in\Omega}\sum_{l\in T} \xi_u[l] y_u[l] \tag{5.16}$$

avec Ω l'espace des canaux pris en compte pour déterminer la variable de décision, et T l'espace des symboles. $y_m[n]$ correspond aux sorties du démodulateur et ξ correspond aux facteurs de corrections appliqués aux sorties voisines de $y_m[n]$ pour le calcul de $\theta_m[n]$.
Les symboles $\hat{x}_m[n]$ sont ensuite décidés par seuil à partir de la variable de décision $\theta_m[n]$.

L'égalisation fréquentielle peut être vue comme un filtrage à 2 dimensions qui agit en temps et en fréquence. L'idée est illustrée par la figure 5.5 : les points représentent les coefficients en sortie du démodulateur DWMT dans la plan temps-fréquence, la zone carrée entoure les coefficients utilisés par un égaliseur matriciel $\Omega\times T$ (3×3 dans l'exemple) pour déterminer la variable de décision $\theta_m[n]$ pour le sous-canal m à l'instant n.

Dans le cas de la modulation DWMT, chaque forme d'onde est différente en fonction de la fréquence porteuse. Chaque sous-canal doit donc utiliser un égaliseur matriciel $\xi_u[l]$ spécifique.

5.2.3.2 Le détecteur à annulation d'interférences

Il existe plusieurs méthodes pour déterminer les coefficients ξ de l'égaliseur [32, 42]. La structure choisie est celle d'un détecteur à annulation d'interférences.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

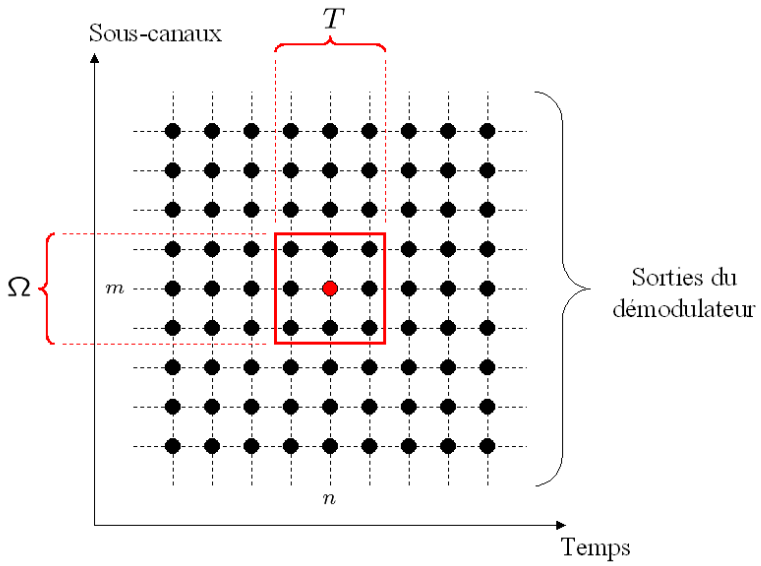

FIG. 5.5 – Représentation temps-fréquence de l'égalisation matricielle.

L'implémentation du détecteur est détaillée sur la figure 5.6 pour la détermination du $n^{\text{ième}}$ symbole de la $m^{\text{ième}}$ sous-bande $\hat{x}_m[n]$. Le principe consiste à soustraire une estimation des interférences issues des symboles voisins au symbole $y_m[n]$ puis de faire une égalisation à un coefficient.

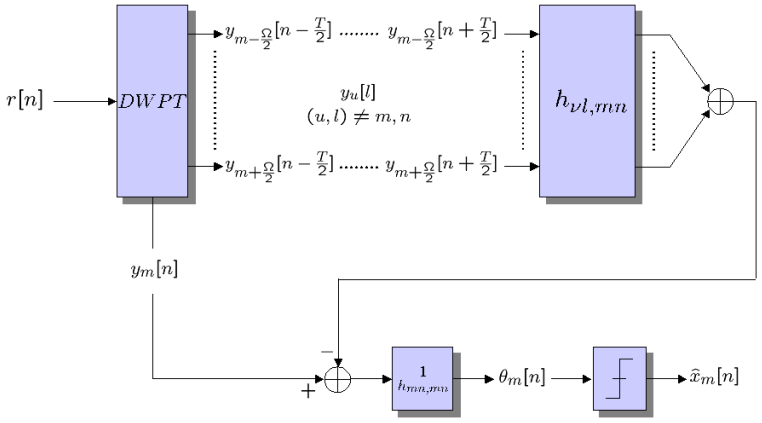

FIG. 5.6 – Structure de la détection à annulation interférences.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Pour une détection à annulation d'interférence, l'équation (5.16) devient :

$$\theta_m[n] = \frac{y_m[n]}{h_{m,n,m,n}} - \left[\sum_{u\in\Omega}\sum_{l\in T} h_{u,l,m,n} y_u[l]\right]_{(u,l)\neq(m,n)} \tag{5.17}$$

La détection est effectuée avec une connaissance parfaite du canal de propagation. Une phase d'estimation des coefficients $h_{u,l,m,n}$ est nécessaire à l'implémentation du post-détecteur. Cette phase demande une complexité assez importante, la structure proposée ne serait pas efficace pour des canaux variant rapidement en temps.

Sans tenir compte du calcul des coefficients $h_{u,l,m,n}$, le nombre d'opérations pour le calcul $\theta_m[n]$ est de $T \times \Omega$ multiplications et additions, la complexité augmente donc rapidement avec la taille de l'égaliseur. Par la suite, il faudra faire un compromis entre les performances et la complexité de l'égaliseur.

5.2.4 Etude d'un cas simple : performances de l'égalisation matricielle

Afin de valider les solutions envisagées dans cette thèse, la transmission est dans un premier temps effectuée dans les mêmes conditions que pour l'étude de la modulation DWMT avec une égalisation à un coefficient (cf. §5.2.1). Le canal est dispersif en temps avec 2 trajets ($\alpha = -3$ dB et $\tau = 12$) et non dispersif en fréquence.

L'intérêt premier des systèmes multiporteuses étant la simplicité de l'égalisation dans le domaine fréquentiel, il faut dans un premier définir les paramètres Ω et T de l'égaliseur matriciel en cherchant à ne pas trop augmenter la complexité de l'égalisation tout en améliorant les performances en terme de TEB.
Les performances de l'égalisation sont présentées sur la figure 5.7 comme une fonction du nombre Ω de sous-canaux voisins pour différentes tailles T d'instants voisins. Les résultats sont donnés pour une modulation DWMT utilisant l'ondelette de Meyer et l'ondelette de Daubechies d'ordre 20 afin de comparer l'effet de la localisation fréquentielle des formes d'onde.

Pour $T = \Omega = 1$, l'égaliseur à 1 coefficient ainsi défini est identique à celui utilisé dans le § 5.2.1, les TEB obtenus sur la figure 5.7 sont donc égaux à ceux présentés sur la figure 5.1 pour $\frac{E_b}{N_0} = 20$ dB.
Dès que la taille de l'égaliseur augmente ($T = \Omega = 3$), la prise en compte des premiers voisins temporels et fréquentiels mène à une réduction des interférences qui conduit à un gain de 5 sur les TEB. Une augmentation plus importante de T et Ω n'apporte aucune amélioration significative. Le choix d'un égaliseur 3×3 est un bon compromis entre la complexité et les performances. Cependant, l'étalement des interférences dépend du canal

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

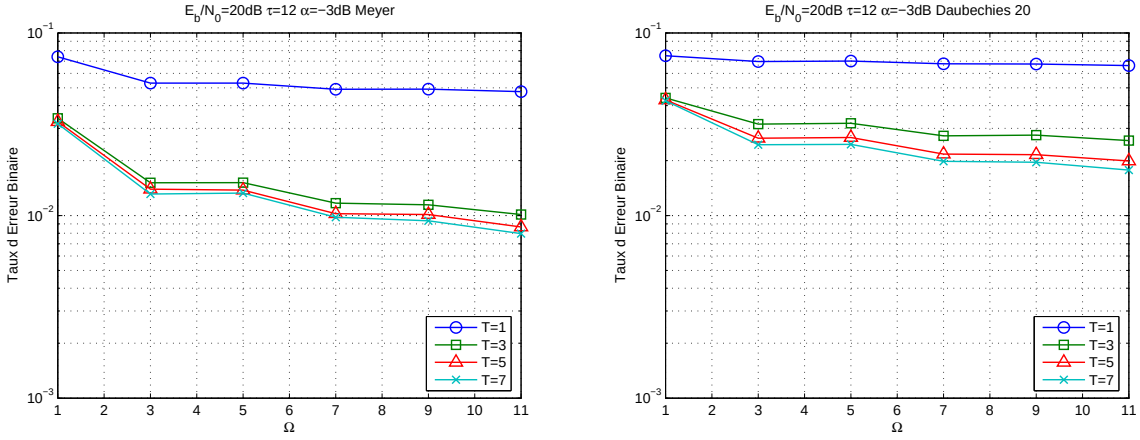

FIG. 5.7 – Influence de la taille de l'égaliseur à annulation d'interférences sur les performances de la modulation DWMT utilisant l'ondelette de Meyer et l'ondelette de Daubechies d'ordre 20 à travers le canal à 2 trajets.

et donc le choix de la taille de l'égaliseur doit être adapté au canal. Par la suite, nous utiliserons un égaliseur 5×5 afin de réduire avec sûreté les interférences.
De plus, il est intéressant de noter que, alors que le choix de l'ondelette n'influence pas les résultats lorsqu'une égalisation à un coefficient est employée, l'addition d'un égaliseur plus complexe met en évidence la robustesse supplémentaire de l'ondelette de Meyer en comparaison à l'ondelette de Daubechies d'ordre 20.

Les performances en terme de TEB de l'utilisation d'une détection à annulation d'interférences sont présentées sur la figure 5.8 pour la transmission à travers le canal à 2 trajets. Les ondelettes utilisées sont celles de Meyer et Daubechies d'ordre 20 et la taille de l'égaliseur est 5×5. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux obtenus par la modulation DWMT avec une égalisation à 1 coefficient.

On retrouve l'amélioration, constatée précédemment, de la qualité de la transmission due à l'utilisation d'un égaliseur à annulation d'interférences par rapport à la transmission avec une égalisation à un coefficient.
Les résultats montrent qu'un système utilisant l'ondelette de Meyer est moins sensible aux multi-trajets que celui utilisant une ondelette de Daubechies, ce qui confirme, l'effet de la localisation fréquentielle des formes d'onde sur les performances de la transmission à travers un canal dispersif en temps.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

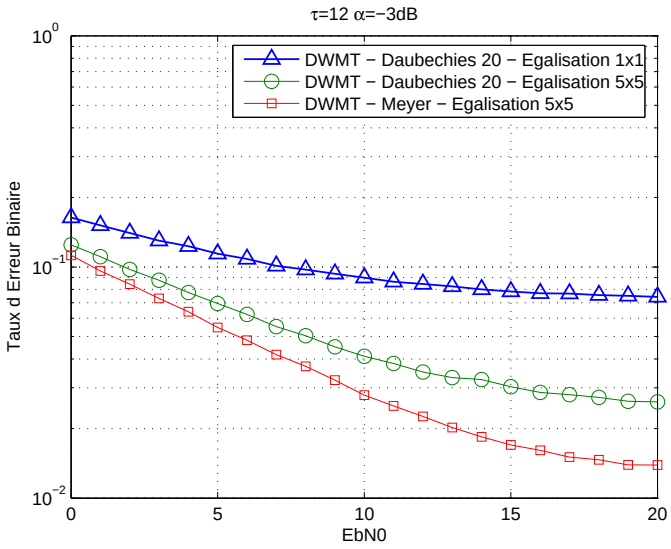

FIG. 5.8 – Performances de la modulation DWMT utilisant l'égalisation matricielle en comparaison avec l'égalisation à un coefficient, à travers le canal à 2 trajets.

5.2.5 La modulation CDWMT

Pour remédier aux problèmes de sensibilité au décalage temporel de la transformée en paquets d'ondelettes discrètes, une alternative a été proposée utilisant des ondelettes complexes permettant d'atteindre approximativement l'invariance par translation. Il existe plusieurs extensions de la transformée en ondelettes discrètes dans le plan complexe. Les différentes méthodes proposées dans la littérature peuvent être classées en 2 groupes [109] : les transformées redondantes et les transformées non-redondantes.
Les solutions développées par Kingsbury [112] puis par Selesnick [113] sont basées sur une structure appelée Dual-Tree DWT qui utilise deux structures DWT en parallèle. L'invariance par translation est obtenue avec ces structures mais au prix d'une redondance de l'information, c'est-à-dire que le nombre d'échantillons après la transformation est supérieur à celui du signal d'origine. Au niveau d'un système de communication, cette redondance va se traduire par une diminution du débit.
Les solutions non-redondantes proposés par Lawton [114] et Lina [115] sont plus adaptées aux modulations multiporteuses. Ils ont montré qu'il existe des versions complexes des ondelettes de Daubechies. La transformation résultante est appelée la transformée en ondelette discrète complexe (CDWT - Complexe DWT). Son principe consiste à remplacer les filtres à coefficients réels de la DWT par des filtres à coefficients complexes afin de générer des ondelettes complexes avec des propriétés d'orthogonalité, de symétrie et d'invariance par décalage.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Nous appelons son application aux modulations multiporteuses : la modulation **CDWMT (Complex Discrete Wavelet MultiTone)**. Elle utilise, de façon analogue à la DWMT, la transformée en paquets d'ondelettes discrètes complexes (CDWPT - Complex Discrete Wavelet Packet Transform).

5.2.5.1 Invariance par décalage

Pour illustrer les propiétés d'invariance par décalage de la transformée en paquets d'ondelettes discrètes complexes, la transformée est testée dans les mêmes conditions que celles appliquées à la DWPT sur la figure 5.2. La figure 5.9 présente un signal « idéal » $s[k]$ et les modules des sorties d'une CDWPT sont donnés pour les instants $n-1$, n et $n+1$.
Lorsque le signal n'est pas retardé, après décomposition par une CDWPT, il ne donne qu'un seul coefficient non-nul dans une seule sous-bande.
Lorsque le signal est décalé temporellement de $\Delta = 7$ échantillons, l'observation des coefficients après décomposition permet de montrer que les autres sous-bandes et les instants voisins sont faibles sans être strictement nuls, la perte d'énergie est faible.

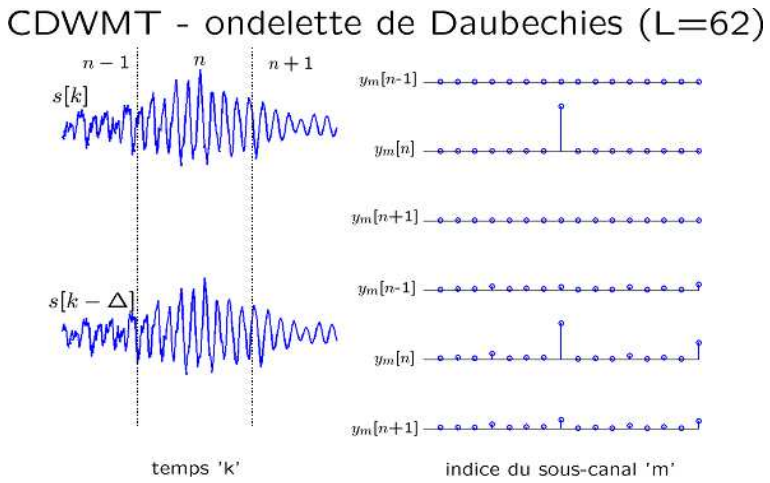

FIG. 5.9 – Sensibilité au décalage temporel de l'ondelette de Daubechies complexe.

5.2.5.2 Principe de la modulation CDWMT

Nous allons maintenant présenter l'utilisation de la CDWPT pour développer un système multiporteuses utilisant des formes d'onde complexes. Pour la modulation CDWMT, les symboles complexes sont transformées par un banc de filtres complexes alors que, pour la modulation DWMT, I et Q sont transformées séparément par un banc de filtres réels.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

La structure de l'émetteur CDWMT est identique à l'émetteur DWMT, seule la nature des filtres h et g caractérisant l'ondelette change. La figure 5.10 donne la cellule de base d'un émetteur CDWMT, le choix de l'ondelette est caractérisé par le filtre Q. Le filtre Q est donc un filtre avec des coefficients complexes, c'est un filtre passe-bas équivalent au filtre h. Son conjugué Q^* est un filtre passe-haut équivalent au filtre g. Les réponses fréquentielles des filtres Q et Q^* sont également réprésentées sur la figure 5.10 pour une ondelette de Daubechies complexe utilisant des filtres de taille $L = 38$.

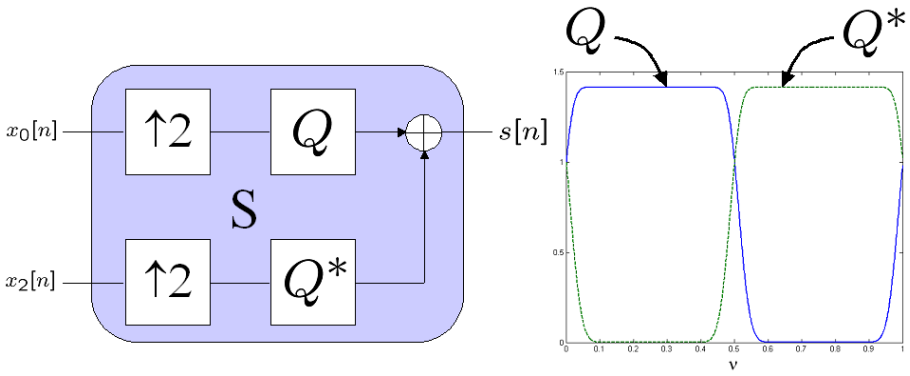

FIG. 5.10 – Cellule de base d'un émetteur CDWMT.

La figure 5.11 représente le découpage fréquentiel idéal de la modulation CDWMT. La décomposition en paquets d'ondelette complexe utilise des filtres à coefficients complexe. Par analogie avec les modulations multiporteuses classiques, le découpage fréquentiel de la modulation CDWMT est le même que celui de la modulation OFDM et des transmultiplexeurs modulés complexes (cf. figure 2.13).

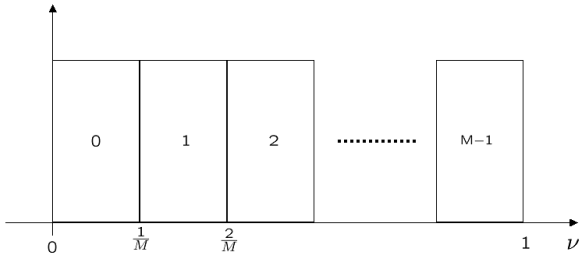

FIG. 5.11 – Réponse fréquentielle idéal d'un système CDWMT.

En terme de complexité, la modulation CDWMT remplace les 2 multiplications réelles (une pour la voie I, une pour la voie Q) de la modulation DWMT par une multiplication complexes (soit 4 multiplications réelles). Donc pour une longueur de filtres équivalente, la complexité de la modulation CDWMT est 2 fois plus importante que celle de la modulation DWMT.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

5.2.5.3 Choix des filtres

Le choix des ondelettes complexes disponibles dans la littérature est assez restreint. Nous utiliserons pour notre étude les ondelettes de Daubechies complexes [116].

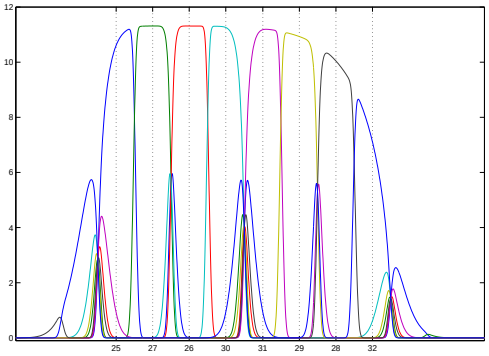

FIG. 5.12 – Représentation fréquentielle de 8 porteuses CDWMT - Daubechies L=38.

En comparaison avec la figure 3.24, la figure 5.12 représente les spectres des 25ième à 32ième sous-porteuses pour la modulation CDWMT avec $M = 128$ porteuses. La principale différence avec la modulation DWMT est que les porteuses sont espacées de $\frac{1}{T_s}$ contre $\frac{1}{2T_s}$ pour la modulation DWMT. L'espacement est identique à celui des porteuses OFDM. Ce découpage fréquentiel est la conséquence de l'utilisation d'ondelettes complexes.

5.2.6 Etude d'un cas simple : performances de la CDWMT

La modulation CDWMT est également testée avec un canal dispersif en temps à 2 trajets ($\alpha = -3$ dB et $\tau = 12$) et non dispersif en fréquence.

Le gain en performances obtenu avec l'utilisation d'un égaliseur à annulation d'interférences est intéressant mais cette méthode ne va pas dans le sens des modulations multiporteuses. En effet, l'intérêt majeur de ces modulations est de réduire l'égalisation à 1 coefficient par sous-bande. L'utilisation de formes d'onde complexes pour réduire les interférences est associée à une égalisation à 1 coefficient. Cette solution semble être la plus convenable du point de vue de la complexité de l'égaliseur.
Les performances en terme de TEB de la modulation CDWMT sont présentées sur la figure 5.13 pour la transmission à travers le canal à 2 trajets. La modulation est testée avec des filtres complexes de Daubechies de taille $L = 38$ et $L = 78$ et une égalisation à 1 coefficient. Les résultats sont comparés avec ceux obtenus par la modulation DWMT

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

utilisant l'ondelette de Daubechies d'ordre 20 avec une égalisation à 1 coefficient et une égalisation matricielle 5×5.

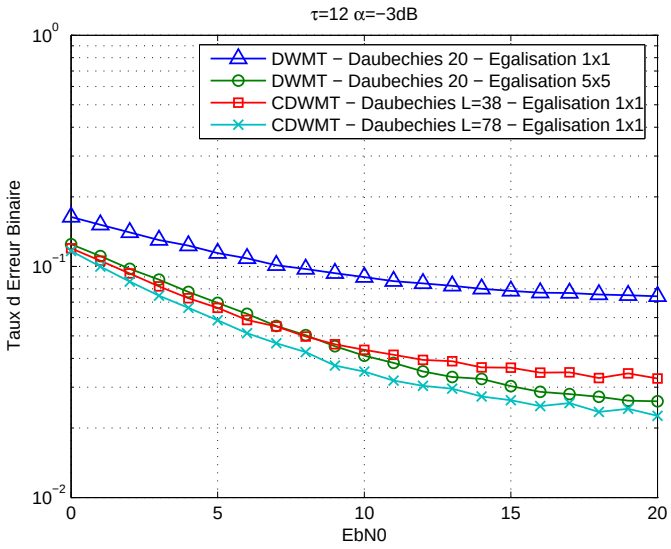

FIG. 5.13 – Comparaison des performances de la modulation CDWMT comparaison avec la modulation DWMT, à travers le canal à 2 trajets.

Avec un égaliseur à un coefficient, on constate une amélioration de la transmission utilisant des ondelettes complexes par rapport à celle utilisant des ondelettes réelles. Un gain d'environ 5 est obtenu entre les modulations CDWMT et DWMT pour une complexité équivalente. Si la taille du filtre complexe est augmentée ($L = 78$), les performances seront d'autant plus significatives. En comparaison avec les résultats obtenus par une modulation DWMT utilisant une égalisation matricielle, les résultats de la modulation CDWMT sont du même ordre de grandeur.
L'utilisation d'ondelettes complexes est donc la solution la plus efficace : ses performances en TEB sont semblables à celles obtenues avec l'égalisation matricielle mais l'égalisation utilisée est moins complexe.

5.3 Evaluation des performances de la modulation DWMT en canal multi-trajets

Nous allons maintenant comparer les performances des systèmes proposés par rapport à la modulation OFDM. Nous testerons deux systèmes utilisant les ondelettes : la modulation DWMT utilisant une ondelette de Meyer et une égalisation matricielle de taille

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

5×5, et la modulation CDWMT utilisant des filtres de Daubechies de taille $L = 38$ et une égalisation à un coefficient par sous-bande.

5.3.1 Influence de l'étalement temporel du canal

La qualité de la transmission dépend de l'étalement temporel τ_L du canal. Afin d'évaluer l'influence de τ_L sur les performances, nous utilisons toujours un canal composé de 2 trajets. Le signal reçu s'exprime :

$$r[n] = s[n] + \alpha[n - \tau] + b[n] \tag{5.18}$$

Dans ces conditions, $\tau_L = \tau$. Les résultats en TEB en fonction de τ sont donnés pour une valeur de α de -3 dB et un rapport signal sur bruit $\frac{E_b}{N_0}$ de 20 dB et sont présentés sur la figure 5.14.

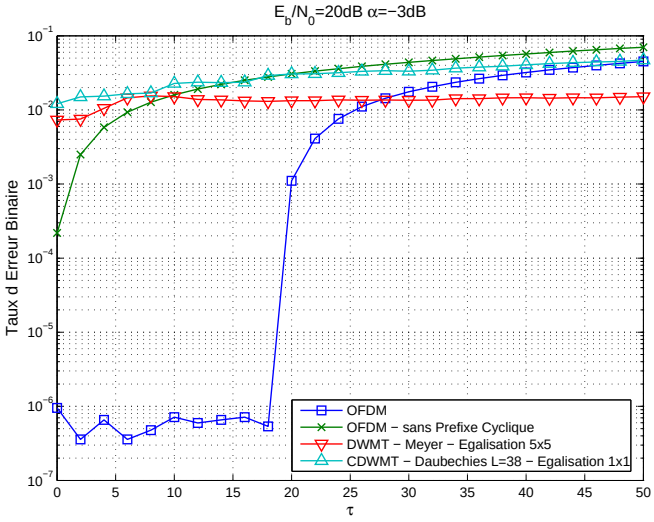

FIG. 5.14 – TEB en fonction du retard τ des modulations CDWMT (Daubechies L=38), DWMT (Meyer-Egalisation 5×5) et OFDM avec et sans préfixe cyclique.

Pour la modulation OFDM, nous avons vu théoriquement que l'utilisation du préfixe cyclique permet d'annuler totalement l'influence des trajets multiples. Ainsi, les résultats montrent que, tant que le délai τ du deuxième trajet est inférieur à la longueur N_Δ du préfixe cyclique, le TEB de la modulation OFDM reste constant. L'IES et l'ICI sont donc totalement annulées et le TEB dépend uniquement de la puissance du bruit additif. Par contre, dès que τ est plus grand que N_Δ, la valeur du TEB augmente. Les performances de la modulation OFDM sont donc extrêmement liées au choix du préfixe cyclique.
Le préfixe cyclique n'est pas utilisé pour les modulations DWMT et OFDM sans préfixe

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

cyclique. Les performances dépendent donc directement des caractéristiques des formes d'onde et de l'égalisation associée. Les résultats montrent que, dès que le délai augmente, les modulations utilisant les ondelettes ont des TEB inférieurs à ceux de la modulation OFDM sans préfixe cyclique. Tant que $\tau < N_\Delta$, les TEB obtenus sont supérieurs à ceux de la modulation OFDM mais dès que l'étalement du canal est supérieur à N_Δ, les TEB des modulations OFDM et OFDM sans préfixe cyclique convergent vers une même valeur et les modulations DWMT et CDWMT obtiennent des TEB sensiblement inférieurs.
La modulation DWMT utilisant une ondelette de Meyer et une égalisation matricielle permet une amélioration nette des performances mais au prix d'une certaine complexité. Ainsi, le résultat de la modulation CDWMT est d'autant plus significatif que la complexité de l'égalisation est identique à celle de la modulation OFDM.

5.3.2 Influence de la puissance du deuxième trajet

Dans cette partie, nous allons maintenant évaluer les performances des modulations DWMT et OFDM en fonction de la puissance du deuxième trajet. Les résultats en TEB sont présentés sur la figure 5.15 pour deux délais différents $\tau = 10$ et $\tau = 40$.

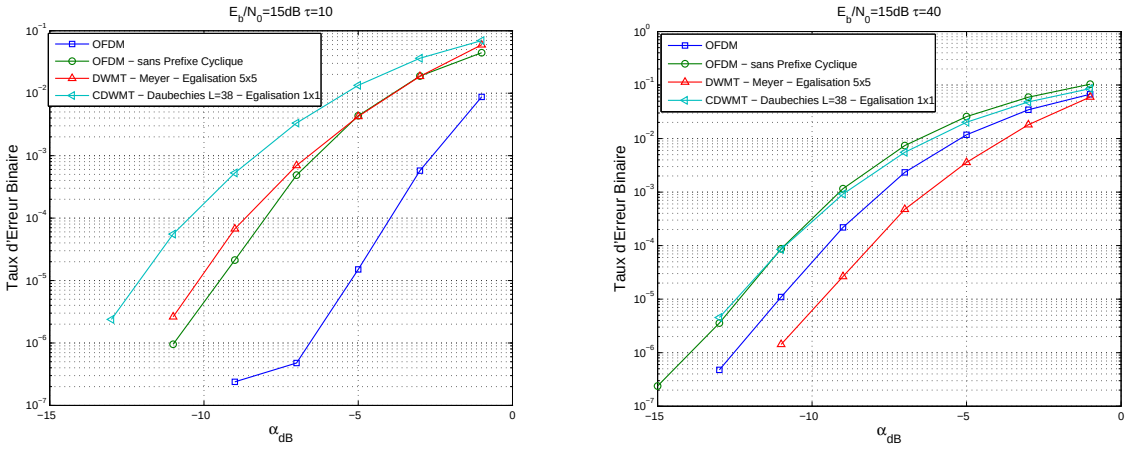

FIG. 5.15 – TEB en fonction de la puissance α du retard pour $\tau = 10$ et $\tau = 40$.

Pour une valeur de α petite, l'effet du deuxième trajet sur la qualité de la transmission est faible. Dans ce cas, on peut considérer que le canal est mono-trajet avec seulement le bruit AWGN. Les performances des différentes modulations sont donc identiques et dépendent uniquement de la puissance du bruit. Dès que α augmente, l'interférence du deuxième trajet va dégrader la qualité de la transmission et les TEB augmentent.
Lorsque le délai est faible ($\tau = 10$) et inférieur à la longueur du préfixe cyclique, la

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

modulation OFDM avec préfixe cyclique est très performante par rapport aux autres modulations. En effet, les résultats en TEB montrent que les modulations DWMT, CDWMT et OFDM sans préfixe cyclique sont plus rapidement dégradées avec l'augmentation de α alors que la transmission OFDM n'est sensible que pour des puissances importantes.
Par contre, lorsque le délai est grand ($\tau = 40$) et supérieur à N_Δ, les performances des modulations OFDM sont plus rapidement dégradées que celles des modulations basées sur les ondelettes.

5.4 Evaluation des performances de la modulation DWMT en canal dispersif en fréquence

La transmission à travers un canal dispersif en fréquence fait simplement l'objet d'une simulation qui permet de vérifier l'hypothèse de l'influence de la localisation temporelle des formes d'onde sur la sensibilité d'une transmission à travers un canal dispersif en fréquence.
En effet, dans la partie 1.4, nous avons montré que la localisation temporelle des formes d'onde DWMT utilisées est supérieure à celle des formes d'onde OFDM. L'objectif de cette étude est l'évaluation des performances de la modulation DWMT à la dispersion fréquentielle induite par le canal.
Nous testerons la modulation DWMT utilisant les ondelettes de Daubechies d'ordre 6 et 20 et la modulation CDWMT utilisant un filtre de Daubechies complexe à $L = 10$ coefficients. La modulation OFDM est testée seulement sans l'insertion du préfixe cyclique. La modulation OFDM avec ou sans préfixe cyclique utilise des formes d'onde rectangulaires. L'influence de l'effet Doppler est donc identique pour ces deux types de modulation [117].

L'étude est réduite au canal dispersif en fréquence et non dispersif en temps. Le canal est donc composé d'un trajet variable en temps $\alpha[n]$. La variation du coefficient est paramétrée par le produit $f_d T_s$ entre la fréquence Doppler maximale et le durée du symbole transmis. Cette variation est décrite dans l'annexe A.
En discret, le signal reçu s'exprime donc :

$$r[n] = \alpha[n]s[n] \tag{5.19}$$

Le trajet a une puissance unitaire. Les résultats en EQM en fonction de $f_d T_s$ sont présentés sur la figure 5.16.

Les résultats obtenus en présence d'un canal dispersif en fréquence vont dans le sens de la théorie. En effet, les erreurs quadratiques des modulations DWMT sont supérieures à celles de la modulation OFDM. Plus la dispersion fréquentielle de la forme d'onde utilisée est importante, plus la modulation est sensible à la l'effet Doppler. Ainsi, l'ondelette de Daubechies d'ordre 20 est plus sensible que l'ondelette de Daubechies d'ordre 6, elle-même

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

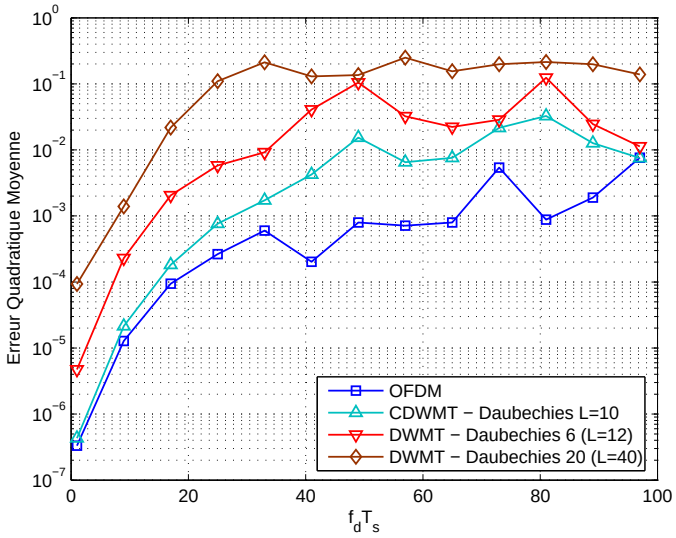

FIG. 5.16 – EQM en fonction de la fréquence Doppler f_dT_s des modulations OFDM, DWMT (Daubechies L=12 et L=40) et CDWMT (Daubechies L=10).

plus sensible que la fenêtre rectangulaire utilisée par la modulation OFDM.
On note également que, pour des filtres de taille quasi-identique, la modulation CDWMT permet d'obtenir des résultats supérieurs à ceux de la modulation DWMT.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré les limites de la modulation DWMT lors d'une transmission multi-trajets. L'analyse de ces limites nous a permis de proposer deux méthodes permettant d'améliorer les performances : l'une basée sur une égalisation à annulation d'interférences, l'autre basée sur l'utilisation d'ondelettes complexes.
En présence d'un canal multi-trajets, l'efficacité de la modulation OFDM reste supérieure à celle de la modulation DWMT (quelles que soient l'égalisation et les formes d'onde utilisées). Mais, c'est l'utilisation du préfixe cyclique qui permet d'améliorer les résultats, ainsi les performances des modulations DWMT et OFDM sont équivalentes lorsque le préfixe cyclique n'est pas une solution utilisée. La modulation DWMT est même plus efficace pour des canaux très longs.
La transmission DWMT à travers un canal dispersif en fréquence est, par contre, plus sensible que la transmission OFDM.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Conclusion Générale

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Les techniques de modulation multiporteuses developpées actuellement sont associées à un préfixe cyclique afin de supprimer les interférences inhérentes à la transmission à travers les canaux dispersifs en temps. Cette méthode offre une grande robustesse aux multi-trajets au détriment d'une perte d'efficacité spectrale.
La limitation de cette réduction de l'efficacité spectrale constitue un défi pour les communications numériques. Afin d'essayer d'apporter une réponse, l'idée directrice de cette thèse est basée sur ces deux approches conjointes :

- l'utilisation de formes d'onde modulantes bien localisées en temps et en fréquence pour limiter les interférences ;
- l'application des bancs de filtres aux modulations multiporteuses permettant de nouvelles formes de modulations multiporteuses plus générales.

Ces deux pistes d'étude sous-tendent l'idée de l'amélioration possible d'une modulation multiporteuses basées sur la théorie des ondelettes. L'objectif de cette thèse a été l'évaluation de la faisabilité de l'utilisation des ondelettes pour les systèmes avancés de communication multiporteuses.

La construction d'un système multiporteuses basé sur la théorie des ondelettes a été développée dans le 3ième chapitre. Nous avons vu que par le biais du formalisme des ondelettes et de leur application aux bancs de filtres, il est possible de construire une base de fonctions orthogonales appropriée aux modulations multiporteuses. L'utilisation des paquets d'ondelettes est adaptée au découpage en sous-bandes de la réponse en fréquence du canal. La décomposition en paquets d'ondelettes permet de construire une base de fonctions orthogonales en fréquences utilisée pour moduler l'information dans chaque sous-canal, c'est le principe de base de la modulation DWMT.
Une des caratéristiques de la modulation DWMT est que l'implémentation de l'émetteur et du récepteur est effectuée par la détermination d'un banc de filtres uniforme. La décomposition en paquets d'ondelettes peut être calculée par une structure de filtres en arbre dont la profondeur détermine le nombre de porteuses du modulateur DWMT. Le signal DWMT est ensuite caractérisé par le choix de l'ondelette et son arbre de filtres associé. Ce choix détermine les formes d'onde modulantes et la complexité du système. L'étude proposée est limitée à l'utilisation d'ondelettes discrètes existantes dans la littérature qui utilisent des filtres à coefficients réels.

La modulation multiporteuses par paquets d'ondelettes a été évaluée dans divers scénarii de propagation. Les résultats présentés dans ce mémoire sont obtenus par simulation, les études théoriques sont limitées par le fait que le signal DWMT n'a pas d'expression analytique simple.

Les premiers éléments de la modulation DWMT que nous avons évalués sont la bande spectrale occupée et le débit. Les signaux OFDM et DWMT occupent de façon optimale la bande de fréquence allouée : la différence entre les deux techniques vient des lobes secondaires de part et d'autres de la bande fréquentielle occupée, ceux de la modulation

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

DWMT sont beaucoup plus atténués que ceux de la modulation OFDM. En terme de débit, celui de la modulation DWMT est identique à celui de la modulation OFDM sans préfixe cyclique. La modulation DWMT a donc une efficacité spectrale supérieure à la modulation OFDM utilisant un préfixe cyclique.
Nous avons ensuite effectué une étude de la complexité des modulations OFDM et DWMT, l'évaluation montre que celle de la modulation OFDM utilisant l'algorithme de FFT est inférieure à celle de la modulation DWMT. Cependant, la variation de la complexité en fonction du nombre M de porteuses est identique pour ces deux modulations, de l'ordre de $\Theta(M \log_2 M)$. L'implémentation de l'émetteur DWMT par une structure en arbre offre une complexité réduite par rapport à une implémentation parallèle d'un banc de filtres. En effet, la complexité d'une structure en arbre varie en $\Theta(M \log_2 M)$ alors que celle de la structure parallèle varie en $\Theta(M^2)$. La complexité de la modulation DWMT dépend directement du choix de l'ondelette, en effet plus l'ordre de l'ondelette est élevé plus la complexité du système est importante.
La transmission en présence d'un bruit blanc additif gaussien est le premier cas de perturbations que nous avons étudié. Pour une efficacité spectrale donnée, l'évaluation des modulations multiporteuses en présence de bruit gaussien donne des résultats identiques dès lors que les formes d'onde modulantes sont orthogonales. Les modulations OFDM et DWMT utilisent une base de fonctions orthogonales, leur performance en présence d'un bruit AWGN sont identiques.

L'étude de la sensibilité au brouilleur bande étroite des systèmes modernes de communication a été justifiée par le fait que le spectre radio-fréquence et celui utilisé par les systèmes VDSL sont de plus en plus occupés par des signaux de communication. Dans ces conditions, les systèmes futurs doivent lutter, non seulement avec les dispersions du canal, mais aussi avec les interférences dues aux autres sources.
L'étude développée dans le chapitre 4 a permis de montrer que l'utilisation des paquets d'ondelettes pour un système de transmission multiporteuses permet d'améliorer les performances de la transmission en présence d'un brouilleur bande étroite. Les points suivants ont pu être développés dans cette étude :

- La sensibilité d'un système multiporteuses au brouilleur bande étroite dépend directement de l'énergie des lobes secondaires du spectre des formes d'onde modulantes. La fréquence parasite va non seulement perturber la porteuse la plus proche mais également les porteuses voisines en raison de leurs lobes secondaires importants.
- Dans le cas de la modulation OFDM, la forme d'onde modulante est une exponentielle limitée sur le temps symbole, l'atténuation du premier lobe secondaire est de 13dB par rapport au lobe principal. Pour la modulation DWMT, le choix des ondelettes permet d'obtenir des formes d'onde aux lobes secondaires plus atténués.
- L'énergie des lobes secondaires diminue lorsque la complexité de l'ondelette augmente, ainsi la sensibilité de la modulation DWMT au brouilleur bande étroite peut être réduite en augmentant l'ordre de l'ondelette choisie.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

- En terme de Taux d'Erreur Binaire, un gain de 10 peut être obtenu entre les performances de la transmission DWMT utilisant l'ondelette de Daubechies d'ordre 20 et celles de la transmission OFDM. Les résultats sont sensibles à la fréquence du brouilleur mais sont d'autant plus significatifs que la puissance du brouilleur est importante.

Les résultats obtenus ont montré que la modulation DWMT est peu sensible aux interférences bande étroite, en contrepartie d'une certaine complexité due au choix de l'ondelette.

La modulation DWMT fournit donc des résultats satisfaisant en terme de robustesse en présence d'un brouilleur bande étroite. Cependant, la transmission à travers un canal multi-trajets reste le scénario le plus important à traiter dans une étude d'un système de communication, c'est ce que nous avons étudié dans le 5ième chapitre de ce mémoire.
Nous avons vu que la qualité d'une transmission multiporteuses dépend directement des formes d'onde modulantes utilisées. Ainsi, les interférences introduites par les multi-trajets sont d'autant plus faibles que la localisation fréquentielle des formes d'onde sera bonne. C'est l'une des raisons qui motive le choix des ondelettes comme formes d'onde modulantes dans un système multiporteuses. Au prix d'une certaine complexité, nous avons vu que les ondelettes de Daubechies ou de Meyer ont une localisation fréquentielle plus faible que l'exponentielle fenêtrée utilisée comme forme d'onde par la modulation OFDM.
Le problème rencontré dans cette étude est qu'une des caractéristiques de la modulation DWMT est l'utilisation de formes d'onde réelles pour moduler l'information, cette propriété engendre une sensibilité du système aux décalages temporels induit par le canal. Contrairement à la DFT où un décalage temporel engendre un déphasage dans le domaine fréquentiel, la transformée en paquets d'ondelette ne rend pas stationnaire l'information par sous-bande, et nous avons vu qu'un retard de propagation va distribuer l'énergie du signal sur plusieurs sous-bandes adjacentes et sur les instants voisins. L'ICI et l'IES ainsi générées vont limiter les performances du système en dépit des bonnes propriétés des formes d'onde utilisées.
Deux solutions ont été proposées dans ce mémoire :

- La première est de laisser les interférences dues aux défauts de la démodulation et de recombiner ensuite les symboles par l'utilisation d'un égaliseur matriciel dans le domaine fréquentiel. Nous avons proposé une structure d'égalisation matricielle qui prend en compte les sous-canaux et les instants voisins afin de réduire à la fois l'IES et l'ICI. En considérant T instants et Ω canaux voisins, le nombre d'opérations par sous-canaux est de $T \times \Omega$ multiplications et additions, la complexité augmente donc rapidement avec la taille de l'égaliseur. Les résultats ont permis de montrer que le choix d'un égaliseur 5×5 est un bon compromis entre la complexité et les performances, au-delà le gain en performances n'est pas significatif. Avec ce type d'égalisation, les résultats en TEB ont montré qu'un système utilisant l'ondelette de Meyer est moins sensible aux multi-trajets que celui utilisant une ondelette de Daubechies, ce qui confirme, l'influence de la localisation fréquentielle des formes

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

d'onde sur les performances de la transmission à travers un canal dispersif en temps.

- La deuxième méthode proposée est de réduire la sensibilité de la décomposition en paquets d'ondelettes par l'utilisation de formes d'onde complexes. Des travaux ont été effectués pour synthétiser des versions complexes des ondelettes de Daubechies, la transformée résultante utilisant des paquets d'ondelettes complexes est moins sensible aux décalages temporels que celle utilisant des paquets d'ondelettes réels. Appliquées aux modulations multiporteuses, ces ondelettes complexes permettent de réduire l'effet des multi-trajets en sortie du démodulateur. Ainsi, avec un égaliseur à un coefficient, nous avons vu que les TEB sont inférieurs pour la modulation DWMT utilisant des ondelettes de Daubechies complexes en comparaison à ceux obtenus par la modulation DWMT utilisant les ondelettes de Daubechies réelles.
- La combinaison des deux méthodes proposées est évidement possible, les résultats sont d'autant plus significatifs.

En comparaison avec les résultats obtenus par la modulation OFDM, les TEB obtenus par la modulation DWMT sont encore supérieurs. Par contre, les résultats sont du même ordre de grandeur que ceux de la modulation OFDM sans préfixe cyclique.
Les conclusions suivantes ont pu être effectuées sur l'utilisation de la modulation DWMT en canal multi-trajets :

- Les résultats obtenus soulignent que l'égalisation de la modulation DWMT dans une transmission à trajets multiples est plus complexe que celle de la modulation OFDM.
- C'est essentiellement l'utilisation d'un préfixe cyclique qui donne à la modulation OFDM des résultats intéressants en terme de TEB.
- Les performances des modulations DWMT et OFDM sont équivalentes seulement quand le préfixe cyclique n'est pas une solution utilisée. Ceci correspond au cas où la réponse impulsionnelle du canal serait trop longue pour permettre une efficacité spectrale raisonnable avec un nombre de sous-canaux faible. Dans cette situation, la complexité des systèmes de modulations DWMT et OFDM est équivalente puisque la modulation OFDM exige plus qu'un égaliseur à un coefficient pour réduire les interférences des multi-trajets.

En perspective, il est important de souligner que la théorie des ondelettes est toujours en développement. L'utilisation des paquets d'ondelettes pour les systèmes de communication numérique a été étudiée du strict point de vue des communications en utilisant des ondelettes développées pour d'autres applications. Il serait donc intéressant de développer des études visant à définir des ondelettes spécifiques adaptées à la transmission et répondants aux critères qui ont été mis en évidence dans ces travaux de thèse : bonne localisation temps-fréquence, complexité pas trop élevée et utilisation des formes d'onde complexes. Notamment, l'ondelette de Meyer n'est pas disponible dans sa version complexe, l'amélioration apportée par sa version réelle par rapport aux ondelettes de Daubechies incite à déterminer sa version complexe. L'association de la modulation utilisant les ondelettes et des techniques usuelles d'accès multiples peut être également étudiée pour optimiser

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

conjointement les interférences (IES, ICI et MAI).

L'étude présentée dans ce mémoire est limitée à la transmission à travers des canaux à 2 trajets. Une suite logique de ces travaux sera d'approfondir l'étude à l'utilisation de canaux plus complexes, notamment des canaux à la fois dispersif en temps et en fréquence. Enfin, il sera intéressant de valider les résultats obtenus sur des modèles de canaux réels, par exemple ceux définis par les normes UMTS ou BRAN.

En imaginant des perspectives à plus long terme, l'application pratique de notre système devra également être précédée de nombreuses études sur l'estimation du canal de transmission et la synchronisation. En effet, l'étude proposée fait l'hypothèse d'une connaissance parfaite du canal de transmission à la réception ainsi que d'une synchronisation parfaite de rythme et de porteuse. Par ailleurs, à aucun moment dans ce mémoire il n'est question de codage détecteur et correcteur d'erreurs. Une extension possible à ce travail serait donc d'inclure par la suite du codage dans nos simulations. Le PAPR (Peak to Average Power Ratio) de la modulation DWMT peut également faire l'objet d'une étude, le signal OFDM possède un rapport entre sa puissance maximale et sa puissance moyenne élévée, l'utilisation de nouvelles formes d'onde peut permettre de réduire ce rapport. Enfin, une étude approfondie de la complexité de ces algorithmes de modulation pourrait être développée en vue d'une intégration sur des cibles matérielles de type DSP ou FPGA afin d'améliorer l'adéquation algorithme/architecture.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Annexes

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Annexe A
Modélisation du canal multi-trajets variable dans le temps

Rappel des caractéristiques du canal

Le canal de propagation est le principal élément qui provoque les perturbations affectant le signal émis dans une chaîne de transmission. Le contexte de notre étude est les réseaux sans fils large bande, la transmission se fait à travers le canal radio, c'est-à-dire par voie aérienne. Nous avons vu dans le chapitre 1 que les principales caractéristiques du canal radio-mobile est qu'il est à la fois dispersif en temps et en fréquence.

L'étalement temporel

Lors d'une transmission sur un canal multi-trajets, les composantes du signal ayant emprunté des chemins distincts arrivent au récepteur avec des retards différents. L'étalement temporel noté τ_L est défini par la différence entre le plus grand et le plus court des retards, il permet de caractériser par une seule variable la dispersion temporelle du canal. La bande de cohérence B_c d'un canal correspond à la gamme de fréquence sur laquelle les amplitudes des composantes fréquentielles du signal subissent des atténuations semblables. En général, la bande de cohérence d'un canal est environ l'inverse de son étalement temporel : $B_c \approx \frac{1}{\tau_L}$.
Soit B la largeur de bande du signal transmis, tant que $B << B_c$, toutes les composantes fréquentielles du signal subissent la même atténuation et le canal est dit **non sélectif en fréquence**. Dans le cas contraire, aux moins deux composantes fréquentielles subissent des atténuations différentes et le signal est dit **sélectif en fréquence**. Pour éviter ce phénomène générateur d'interférences entre symboles (IES), on essaye de rendre la largeur de bande du signal très petite par rapport à la bande de cohérence du canal.

L'effet Doppler

Quand l'émetteur et le récepteur sont en mouvement relatif avec une vitesse constante, le signal reçu est sujet à un décalage constant, appelé effet Doppler, proportionnel à cette vitesse et à la fréquence porteuse. Cette dispersion fréquentielle est due à l'inconstance des caractéristiques du canal pendant la propagation, elle résulte en une augmentation de la bande de fréquence occupée par le signal. On peut considérer l'effet Doppler comme le pendant fréquentiel de l'étalement temporel et définir un étalement fréquentiel f_d correspondant à la différence entre le plus grand et le plus petit décalage en fréquence. La période, durant laquelle les distorsions temporelles du canal restent négligeables, est appelée T_c le temps de cohérence du canal. En général, le temps de cohérence d'un canal est environ l'inverse de son étalement fréquentiel : $T_c \approx \frac{1}{2f_d}$.
Soit T_s la période d'un symbole transmis, il faut respecter la contrainte $T_s << T_c$ pour éviter la sélectivité en temps.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Modèle de Rayleigh

La modélisation aléatoire la plus classique d'un canal de propagation soumis au « fading » est de considérer que sa réponse impulsionnelle $h(t,\tau)$ est stationnaire au sens large (WSS : wide sense stationary) et que les diffuseurs sont non corrélées (US : uncorellated scatterers). Pour une réponse impulsionnelle WSSUS la plus générale possible, les paramètres statistiques du canal peuvent être caractérisés par la « fonction d'autocorrélation temps-fréquence » du canal.
Dans le cadre d'une réponse impulsionnelle à trajets discrets, la fonction d'autocorrélation temporelle du canal, notée R_α permet de formaliser la notion de temps de cohérence T_c introduite précédemment. Ainsi, le caractère dynamique du canal est mesuré par la fonction d'autocorrélation temporelle de chaque trajet :

$$R_{\alpha_i}(\Delta t) = E[\alpha_i(t)\alpha_i^*(t-\Delta t)] \tag{5.20}$$

Les coefficients sont non corrélés entre eux. On associe un spectre Doppler à chaque trajet qui peut se déduire par transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation :

$$S_{\alpha_i}(\nu) = TF\{R_{\alpha_i}(\Delta t)\} \tag{5.21}$$

Le spectre Doppler correspond au spectre observé (en bande de base) associé au trajet « i » en réponse à une fréquence pure.

Dans le cadre d'une réponse impulsionnelle à trajets discrets, chaque coefficient $\alpha_i(t)$ est caractérisé par une loi de distribution d'amplitude ρ_i et de phases ϕ_i, ainsi que d'une fonction d'autocorrélation R_{α_i} ou d'un spectre Doppler S_{α_i}.

Pour un trajet « i », la densité de probabilité du coefficient correspondant $\alpha_i(t)$ est gaussienne complexe de moyenne nulle.
En posant σ_α^2, la puissance du trajet, le processus gaussien complexe $\alpha(t)$ permet de déduire que :

- $\alpha(t) = \alpha_1(t) + j\alpha_2(t)$ avec $\alpha_1(t)$ et $\alpha_2(t)$ des variables gaussiennes réelles décorrélées de moyenne nulle et de variance $\frac{\sigma_\alpha^2}{2}$,
- $|\alpha(t)| = \rho(t)$ suit une loi de Rayleigh donnée par $p_\rho(r) = \frac{2r}{\sigma_\alpha^2} e^{-\frac{r^2}{\sigma_\alpha^2}}$ pour $r \geq 0$, 0 sinon,
- la phase de $\alpha(t)$ est uniformément distribué entre 0 et 2π.

Dans le cas d'un environnement isotrope, la fonction d'autocorrélation $R_{\alpha\alpha}(\tau)$ du processus gaussien complexe $\alpha(t)$ est donnée par :

$$R_{\alpha\alpha}(\tau) = \sigma_\alpha^2 J_0(2\pi f_d \tau) \tag{5.22}$$

avec $J_0(.)$ la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 et f_d la fréquence de Doppler maximale.

Le spectre Doppler exprimé en bande de base vaut alors :

$$S_\alpha(\nu) = \begin{cases} \frac{\sigma_\alpha^2}{\pi f_d \sqrt{1-(\frac{\nu}{f_d})^2}} & \text{pour} \quad |\nu| \leq f_d \\ 0 & \text{pour} \quad |\nu| > f_d \end{cases} \tag{5.23}$$

Ce spectre Doppler est appelé spectre en U en raison de sa forme donnée en figure 5.17. On le nomme aussi spectre Doppler « classique ». Ainsi, le canal apporte une modulation aléatoire « parasite » en amplitude et en phase. La transmission d'une fréquence pure f_0 à travers un canal soumis l'effet Doppler (mono-trajet ou multi-trajets) avec un environnement isotrope autour du mobile correspondra en réception à un élargissement en fréquence de $\pm f_d$ sous forme d'une dsp donnée par (5.23).

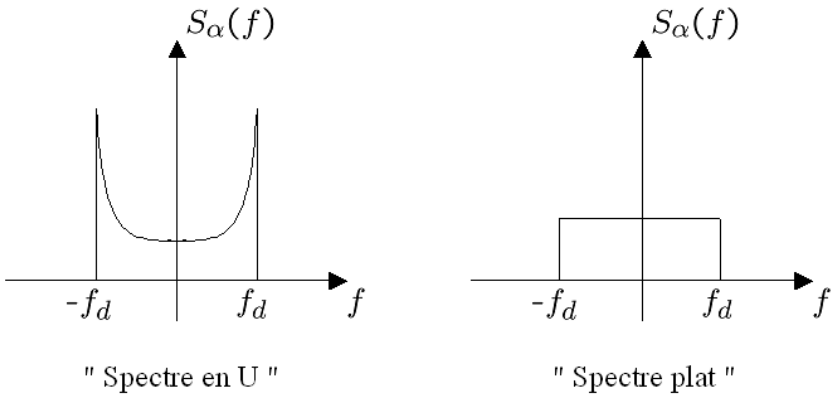

FIG. 5.17 – Densité Spectrale de Puissance associée à un trajet.

Dans le cas particulier du canal « Indoor » (intérieur bureau) où l'effet Doppler est davantage dû au mouvement de l'environnement (déplacement de personnes) qu'à celui du récepteur mobile, on considère généralement non pas un spectre Doppler en U mais un spectre plat entre $-f_d$ et $+f_d$ donné par l'équation (5.24) et est représenté sur la figure 5.17.

$$S_\alpha(\nu) = \begin{cases} \sigma_\alpha^2 \frac{f_d}{2} & \text{pour} \quad |\nu| \leq f_d \\ 0 & \text{pour} \quad |\nu| > f_d \end{cases} \tag{5.24}$$

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Annexe B
Simulation d'un canal multi-trajets variable dans le temps

Dans le contexte de la simulation du canal de propagation, le modèle généralement utilisé est le modèle WSSUS présenté précédemment. Le principe consiste à considérer plusieurs trajets indépendants dans le domaine des retards avec un spectre de Doppler particulier associé à chaque trajet.
La méthode de génération du canal utilisée permet d'obtenir un modèle synthétique ayant pour paramètres : un nombre fixé de trajets, leurs retards et leurs puissances. Les évanouissements temporels sont ensuite simulés indépendamment pour chaque trajet, ils sont paramétrés par la fréquence de Doppler maximale f_d et l'allure de la DSP $S_\alpha(\nu)$ (en « U » ou « plat »).
On distingue 2 méthodes pour générer les évanouissements de Rayleigh dans le temps :

- la méthode de filtrage d'un bruit gaussien consiste à simuler les évanouissements temporels par un bruit blanc gaussien filtré par un filtre à réponse impulsionnelle finie définie par l'allure du spectre Doppler désirée. Cette méthode est appelée **Méthode de Jakes** ;
- une autre méthode est basée sur la modélisation d'un processus gaussien par la somme de sinusoïdes dont les valeurs de fréquence, de phase et d'amplitude sont à définir selon le spectre Doppler souhaité. Cette méthode est appelée **Méthode MEDS** (Method of Exact Doppler Spread).

Pour notre étude, la méthode MEDS sera utilisée pour simuler les évanouissements temporels.

Génération du canal multi-trajets

Afin de simuler la propagation, nous utiliserons les modèles large-bandes synthétiques. Ces modèles décrivent le canal sous la forme d'un filtre RIF sélectif en temps et en fréquence. Les coefficients du filtre sont représentatifs d'un scénario de propagation donné. Ces canaux sont dits synthétiques car ils sont représentés par un nombre faible de trajets. La réponse implusionnelle du filtre peut être modélisée par une somme d'impulsions de Dirac pondérées (5.25). Chaque impulsion décrit un trajet et est caractérisée par son amplitude $\alpha_l(t)$, son retard $\tau_l(t)$ et un spectre Doppler. Les trajets sont supposés décorrélés.

$$h(t,\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t)\delta(\tau - \tau_l(t)) \tag{5.25}$$

- L'amplitude complexe de chaque trajet $\alpha_l(t)$ suit une loi statistique de Rayleigh ;
- les retard $\tau_l(t)$ sont supposés fixes ;
- L est le nombre de trajets séparables.

Ainsi, le canal multi-trajets peut être modélisé par un filtre RIF. La figure 5.18 représente la convolution du signal émis $s(t)$ avec la réponse impulsionnelle du canal $h(t)$.

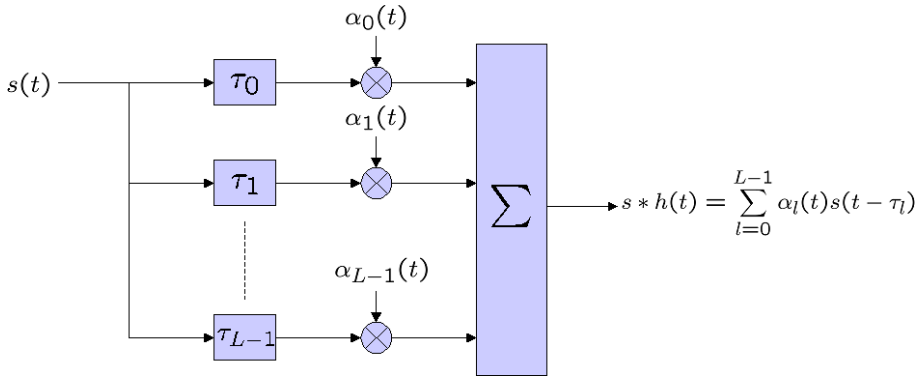

FIG. 5.18 – Génération du canal multi-trajets.

Ce filtre a une majorité de coefficients nuls, seuls les coefficients $\{\alpha_l,\ l = 0\ \ldots\ L-1\}$ correspondant aux instants $\{\tau_l,\ l = 0\ \ldots\ L-1\}$, sont non nuls.

Génération des amplitudes aléatoires de Rayleigh

Les variations temporelles des trajets sont simulées indépendamment pour chaque trajet. La modélisation des canaux déterministes à évanouissements de Rayleigh est basée sur l'approximation de la loi de Rayleigh $\rho(t)$ par des fonctions $\tilde{\rho}(t)$ de la forme :

$$\tilde{\rho}(t) = |\tilde{\alpha}(t)| = |\tilde{\alpha}_1(t) + j\tilde{\alpha}_2(t)| \tag{5.26}$$

avec

$$\tilde{\alpha}_i(t) = \sum_{n=1}^{N_i} c_{i,n} \cos 2\pi f_{i,n} t + \theta_{i,n},\ \ i = 1, 2 \tag{5.27}$$

$\tilde{\alpha}_i(t)$ est une somme de Rice qui correspond à la superposition de N_i fonctions harmoniques. Le nombre N_i de sinusoïdes détermine la complexité et la précision de modèle de simulation. Les gains $c_{i,n}$, les fréquences $f_{i,n}$ et les phases $\theta_{i,n}$ sont déterminés de telle sorte que les propriétés statistiques de $\{\tilde{\alpha}_i(t),\ i = 1, 2\}$ soient les plus proches possibles des variables gaussiennes $\{\alpha_i(t),\ i = 1, 2\}$ réelles décorrélées de moyenne nulle et de variance $\frac{\sigma_0^2}{2}$. Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour définir les différents paramètres du modèle. Le modèle utilisé pour l'étude est basé sur la méthode d'étalement de Doppler exact (MEDS : Method of Exact Doppler Spread [118]).

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Selon la méthode MEDS, pour obtenir un spectre Doppler en « U » ou « classique », les paramètres du modèle sont définis par :

$$\begin{cases} c_{i,n} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{N_i}} \\ f_{i,n} = f_{max} \sin\left\{\frac{\pi}{2N_i}(n - \frac{1}{2})\right\} \\ \theta_{i,n} \text{ est une variable aléatoire uniforme sur } [0, 2\pi] \end{cases} \tag{5.28}$$

Pour obtenir un spectre Doppler « plat », les paramètres du modèle sont définis par :

$$\begin{cases} c_{i,n} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{N_i}} \\ f_{i,n} \text{ est une variable aléatoire uniforme sur } [-f_d, f_d[\\ \theta_{i,n} \text{ est une variable aléatoire uniforme sur } [0, 2\pi] \end{cases} \tag{5.29}$$

Les processus $\alpha_1(t)$ et $\alpha_2(t)$ sont décorrélés si $N_2 = N_1 + 1$. Selon [118], $N_1 = 21$ est suffisant pour avoir une approximation précise.

La figure 5.19 donne les DSP associées à un trajet pour un spectre Doppler « classique en « U » et « plat ». Ces DSP sont obtenues par la méthode MEDS et pour une fréquence Doppler normalisée $\nu_d = 0.03$.

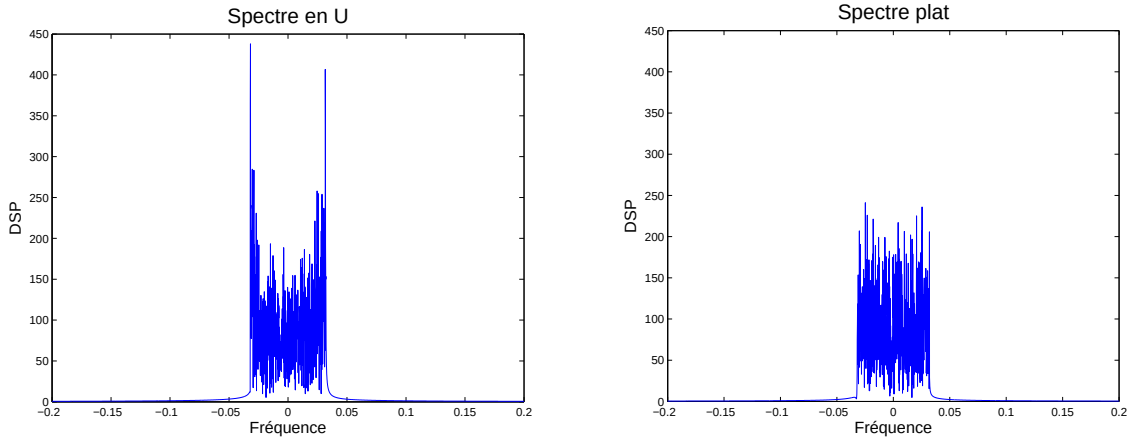

FIG. 5.19 – Densité Spectrale de Puissance associée à un trajet simulée par la méthode MEDS.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Bibliographie

[1] E. Biglieri. Digital transmission in the 21st century : conflating modulation and coding. *IEEE Communications Magazine*, 40(5) :128 –137, Mai 2002.

[2] J.A.C. Bingham. Multicarrier Modulation for Data Transmission : An Idea Whose Time Has Come. *IEEE Communications Magazine*, 28(5) :5–14, Mai 1990.

[3] ETSI. Digital Audio Broadcasting (DAB) to mobile, portable and fixed receivers. Technical Report 2nd ed., EN 300 401- Radio broadcasting systems, Mai 1997.

[4] B.P. Crow, I. Widjaja, L.G. Kim et P.T. Sakai. IEEE 802.11 Wireless Local Area Networks. *IEEE Communications Magazine*, 35(9), Septembre 1997.

[5] S. Weinstein et P. Ebert. Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform. *IEEE Transactions on Communications*, 19(5) :628–634, Octobre 1971.

[6] R. Haas et J.C. Belfiore. A Time-Frequency Well-localized Pulse for Multiple Carrier Transmission. *Wireless Personal Communications*, 5 :1–18, 1997.

[7] A. Peled et A. Ruiz. Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms. *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '80*, 5 :964– 967, Avril 1980.

[8] A. Akansu, P. Duhamel, X. Lin et M. de Courville. Orthogonal Transmultiplexers in Communication : A Review. *IEEE Transactions on signal processing*, 46(4) :979–995, Avril 1998.

[9] A. Jamin et P. Mähönen. Wavelet Packet Modulation for Wireless Communication. *Wireless Communications and Mobile Computing Journal*, 5(2), Mars 2005.

[10] C. Van Bouwel, J. Potemans, S. Schepers, B. Nauwelaers et A. Van de Capelle. Wavelet packet based multicarrier modulation. *SCVT Communications and Vehicular Technology*, pages 131–138, 2000.

[11] N. Erdol, F. Bao et Z. Chen. Wavelet Modulation A Prototype for Digital Communication Systems. *Southcon/95. Conference Record*, pages 168–171, Mars 1995.

[12] Alan R. Lindsey. Wavelet Packet Modulation for Orthogonally Multiplexed Communication. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(5) :1336–1339, Mai 1997.

[13] L. Weihua, W. Rong, Z. Yahong et W. Weiling. Bi-orthogonal wavelet packet based multicarrier modulation. *Info-tech and Info-net ICII 2001*, 2 :464–467, 2001.

[14] W. Yang, G. Bi et T.S.P. Yum. A Multirate Wireless Transmission System Using Wavelet Packet Modulation. *IEEE 47thVehicular Technology Conference*, 1 :368–372, Mai 1997.

[15] F. Dovis. *Wavelet based design of multichannel communication systems.* Thèse de doctorat, Politecnico di Torino, 2001.

[16] B.G. Negash et H. Nikookar. Wavelet Based OFDM for Wireless Channels. *IEEE Vehicular Technology Conference VTC2001*, 1 :688–691, 2001.

[17] M. Chuc. Cours de communication numérique. ENSEA, 2000.

[18] Laurent Ros. *Réception multi-capteur pour un terminal radio-mobile dans un système d'accès multiple à répartition par codes.* Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.

[19] G.L. Turin. Communication through noisy, random-multipath channels. *IRE Nat. Conv. Rec.*, pages 154–156, 1956.

[20] Guillet Julien. *Caractérisation et modélisation spatio-temporelles du canal de propagation radioélectrique dans le contexte MIMO.* Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, Juillet 2004.

[21] Virginie Dégardin. *Analyse de la faisabilité d'une transmission de données haut-débit sur le réseau électrique basse tension.* Thèse de doctorat, Université de Lille, 2003.

[22] Olivier Berder. *Optimisation et stratégies d'allocation de puissance des systèmes de transmission multi-antennes.* Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale, 2002.

[23] C.E. Shannon. Coding theorems for a discrete source with a fidelity criterion. *IRE Nat. Conv. Rec.*, Mars 1959.

[24] R. McEliece. *The Theory of Information and Coding.* Cambridge University Press, 1984.

[25] E. Biglieri, J. Proakis et S. Shamai. Fading channels : Information theoretic and communications aspects. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 44(6) :2619–2692, Octobre 1998.

[26] K. Fazel. Performance of convolutionally coded CDMA/OFDM in a frequency-timeselective fading channel and its near-far resistance. *Communications, 1994. ICC 94, SUPERCOMM/ICC '94, Conference Record, Serving Humanity Through Communications. IEEE International Conference on*, 3 :1438–1442, Mai 1994.

[27] J. Hagenauer. Rate-Compatible Punctured Convolutional Codes (RCPC codes) and their applications. *IEEE Transactions on Communications*, 36(4) :389–400, Avril 1988.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

[28] C.E. Shannon. The mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27 :379–423, Juillet 1948.

[29] S. Verdu. Fifty years of Shannon Theory. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(6), Octobre 1998.

[30] P. Duhamel et O. Rioul. Codage conjoint source/canal : Enjeux et approches. *Seizième colloque GRETSI*, Septembre 1997.

[31] Jean-Marc Brossier. *Signal et communication numérique, égalisation et synchronisation.* Editions Hermès, Paris, 1997.

[32] J.G. Proakis. *Digital communications.* Mc Graw Hill internationnal editions, 3rd edition, 1995.

[33] A. Muayyadi et MNA Aburgheff. Wavelet-based MC-CDMA Cellular Systems. *IEEE 6th Int. Symp. On Spread Spectrum Tech. and Appl.*, Septembre 2000.

[34] Diouris J.F. Principes des communications mobiles. Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes, 2000.

[35] P.A. Bello. Characterization of random time-variant linear channels. *IEEE Transactions on Communications*, 11 :360–393, Decembre 1963.

[36] Sklar Bernard. Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems. *IEEE Communications Magazine*, Juillet 1997.

[37] Joumana Farah Francis. *Etude des systèmes de traitement numérique de canal pour la réception radio-mobile UMTS/TDD.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Septembre 2002.

[38] R.L. Pickholtz, D.L. Schilling et L.B. Milstein. Theory of spread-spectrum communications - a tutorial. *IEEE Transactions on Communications*, 30(5) :855–884, Mai 1982.

[39] Christophe Boulanger. *Accès Multiple à Répartition par les Codes.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1998.

[40] R. Kohno, R. Meidan et L.B. Milstein. Spread spectrum access methods for wireless communications. *IEEE Communications Magazine*, 33(1) :58–67, Janvier 1995.

[41] N. Livneh, R. Meidan, M. Ritz et G. Silbershatz. Frequency hopping CDMA for future cellular radio. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 1 :400–404, Mai 1992.

[42] Rodolphe Le Gouable. *Association de modulations multiporteuses et de techniques d'accès multiple : applications aux transmissions sans fil à haut débit.* Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 2001.

[43] H. Erben et H. Nuszkowski. Performance of RAKE receivers in realistic mobile radio environments. *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 730–733, Mai 1993.

[44] S. Moshavi. Multi-User Detection for DS-CDMA communications. *IEEE Communications magazine*, pages 124–136, Octobre 1996.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

[45] Ove Edfors, Magnus Sandell, Jan-Jaap van de Beek, Daniel Landström et Frank Sjöberg. An Introduction to Orthogonal Frequency-Division Multiplexing. *Research Report TULEA, Division of Signal Processing, Luleå University of Technology*, Septembre 1996.

[46] D. Lacroix et D. Castelain. A study of OFDM parameters for high data rate radio LANs. *Vehicular Technology Conference Proceedings*, 2 :1075–1079, Mai 2000.

[47] V. C. Ramasami. Orthogonal Frequency Division Multiplexing.

[48] J.-J. Van de Beek, M. Sandell et P.O. Börjesson. On Synchronization in OFDM Systems Using the Cyclic Prefix. *Radiovetenskaplig Konferens - Lulea, Sweden*, pages 663–667, 1996.

[49] S.B. Slimane. Peak-to-average power ratio reduction of OFDM signals using pulse-shaping. *Global Telecommunications Conference*, 3 :1412–1416, 2000.

[50] N. Yee, J.P.M.G. Linnartz et G. Fettweis. Multi-Carrier CDMA in indoor wireless Radio Networks. *IEEE Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC) Int. Conference*, pages 109–113, Septembre 1993.

[51] A. Chouly, A. Brajal et S. Jourdan. Orthogonal multicarrier techniques applied to direct sequence spread spectrum CDMA systems. *Global Telecommunications Conference*, pages 1723–1728, 1993.

[52] L. Vandendorpe. Multitone Direct Sequence CDMA System in an Indoor Wireless Environment. *Proceedings IEEE First Symposium on Communications and Vehicular Technology in the Benelux. Delft. Univ. Technol*, 1993.

[53] D. Papadopoulos. On the Performance of Different Implementations of Multicarrier CDMA. Wireless communications project, Stanford University, 2001.

[54] S. Trautmann et N.J. Fliege. A new equalizer for multitone systems without guard time. *IEEE Communications Letters*, 6(1) :34–36, Janvier 2002.

[55] S. Trautmann et N.J. Fliege. Perfect equalization for DMT systems without guard interval. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 20(5) :987–996, Juin 2002.

[56] M. Toeltsch et A.F. Molisch. Efficient OFDM transmission without cyclic prefix over frequency-selective channels. *The 11th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, 2 :1363–1367, 2000.

[57] Stéphane Mallat. *Une exploration des signaux en ondelettes.* Ecole Polytechnique, Novembre 2000.

[58] B. LeFloch, M. Alard et C. Berrou. Coded Orthogonal Frequency Division Multiplex. *Procedings of the IEEE*, 83(6) :982–996, 1995.

[59] P. Siohan, C. Siclet et N. Lacaille. Analysis and design of ofdm/oqam systems based on filterbank theory. *IEEE Transactions on signal processing*, 50(5), Mai 2002.

[60] M. A. Tzannes, M. C. Tzannes, J. Proakis. et P. N. Heller. DMT systems, DWMT systems and digital filterbanks. *Int. Conf. on Communications*, pages 311–315, Mai 1994.

[61] A. Hettich et M. Schrother. IEEE 802.11 or ETSI BRAN HIPERLAN/2 : who will win the race for a high speed wireless LAN standard. *European Wireless Conference*, pages 169–174, Octobre 1999.

[62] H.L. Lin, H. Lin, Y. Chen et R.C. Chang. A Novel Pipelined Fast Fourier Transform Architecture for Double Rate OFDM Systems . *IEEE Workshop on Signal Processing Systems (SIPS04)*, Octobre 2004.

[63] J.W. Cooley. How the FFT gained acceptance. *IEEE Signal Processing Magazine*, 9(1) :10–13, Janvier 1992.

[64] J.W. Cooley et J.W. Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Math. Comp.*, 19 :297, Avril 1965.

[65] H. Sorensen, M. Heideman et C. Burrus. On computing the split-radix FFT. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 34(1) :152–156, Février 1986.

[66] J.J. van de Beek, M. Sandell et P.O. Borjesson. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(7) :1800–1805, Juillet 1997.

[67] P.P. Vaidyanathan. *Multirate Systems and Filter Banks*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993.

[68] M. Corneloup. Cours de traitement numérique du signal. ENSEA, 2000.

[69] Cyrille SICLET. *Application de la théorie des bancs de filtres à l'analyse et à la conception de modulations multiporteuses orthogonales et biorthogonales*. Thèse de doctorat, Université de Rennes, 2002.

[70] G. Cherubini, E. Eleftheriou et S. Ölçer. Filtered Multitone Modulation for Very High-Speed Digital Subscriber Lines. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 20(5) :1016–1028, Juin 2002.

[71] G. Cherubini, E. Eleftheriou, S. Ölçer et J.M. Cioffi. Filter Bank Modulation techniques for Very High-Speed Digital Subscriber Lines. *IEEE Communications Magazine*, pages 98–104, Mai 2000.

[72] N. Benvenuto, S. Tomasin et L. Tomba. Receiver architectures for FMT broadband wireless systems. *Vehicular Technology Conference, 2001. IEEE VTC.*, 1 :643–647, 2001.

[73] Ignacio Berenguer. *Filtered Multitone (FMT) Modulation for Broadband Fixed Wireless Systems*. Thèse de doctorat, University of Cambridge, Août 2002.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

[74] C. Siclet, P. Siohan et D. Pinchon. Analysis and design of OFDM/QAM and BFDM/QAM oversampled orthogonal and biorthogonal multicarrier modulations. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing ICASSP'02*, Mai 2002.

[75] M.B. Furtach Jr., P.S.R. Dink et S.L. Netro. Optimization techniques for cosine-modulated filter banks based on the frequency-response masking approach. *Circuits and Systems, 2003. ISCAS '03. Proceedings of the 2003 International Symposium on*, 3 :890–893, Mai 2003.

[76] T. NGuyen et T. Koilpillai. The theory and design of arbitrary-length cosine-modulated filter bank and Wavelet, Satistisfying perfect reconstruction. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(3) :473–483, Mars 1996.

[77] H. Viholainen. *Transmultiplexer Design for VDSL Modems.* Mastère, University of Technology, Tampere, Finland, Mai 1998.

[78] S.D. Sandberg et M.A Tzannes. Overlapped discrete multitone modulation for high speed copper wire communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 13(9) :1571 –1585, Decembre 1995.

[79] N. Neurohr et M. Schilpp. Comparaison of transmultiplexers for multicarrier modulation. *Fourth International Conference on Signal Processing Proceedings, ICSP '98.*, 1 :35–38, 1998.

[80] Y-P Lin et S-M Phoong. ISI-Free FIR filterbank transceivers for frequency-selective channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 49(11) :2648–2658, Novembre 2001.

[81] A.N. Akansu et X. Lin. A comparative performance evaluation of DMT (OFDM) and DWMT (DSBMT) based DSL communications systems for single and multitone interference. *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1998. ICASSP '98. Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on*, 6 :3269–3272, Mai 1998.

[82] M.C. Sun et D.P.K. Lun. Power-line communications using DWMT modulation. *Circuits and Systems, 2002. ISCAS 2002. IEEE International Symposium on*, 4 :493–496, 2002.

[83] M. Bellanger et J. Daguet. TDM-FDM Transmultiplexer : Digital polyphase and FFT. *IEEE Transactions on Communications*, 22(9) :1199– 1205, Septembre 1974.

[84] D. Koilpillai et P. Vaidyanathan. Cosine-modulated FIR filter banks satisfying perfect reconstruction. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40(4) :770–783, Avril 1992.

[85] Frédéric Truchetet. *Ondelettes pour le signal numérique.* Hérmes Sciences Publication, avril 1998.

[86] Stéphane Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet representation. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 11(7) :674–693, Juillet 1989.

[87] Jules Waku Kouomou. *Ondelettes et applications en imagerie et en calcul de surfaces*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier de Grenoble, 1993.

[88] Eric Hitti. *Sélection d'un banc optimal de filtres à partir d'une décomposition en paquets d'ondelettes*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, 1999.

[89] Camille Diou. *Contribution à l'intégration sur silicium de la transformée en ondelettes*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, 2000.

[90] Ingrid Daubechies. Orthonormal bases of Compactly Supported Wavelets. *Comm. Pure Appl. Math.*, Volume 41 :909–996, Novembre 1988.

[91] Ingrid Daubechies. *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, 1992.

[92] M. V. Wickerhauser. INRIA lectures on wavelet packet algorithms. *Problemes Non-Lineaires Appliqués, Ondellettes et Paquets d'Ondes*, Ed. INRIA, 31–39, Juin 1991.

[93] Bruno Torrésani. Analyse par ondelettes non-linéaire, 1997.

[94] P. Steffen, P. N. Heller, R. A. Gopinath et C. S. Burrus. Theory of regular M-band wavelet bases. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41(12) :3497–3511, Decembre 1993.

[95] O. Rioul et P. Duhamel. *Fast Algorithms for Wavelet Transform Computation*. Chapter 2 of "Time-frequency and Wavelets in Biomedical Engineering", 211–242, m. akay editor, ieee press edition, 1997.

[96] Christian Attiogbé. Cours de Licence - Eléments de complexité et de calculabilité. Université de Nantes, 2001.

[97] A. Arnold et I. Guessarian. *Mathématiques pour l'Informatique*. Logique Mathématiques Informatique. Masson, 2nde edition, 1994.

[98] Y. Zhang et J. Dill. An anti-jamming algorithm using wavelet packet modulated spread spectrum. 1999.

[99] Matthieu Gautier et Joël Lienard. Performance de la modulation multiporteuse par paquets d'ondelettes en présence d'un brouilleur bande étroite. *Journées SEE - Nouvelles formes d'ondes agiles en imagerie, localisation et communication*, Mars 2005.

[100] K. K. Wong et T. O'Farrell. Co-existence of 802.11g WLANs with Bluetooth. Technical report, University of Leeds.

[101] Martin Sehlstedt. RFI cancellation in VDSL. Master's thesis, Université technique de Lulea - Suède, 2001.

[102] Marc Moeneclaey, Mark Van Bladel et Hikmet Sari. Sensitivity of Multiple-Access Techniques to Narrow-Band Interference. *IEEE Transactions on Communications*, 45(3), Mars 2001.

[103] M. Lalam. Performances de la technique DSSS CDMA en présence de bruits colorés. Rapport de DEA, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2002.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

[104] K. Liu, T. Kadous et A.M. Sayeed. Orthogonal Time-Frequency Signaling Over Doubly Dispersive Channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 50(11) :2583–2603, Novembre 2004.

[105] Ch. Bernard. Discrete Wavelet Analysis for Fast Optic Flow Computation. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 11(1) :32–63, Juillet 2001.

[106] G. Beylkin, R. Coifman et V. Rokhlin. Fast wavelet transforms and numerical algorithms. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, pages 141–183, 1991.

[107] M. Unser. Texture classification and segmentation using wavelet frames. *IEEE Transactions on Image Processing*, 4(11) :1549–1560, 1995.

[108] N. G. Kingsbury. Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals. *Journal of Applied and Computational Harmonic Analysis*, 10(3) :234–253, Mai 2001.

[109] P. Dshukla. *Complex Wavelet Transforms and their Applications*. Thèse de doctorat, University of Strathclyde, Glasgow, 2003.

[110] Z. Cvetkovic et M. Vetterli. Oversampled filter banks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 46(5) :1245–1255, Mai 1998.

[111] M. Hawryluck, A. Yongaçoglu et M. Kavehrad. Efficient Equalization of discrete wavelet multi-tone over twisted pair. *Broadband Communications*, pages 185–191, Fevrier 1998.

[112] N. G. Kingsbury. A dual-tree complex wavelet transform with improved orthogonalityand symmetry properties. *2000 International Conference on Image Processing*, 2(2) :375–378, Septembre 2000.

[113] Ivan W. Selesnick. The Double-Density Dual-Tree DWT. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 52(5) :1304–1315, Mai 2004.

[114] Wayne Lawton. Applications of Complex Valued Wavelet Transforms to Subband Decomposition. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41(12) :3566–3568, Decembre 1993.

[115] J-M Lina. Complex Daubechies wavelets : Filter design and applications. *ISAAC Conference*, Juin 1997.

[116] X-P. Zhang, M. Desai et Y-N. Peng. Orthogonal Complex Filter Banks and Wavelets : Some Properties and Design. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47(4) :1039–1048, avril 1999.

[117] T.M.T. Bui. Performances des modulations multiporteuses OFDM/QAM suréchantillonnées en environnement radio-mobile. Master, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2005.

[118] M. Patzold et F. Laue. The performance of deterministic Rayleigh fading channel simulators with respect to the bit error probability. *Vehicular Technology Conference Proceedings. VTC 2000*, 3 :1998–2003, 2000.

tel-00204540, version 1 - 14 Jan 2008

Résumé

L'objectif de cette étude est de répondre à la question de faisabilité de l'utilisation des ondelettes pour les modulations multiporteuses. Par le biais du formalisme des ondelettes, il est possible de construire une base de fonctions orthogonales permettant de mettre au point un système de communication multiporteuses qui réduirai la sensibilité aux interférences introduites par le canal de propagation. Cette modulation multiporteuses est appelée DWMT (Discrete Wavelet MultiTone). Ses avantages et ses inconvénients sont développés en comparaison à la modulation multiporteuses mise en application actuellement : la modulation OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing). La modulation DWMT est dans un premier temps évaluée dans un contexte de transmission en présence d'un brouilleur bande étroite. Cette modulation permet d'obtenir des formes d'ondes modulantes aux lobes secondaires très atténués et donc plus robustes à ce type d'interférences. Les résultats obtenus ont montré que la modulation DWMT est peu sensible aux interférences bande étroite. La transmission à travers un canal multi-trajets reste le scénario le plus important à traiter dans une étude d'un système de communication. Dans ces conditions, c'est essentiellement l'utilisation d'un préfixe cyclique qui donne à la modulation OFDM des résultats intéressants en terme de taux d'erreur binaire. Lorsque le préfixe cyclique n'est pas une solution utilisée, la bonne localisation fréquentielle des formes d'ondes DWMT permet de réduire les interférences et les performances de la modulation DWMT sont légèrement supérieures à celles de la modulation OFDM.

Abstract

The aim of this PhD thesis is to investigate the usefulness of the wavelet theory for multicarrier modulation. An orthogonal base of functions could be built by the use of wavelet's packets and filter banks. Applied to a multicarrier communication system, this base reduces the sensitivity to the interferences introduced by the channel. This multicarrier modulation is called DWMT (Discrete Wavelet MultiTone). Its advantages and its disadvantages are specified and compared to the multicarrier currently used for wireless or wired high-data rate transmissions : the OFDM (Orthogonal Frequency Multiplexing Division) modulation. First, the sensitivity of DWMT modulation to narrow-band interference is considered. This modulation allows the use of waveforms which have a significant attenuation of their sidelobes and then are more robust to narrow-band interference. The simulation results show that multicarrier modulation using wavelet packet reduces the disturbances of a narrowband interference. For a multipath transmission, it is mainly the use of a cyclic prefix which gives to modulation OFDM interesting results in term of TEB. DWMT modulation outperforms OFDM modulation without cyclic prefix.