HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES

présentée devant

L'Université de Rennes 1 Spécialité : mécanique

par

Georges Dumont

Simulation mécanique et réalité virtuelle : outils d'aide à la compréhension et à la conception de systèmes

soutenue le 23 novembre 2005 devant le jury composé de :

M.	Patrick Chedmail	Professeur, École Centrale de Nantes, Président
M.	Daniel Coutellier	Professeur, Université de Valenciennes, Rapporteur
M.	Bernard Espiau	Directeur de Recherches, INRIA Rhône-Alpes, Rapporteur
M.	Jean-Claude Léon	Professeur, Université de Grenoble, Rapporteur
M.	Lalaonirina Rakotomanana	Professeur, Université de Rennes 1, Examinateur
M.	Pierre Beckers	Professeur, Université de Liège, Examinateur (absent)
M.	Paul Delamarche	Professeur, Université de Rennes 2, Examinateur (absent)

Remerciements

Je me plie ici bien volontiers à l'usage qui suggère d'entamer un document comme celui-ci par des remerciements.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude aux membres qui ont constitué mon jury.

Ce fut un honneur pour moi que Monsieur Patrick Chedmail accepte de présider ce jury et j'ai beaucoup apprécié le sérieux et la convivialité qu'il a su impulser lors de ma soutenance.

Je remercie également Messieurs Daniel Coutellier, Jean-Claude Léon et Bernard Espiau, les rapporteurs de ce travail, pour l'investissement qu'ils ont consacré à son analyse et pour le regard positif qu'ils ont bien voulu y porter. J'ai particulièrement apprécié la richesse de leurs questions ainsi que la cordialité qu'ils ont bien voulu me témoigner. J'adresse en passant un clin d'œil plus appuyé à Bernard qui me connaît bien et qui m'a laissé d'excellents souvenirs du petit bout de chemin sur lequel il m'a accompagné, il y a longtemps, quand je suis entré dans le monde de la recherche. Un grand merci à Monsieur Lalaonirina Rakotomanana-Ravelonarivo qui m'a soutenu dans ma démarche et m'a aidé à convaincre le Président de l'Université de Rennes 1 d'autoriser cette soutenance.

Je me permettrai néanmoins de formuler un petit regret, car cette date du 23 novembre 2005 a été marquée par des perturbations dans les réseaux de transport et m'a malheureusement privé du plaisir d'accueillir deux membres de mon jury.

Je remercie donc Monsieur Pierre Beckers de l'enthousiasme dont il m'a fait part après la lecture de mon manuscrit et je suis désolé de n'avoir pu le recevoir à Rennes ce jourlà. Ce n'est, je le pense, qu'une occasion manquée. Je suis également désolé de n'avoir pu partager ce moment avec Monsieur Paul Delamarche. Ce n'est, je le pense, que partie remise.

J'ai une pensée tout à fait spéciale envers ma famille. Votre présence à tous m'a fait très plaisir. Je vous remercie pour votre soutien et votre amour et je suis heureux de vous avoir autour de moi.

Un grand merci à mes filles et à ma femme qui sont, en toute objectivité, les plus extraordinaires du monde voire de l'univers. J'espère que vous êtes fières de moi autant que je suis fier de vous. Mes parents m'ont aidé à bien grandir et m'ont toujours soutenu dans mes entreprises. Je vous en remercie et je suis particulièrement heureux d'être votre fils. Quand j'ai rencontré ma femme, j'ai également rencontré mes beaux-parents et je crois être particulièrement bien tombé. Merci à vous deux de votre gentillesse et de votre tendresse.

Parmi mes collègues, quelques-uns sont également des amis. Une pensée affectueuse va directement à Bruno Arnaldi qui, outre ses responsabilités dans le projet auquel j'appartiens, ne s'est jamais départi de sa gentillesse et de sa clairvoyance. Merci à toi pour les années que nous avons passées ensemble avec un souvenir ému de nos années de thèse où nous avons partagé tellement de moments forts. Nostalgie quand tu nous tiens. Merci à Stéphane Donikian, que je connais depuis presque aussi longtemps et qui m'a fait confiance pour participer au montage de notre nouveau projet. Je te souhaite une belle réussite et je pense également aux fêtes, repas et discussions que nous avons pu partager au cours de ces années. Je tiens à remercier Pascal Mognol pour notre entente et notre amitié. Je

crois que cela a été un point déterminant qui nous a permis de mener à bien nos projets professionnels. Je pense également aux repas et bricolages qui nous ont réunis.

D'autres collègues ont contribué à la réalisation de ce travail. Je pense tout particulièrement à Frédéric Beauchamp, Christofer Kühl, Jean-Marie Souffez et Nicolas Pronost que j'ai eu le plaisir d'encadrer pour leurs thèses. Je pense également à Guillermo Andrade et à Mathieu Renouf qui ont choisi d'effectuer leur recherche post-doctorale avec moi.

Merci à Gilles Berillon, à Franck Multon, à Vincent Acary, à Bernard Brogliato, à Philippe Bidaud. Enfin, pour n'oublier personne, je souhaite remercier tous ceux que je côtoie régulièrement et que je peux citer nommément ici faute de place et de temps pour le faire.

Introduction

 $^{\ll}$ L'homme en interaction avec un monde physique modélisé $^{\gg}$. Cet objectif ambitieux passe par la mise en relations des $^{\ll}$ mondes $^{\gg}$ que sont la mécanique et la Réalité Virtuelle.

La mécanique est essentiellement la science du mouvement, au sens étymologique du terme. Elle contient intrinsèquement la science des matériaux et introduit très naturellement la notion d'effort, comme quantité duale, au sens énergétique, des déplacements ou des vitesses (PTV, PPV). Pour ses applications, nous nous concentrerons sur les processus de conception de produits où l'objet à concevoir est placé au centre du processus.

La Réalité Virtuelle est essentiellement pluri-disciplinaire, elle vise à l'immersion d'un utilisateur dans un monde virtuel [FAT03]. Nous la séparerons en un monde virtuel représenté par des modèles et algorithmes et en une partie que nous qualifierons d'immersive et qui représente l'interaction de l'utilisateur. Le monde virtuel sera alors une représentation de la réalité. De plus, la réalité virtuelle met l'homme au centre de ses préoccupations.

La rencontre entre ces deux mondes est inévitable. Elle conduit à s'interroger sur les relations qui permettront de formaliser numériquement des modèles mécaniques connus pour les plonger dans un environnement immersif. Dans ce document, je propose de développer plus avant ce crédo. Le mémoire est organisé en six chapitres.

Le chapitre 1 me permettra de développer la problématique générale qui sous-tend mes activités. Cette problématique repose sur la création des liens entre les deux mondes susmentionnés et fera intervenir le facteur humain.

Pour chacun des chapitres 2, 3, 4 et 5, l'organisation est la suivante :

- une problématique du thème;
- une proposition de contribution;
- une conclusion partielle sur le thème.

Le chapitre 2 (page 13) proposera une approche globale du prototypage virtuel. Cette approche sera illustrée par une application visant à la définition d'un endoscope actif. Il nous permettra d'affirmer que la collaboration étroite entre la mécanique et la réalité virtuelle permet de participer à la bonne conception d'une structure.

Le chapitre 3 (page 27) sera axé sur la présentation des modèles et méthodes de résolutions qui permettent de représenter l'interaction entre les objets qui composent l'environnement virtuel. En effet, l'action de l'utilisateur se traduit par le déplacement des objets du monde virtuel et, inévitablement, par l'interaction entre différents corps de ce monde.

Le chapitre 4 (page 43) me permettra de brosser l'apport de l'utilisation des techniques de réalité virtuelle pour la visualisation de simulations mécaniques. Les maquettes numériques sont en effet de plus en plus complètes et l'analyse des résultats de calculs qui leur sont associées est de plus en plus complexe. L'interaction de l'utilisateur avec ces résultats de calcul dans un environnement de réalité virtuelle va permettre de simplifier, et dans certains cas de rendre possible, cette analyse.

Le chapitre 5 (page 57) développera les modèles nécessaires à la réalisation de mouvements humains plausibles en vue de peupler les environnements virtuels d'agents qui pourront devenir autonomes. La réalité virtuelle se concentre sur l'humain utilisateur, mais très vite la nécessité de peupler l'environnement par des humains virtuels pour en augmenter le réalisme ou procéder à des études sur l'homme se fait sentir.

Le chapitre 6 (page 69) proposera de conclure en évoquant les pistes ouvertes pour

l'avenir.

J'ai choisi de disséminer les références bibliographiques qui me semblaient pertinentes aux endroits où elles s'imposent naturellement. Que le lecteur ne s'étonne donc pas de ne pas trouver de chapitre complètement consacré à un état de l'art global.

Table des matières

1	Cre	do en forme de préambule	7
	1.1	Problématique	7
	1.2	Les relations entre le monde réel et le monde virtuel	8
		1.2.1 Du réel vers le virtuel : La réalité virtuelle comme outil d'aide à la	
		compréhension de systèmes	10
		1.2.2 Du virtuel vers le réel : la réalité virtuelle comme outil d'aide à la	
		conception	11
	1.3	Thèmes d'application	11
2	Pro	ototypage virtuel	13
_	2.1	Problématique	13
	2.2	Contribution	17
		2.2.1 Introduction	17
		2.2.2 Modèle mécanique	17
		2.2.3 Modèle des actionneurs en AMF	18
		2.2.4 Modèle du côlon	19
		2.2.5 Contrôle de l'endoscope	21
		2.2.6 Optimisations de la structure et des actionneurs	21
		2.2.7 Opération de débouclage du sigmoïde	24
	2.3	Conclusion et perspectives	24
2	Trada	us stiens entre abiete	27
3		Practions entre objets	27
	3.1		27
	3.2	Contribution	20
		3.2.1 Tratement des interactions pour des solides deformables	28
		3.2.2 Tratement des interactions pour des sondes rigides	3U 27
		3.2.5 De la delection geometrique	27
	2.2	3.2.4 Resultais	3/
	3.3	Conclusion et perspectives	40
4	Cou	plage entre calcul scientifique et réalité virtuelle	43
	4.1	Problématique	43
	4.2	Contribution	46
		4.2.1 Introduction	46

G.	DUMON'	Γ
О.	DOMON	T

6	Piste	es et cor	clusion	69
	5.3	Conclu	sion et perspectives	67
		5.2.5	Résultats	63
		5.2.4	Validation	63
		5.2.3	Adaptation du mouvement	61
		5.2.2	Construction de la base de données	59
		5.2.1	Introduction	58
	5.2	Contril	oution	58
	5.1	Problé	matique	57
5	L'ht	ımain v	irtuel dans l'environnement	57
	4.3	Conclu	sions et perspectives	54
		4.2.4	Résultats	53
		4.2.3	Simplification sans perte	49
		4.2.2	Simplification de maquettes numériques	46

Chapitre 1

Credo en forme de préambule

1.1 Problématique

Nous nous plaçons dans le contexte du bureau d'étude du futur [MFS04]. Pour améliorer la productivité, il est important de réduire autant que faire se peut certaines des phases (conception) du cycle de vie d'un produit en en optimisant d'autres (usage). Nous nous intéressons plus particulièrement à la phase de conception pour laquelle l'enjeu se place non seulement en termes de durée de conception mais également en termes de coûts directs liés à la réalisation de prototypes physiques. Dans ce cadre, l'apport de la réalité virtuelle, essentiellement fondé sur des capacités d'interaction et d'immersion, représente un point fondamental.

Une des problématiques majeures pour que cet apport soit effectif est la maîtrise du temps de calcul des phénomènes pour assurer la compatibilité avec le retour immersif ou haptique pour un utilisateur final [CMB01]. En raison de l'action possible de cet humain réel, les objectifs calculatoires viseront essentiellement à atteindre le temps réel qui dépend de l'application visée.

L'enjeu est donc la représentation des phénomènes réels mis en jeux dans le processus de conception ainsi que le contrôle fin des modèles sous-jacents. Notre credo est que ces modèles doivent être issus d'une réelle compréhension de phénomènes mécaniques à représenter et donc issus d'approches bien connues en simulation. Les besoins des diverses applications visées pourront nous amener à simplifier ces modèles ou à choisir les modèles adaptés pour atteindre des objectifs spécifiques.

Ceci nous conduit à la mise en place de modèles dont la simplification doit être contrôlée et quantifiée. Nous nous autorisons alors à augmenter les performances des simulations en adaptant ou choisissant le modèle tout en essayant de préserver un comportement global valide. Une approche complémentaire consiste à définir les configurations représentatives du phénomènes. Nous pourrons alors les calculer « hors ligne », et mettre en place une stratégie d'identification de configurations pour traiter « en ligne » une interpolation dans les résultats disponibles.

Notre réflexion se concentrera sur l'imbrication de ces deux thèmes que sont :

- la modélisation et la simulation numérique ;

- la problématique de la réalité virtuelle.

La modélisation numérique et la simulation qui en découle, vise à mieux comprendre le fonctionnement de systèmes matériels plus ou moins complexes. Les bases, essentiellement mécaniques, sous-jacentes sont fondées sur des lois physiques. Ces modèles conduisent généralement à des équations non solubles analytiquement et sont donc secondés par des simulations dont le but est d'appréhender la magnitude des phénomènes. La simulation systématique permet non seulement de dégager des tendances ou des analyses fines, mais également d'accéder à des grandeurs dont la mesure sur maquette réelle est impossible. Ainsi, l'accès au tenseur des contraintes (ou des déformations) n'est réalisable, par des moyens de mesure standards, qu'à la surface des pièces considérées. Comme en réalité virtuelle, la mise en œuvre des calculs scientifiques nécessite la mise en place de plateformes informatiques de développement (par exemple, [Eyheramendy97]).

La problématique de la réalité virtuelle est d'offrir des possibilités d'action sur des systèmes comme s'ils étaient réels. Cet objectif nécessite la prise en compte de plusieurs paramètres dont la validité des modèles de comportement utilisés, mais aussi l'assurance que le phénomène modélisé sera simulé en temps réel [FN98, FMP01]. En effet, les principes de la perception humaine reposent sur la perception de l'écoulement du temps. La dynamique du système simulé doit donc être cohérente avec le temps propre de l'utilisateur (temps réel).

Nous devons donc définir des modèles scientifiquement fondés avec de nouvelles méthodes de modélisation et de simulation numérique.

La pluridisciplinarité apparaît alors naturellement tout d'abord comme une nécessaire collaboration entre les disciplines mécaniques et informatiques. Mais cette pluridisciplinarité est à étages. En effet, nous devrons utiliser dans le cadre d'applications de réalité virtuelle, des systèmes basés sur des modèles différents. Les systèmes de corps rigides poly-articulés [ADH91, BBH⁺87] constituent une approche correcte dans bien des cas de la robotique, sauf bien sûr dans le contexte de la robotique flexible où des modèles simplifiés spécifiques sont souvent développés [Tseng99]. Par contre, dans des cas d'utilisation comme outil de conception, des modèles de systèmes déformables, que ce soit pour les solides déformables [Zienkiewicz79] ou pour les fluides, s'imposent. Ces modèles devront donc également cohabiter dans les applications considérées. Ceci constitue une nouvelle problématique, jusqu'alors peu explorée, qui vise à unifier le traitement des modèles de solides rigides et de solides déformables [PB88, TW88, GTT89, Dumont90]. Enfin, le retour sur conception qui vise à optimiser la conception de produits (essentiellement dans l'industrie) proposera de jeter des passerelles entre la CAO, le calcul scientifique et la Réalité virtuelle [Beckers93].

1.2 Les relations entre le monde réel et le monde virtuel

Il s'agit ici d'essayer de définir les relations entre le monde physique, ou monde réel, et le monde virtuel. Le monde virtuel [Arnaldi94] cherche à imiter le monde réel en en proposant une modélisation opérationnelle qui offrira à l'utilisateur humain (chapitre 5) des possibilités d'interaction avec un monde « physique ». L'enjeu est alors de lui faire « percevoir de manière naturelle l'environnement virtuel ». Nous proposons de formaliser cet ensemble de relations possibles sur la figure 1.1. L'humain, selon notre vision, est

dans cette boucle à deux endroits. Nous l'avons représenté comme utilisateur. Ici, il faut entendre utilisateur des techniques de Réalité Virtuelle, immersion du maximum de sens possibles, pour interagir avec le monde virtuel. C'est le sous ensemble de gauche. Ce sous ensemble repose sur des modèles de calculs (développés par l'homme non représenté ici) qui permettront de rendre compte des objets virtuels comme s'ils étaient réels (chapitre 2 et chapitre 3). Ces modèles de calcul peuvent être des modèles de conception plus classiques (chapitre 4) issue du monde de la CAO et du calcul scientifique. Ici entre en jeu l'humain concepteur (qui pourra être le même que l'humain utilisateur), en s'appuyant sur sa connaissance empirique ou scientifique du monde réel, et qui s'intéresse à développer des produits optimisés en termes de fonctionnalité mais aussi en termes de temps de développement. Ces modèles de conception sont bien évidemment en prise directe avec le monde réel, puisqu'il s'agit de développer des produits réels. De l'autre côté, le monde virtuel, en permettant de tester les fonctionnalités du produit, dans le cadre d'une interaction avec l'humain utilisateur, permet également d'agir sur le réel, puisqu'il permet à l'utilisateur de ressentir les prototypes virtuels. Restent deux flèches en pointillés. La première concerne le retour sur les modèles de calculs. En faisant fonctionner virtuellement les objets, nous pensons que la connaissance des phénomènes sous-jacents ne peut être qu'améliorée et que cette connaissance se traduira par une modification des modèles. De plus, la problématique du temps réel nous amène à penser que les modèles initiaux devront être simplifiés, de manière contrôlée, pour atteindre des performances de calcul compatibles avec le besoin d'interaction. Enfin, la réalité virtuelle doit permettre, après l'analyse de résultats de calcul, de modifier les modèles de conception pour optimiser les structures à construire.



FIG. 1.1 – Schéma de représentation

Nous allons ici nous attacher à développer les deux points que sont :

 Du réel vers le virtuel : La réalité virtuelle comme outil d'aide à la compréhension de systèmes. Ici, le réalité virtuelle permet la manipulation (l'interaction) globale avec des modèles qui cohabitent. Ces modèles reposent sur la compréhension que l'on a du monde réel (du réel vers le virtuel).

 Du virtuel vers le réel : la réalité virtuelle comme outil d'aide à la conception. La réalité virtuelle offre les capacités d'interaction qui permettent de tester les objets, d'en déduire des propriétés et donc de modifier les modèles initiaux ainsi que les objets (du virtuel vers le réel).

1.2.1 Du réel vers le virtuel : La réalité virtuelle comme outil d'aide à la compréhension de systèmes

Le question repose sur deux points clés. Il faut prendre en compte les phénomènes du monde réel pour en proposer des modèles, étudier la résolution de ces modèles et définir l'interaction avec ces modèles. Cette première partie est plutôt la collaboration de modèles et techniques connus pour atteindre l'objectif de création d'un monde virtuel, modèle partiel, ciblé sur une application, du monde réel. Le deuxième point vise à atteindre les contraintes de temps réel induites par l'interaction voulue. Il est donc nécessaire de choisir des modèles et algorithmes pertinents mais nécessairement adaptés pour atteindre cet objectif.

La maquette numérique à une importance fondamentale pour réduire les coûts de développement de produits et systèmes manufacturés dans l'industrie. Afin que cette maquette numérique puisse devenir un prototype virtuel, l'enjeu est de pousser le plus loin possible l'étude numérique en termes de :

- Modèle mécanique pour atteindre le réalisme de comportement : Pour toute maquette numérique, il est nécessaire de modéliser, afin de l'étudier et de le comprendre, son comportement que ce soit sous charge (comportement structural de modèles déformables) que sous l'action des divers actionneurs qui permettront de la mouvoir (modèles rigides en robotique). Ces modèles doivent bien évidemment faire intervenir la compréhension des phénomènes d'interaction entre les différents constituants de la maquette (contact et chocs).
- Modèle d'interaction entre objets : Un des points clés reste le traitement des contacts et des chocs pour obtenir le réalisme des comportements. Ces phénomènes mettent en jeu des déformations (souvent petites et localisées) que l'on peut traiter par différentes approches. Les modèles identifiés sont des modèles de complexité diverse. Le premier est basé sur la dynamique des solides rigides. Pour les cas plus généraux, où ces modèles ne suffisent pas, des méthodes basées sur des calculs par éléments finis seront nécessaires. Ces traitements sont longs et donc inadaptés à la présence d'un humain dans la boucle de retour, comme nécessaire en réalité virtuelle. Il faudra donc représenter des cas typiques d'interactions entre objets, calculés par une méthode adaptée. Une piste possible est le prétraitement hors-ligne par rapport aux applications de réalité virtuelle. Pour atteindre cet objectif, il faut envisager des méthodes d'identification de ces cas typiques par les algorithmes de détection des interactions. La classification permettra de mettre en œuvre les techniques d'interpolations correctes qui permettront de traduire, dans le contexte de la réalité virtuelle, la réponse obtenue par le calcul hors-ligne.
- Modèle d'actionneurs et modèle de leur contrôle : Mis à part la nécessité fondamentale de l'outil informatique pour le calcul, la maquette numérique nécessite, pour être opérationnelle, la prise en compte des divers actionneurs qui la composent. Peut-on

imaginer un robot virtuel sans son contrôle, un endoscope actif sans ses actionneurs en alliage à mémoire de forme ? Ce caractère pluridisciplinaire est une des difficulté de l'approche.

– Modèle d'interaction avec ou sans retour d'effort : Pour pouvoir évaluer le comportement de la maquette en fonctionnement, il faut pouvoir agir sur elle comme si elle était réelle. À mon sens, le modèle d'interaction est nécessaire pour pouvoir ressentir le fonctionnement des maquettes numériques et il ne peut se concevoir qu'avec des modèles mécaniques de comportement sous-jacents qui constituent le filtre à travers lequel l'opérateur contrôle l'objet.

1.2.2 Du virtuel vers le réel : la réalité virtuelle comme outil d'aide à la conception

Les deux points ici sont de pouvoir confronter les résultats de l'interaction avec le réel (ou du moins ce que l'on en sait). Nous pourrons alors envisager de modifier les modèles initiaux en fonction de cette analyse. La réalité virtuelle en permettant l'analyse du comportement des systèmes physiques permettra, à plus long terme, d'utiliser les résultats obtenus pour les intégrer dans les chaînes de conception classiques. Cette optimisation et ce « retour sur conception » me paraissent fondamentaux et posent de nouvelles problématiques non encore totalement résolues.

L'optimisation des structures doit permettre l'amélioration de leur conception. Il est naturel de chercher à optimiser, en évaluant la qualité des simulations, les structures modélisées. L'avantage majeur est la possibilité de construction systématique de prototypes virtuels, par ailleurs in-envisageable pour des prototypes réels. Cette construction systématique de solutions constructives permettra, de plus, d'explorer des structures que le concepteur n'aurait pas envisagé.

Le test de grandeurs non accessibles dans le monde réel est également un point d'amélioration de la conception. On sait que la simulation permet d'accéder au tenseur des contraintes à l'intérieur d'une structure ce qu'il n'est possible de faire que partiellement dans le monde réel. C'est pourtant ce tenseur qui permet de valider la tenue de cette structure. La réalité virtuelle, comme outil interactif d'analyse de simulations mécaniques, permettra naturellement d'accéder à cette grandeur en « collant » un capteur virtuel. On peut envisager que la réalité virtuelle permettent des analyses qui seraient impossibles même si l'on disposait des prototypes réels.

En faisant intervenir l'expertise de l'humain (utilisateur) en interaction avec le monde physique virtuel, nous aurons la possibilité non seulement, et nous l'avons déjà vu, d'estimer la qualité d'un prototype virtuel mais également d'identifier les modifications nécessaires de conception. Ainsi, une analyse de calcul par éléments finis permet l'identification des zones à fortes contraintes. Il est alors envisageable de proposer interactivement les modifications de forme qui renforceront la tenue globale de la pièce.

1.3 Thèmes d'application

 Importation, à partir de la CAO, de données géométriques, sémantiques et topologiques : Pour bénéficier de la capacité d'étude offerte par les techniques de réalité

virtuelle, il nous faut spécifier et réaliser les passerelles entre la conception classique, dont la CAO est une bonne représentante. Ces données supplémentaires permettront de créer facilement les liaisons mécaniques, de lever les ambiguïtés dues aux représentations maillées des pièces.

- Modéliser, étudier, comprendre : C'est l'enjeu sur l'activité motrice de l'humain virtuel. Il nous faut modéliser cette activité motrice, l'étudier (ou permettre à des spécialistes de l'étudier en leur fournissant des outils) et la comprendre pour mieux représenter les fondamentaux du mouvement. Dans ce domaine, les modélisations mécaniques sont encore embryonnaires. L'objectif à terme est de créer un modèle d'humain virtuel contrôlable.
- Étudier, comprendre et retour sur conception : L'analyse de résultats de calculs par éléments finis est difficile, d'autant que les volumes de données produits sont de plus en plus conséquents. Il n'est pas rare de voir des bases de résultats comportant jusqu'à 300 Goctets. L'interactivité permise par la réalité virtuelle nous permettra d'en faciliter l'interprétation. La vision à l'intérieur de la matière permettra à l'humain spécialiste de calcul de définir ses zones d'intérêt. Il faudra également définir des outils qui permettront de modifier et d'affiner la conception initiale.
- Modéliser pour atteindre le réalisme en respectant les contraintes de la réalité virtuelle : Les modèles d'interaction entre objets sont cruciaux pour une bonne restitution des phénomènes physiques mis en jeu. Notre connaissance en est encore imparfaite. Il faudra faire cohabiter des modèles de différents types comme le modèle de ressorts de Hertz, le modèle de poutre vibrante ou des modèles de type éléments finis pour identifier au mieux le comportement des objets en interaction. D'autre part, une réelle attention devra être portée aux méthodes de résolution et au choix de celles ci suivant le cas à traiter. La méthode de pénalisation peut donner de bons résultats dans certains cas, mais des méthodes mathématiquement et physiquement plus correctes sont nécessaires. L'intégration d'algorithmes de contraintes actives ou de problèmes complémentaires linéaires (Linear Complementary Problems) seront à envisager avec tout le recul nécessaire [BtDP⁺02].

Chapitre 2

Prototypage virtuel

2.1 Problématique

Ce chapitre vise à donner notre définition du terme « prototypage virtuel ». La « maquette numérique » est la « conception et simulation virtuelle en 3D d'un produit et de l'ensemble de ses composants. Les maquettes numériques ou virtuelles ont éliminé la nécessité de réaliser des prototypes coûteux. Les industriels peuvent désormais concevoir la maquette détaillée de leur produit, en simuler toutes les fonctions et prévoir les différentes interactions entre les composants. Toutes les opérations de simulation et de calcul sont immédiates, car les données associées au produit sont directement intégrées à la maquette numérique » (source Dassault Systèmes ¹). Cette même source propose de définir le « prototype virtuel [≫] de la même manière. Si cette maquette est très bien adaptée à la conception d'objets industriels, elle ne permet des tests que partiels pour l'étude de cet objet dans son fonctionnement au sein d'un système du fait de l'absence d'interaction avec l'utilisateur. Nous proposons d'étendre la notion de « prototype virtuel »proposée ci-dessus en incluant cette interaction. Dans le cycle de vie du produit, la réalité virtuelle est déjà utilisée pour la revue de projet ou elle sert essentiellement de support visuel de présentation pour des [≪] maquettes numériques [≫]ou en étude d'accessibilité avec manequin virtuel [BCCP01]. Par contre, elle est encore peu utilisée pour mettre en œuvre des « prototypes virtuels », au sens de notre définition. Nous pensons que l'enjeu est de développer des méthodes de simulation, des capacités d'interactions et des outils d'optimisation qui permettront de tester virtuellement les fonctionnalités du prototype dans son environnement comme s'il était réel. La réalité virtuelle pourra alors devenir un support d'aide à la conception et à l'analyse de systèmes mécaniques [DAK01].

C'est pourquoi, nous nous attachons ici à développer quelques arguments qui permettent d'enrichir la notion de « maquette numérique » pour la faire évoluer vers celle de « prototype virtuel ». Pour ce faire, nous nous proposons de développer un exemple qui, à nos yeux, illustre cette approche en proposant une démarche de conception d'un endoscope actif. Cette démarche est basée sur l'utilisation d'un simulateur qui immerge l'endoscope dans un modèle de côlon, son environnement d'utilisation. Ce travail a été

¹http://www.3ds.com/fr/plm-glossary/

développé conjointement par l'École Normale Supérieure de Cachan (ENS Cachan), le Laboratoire de Robotique de Paris (LRP) et l'Institut de Recherches en Informatique et Systèmes Aléatoires (IRISA) au sein du groupement \ll Micro-Endoscopie : Systèmes et Interfaces \gg (MESI). Dans ce groupement, la conception et la réalisation du prototype a fait l'objet de la contribution du LRP et nous en dirons quelques mots. L'étude des méthodes de prototypage et la réalisation d'un simulateur a constitué le cœur des propositions de l'ENS et de l'IRISA qui sera plus particulièrement développé ici. Ces travaux ont fait l'objet de la thèse de Christofer Kühl (soutenue le 8 décembre 2003 à l'ENS Cachan).



FIG. 2.1 – Béquillage d'un endoscope classique

La chirurgie mini-invasive et la robotisation [CCWS95] des instruments chirurgicaux sont deux tendances lourdes de la chirurgie actuelle. Elles tendent à mettre en œuvre des méthodes et à concevoir des instruments qui minimisent la difficulté des interventions chirurgicales. Dans ce contexte, la demande médicale à disposer d'endoscopes actifs est totalement d'actualité. En effet la capacité à incliner la tête d'un endoscope classique (le béquillage), présentée sur la figure 2.1, est obtenu par un jeu de câbles et de rondelles (excepté pour les endoscopes de la série Innoflex^(C) d'Olympus [Olympus90]). Celui ci est assuré sur une très courte distance (quelques centimètres) et nécessite un savoir-faire important du praticien. La réalisation de coloscopies (inspection du côlon, Figure 2.2) nécessite le passage et le débouclage du sigmoïde. La progression de l'endoscope dans l'intestin est alors ardue et nécessite généralement l'assistance d'une infirmière. Les risques de perforation (environ 1 sur 2000) et de déchirure pourraient être minimisés en contrôlant l'effort de l'endoscope sur l'intestin et en proposant un béquillage sur toute la longueur de l'endoscope, avec peu ou pas d'intervention du chirurgien. Pour résoudre ces problèmes, la conception et la réalisation d'endoscopes actifs [TB98, PE99a] est une voie intéressante. Le dimensionnement de tels dispositifs met en jeu des approches diverses et complémentaires. La modélisation géométrique [Ackerman98, NRL02] et mécanique [BN98, FLA+05] des organes explorés en fait naturellement partie ainsi que la conception des dispositifs de type endoscope pour l'inspection vasculaire [CCP+01], des manipulateurs de chirurgie laparoscopique [KSN⁺01, MHJ⁺01] ou encore d'inspection gastro-intestinale [MAP⁺01].

Pour l'étude et la réalisation du démonstrateur, la réalisation du prototype réel a été

Simulation mécanique et réalité virtuelle



FIG. 2.2 - Forme du côlon

prise en charge plus spécifiquement par le LRP. L'objectif est d'offrir une dextérité accrue à l'utilisateur [SSB02], et le choix s'est porté sur une structure articulée et modulaire (Figure 2.3).



FIG. 2.3 – Conception du prototype réel (courtoisie LRP)

Cette structure peut être vue comme un manipulateur hyper-redondant qui servira de gaine aux différents canaux fonctionnels, qui laisseront transiter l'outillage ou les fibres optiques dédiées à la vision. La conception modulaire devrait rendre possible un ajustement du nombre de modules à l'utilisation souhaitée. L'actionnement de cette structure, proche d'autres structures de la littérature [LMY⁺96, HTE98, PE99b, SSBD00], est assuré par des ressorts en Alliage à Mémoire de Forme (AMF). Ce matériau présente l'intérêt d'une miniaturisation aisée tout en conservant la possibilité de produire un effort important rapporté à sa masse. Ces actionneurs sont composés de deux ressorts antagonistes fixés de part et d'autre de l'axe de la liaison pivot (Figure 2.4). Pour piloter la courbure locale par réaction à l'interaction avec l'environnement, il est envisagé de distribuer des capteurs piezo-résistifs sur la gaine protectrice, ceux-ci devront permettre de mesurer des efforts de

quelques dixièmes de Newtons.



FIG. 2.4 – Liaison pivot actionnée (Courtoisie LRP)

Nous avons choisi de définir un simulateur d'endoscope actif [DKA02] rendant compte du fonctionnement de ce prototype réel. Ce simulateur [DK04a], présenté sur la figure 2.5, a pour objectif la réalisation de navigations virtuelles dans le côlon d'un patient reconstruit à partir de données issues d'acquisitions réelles (Résonance Magnétique Nucléaire, par exemple).

L'intérêt d'un tel simulateur est triple :

- L'enseignement auprès de jeunes chirurgiens. L'entraînement sur simulateur est en effet plus accessible, moins risqué et moins coûteux [MDH⁺03]. De plus, il devrait permettre de tester des cas pathologiques [WSB00].
- L'entraînement pré-opératif sur un modèle du patient réel.
- Le prototypage virtuel [DCCB00, KDA01] de nouveaux endoscopes tels que ceux évoqués ci-dessus. En effet, le simulateur, et c'est un objectif majeur du prototypage virtuel, permet de tester virtuellement la qualité de l'outil par rapport à une tâche opérative donnée.



FIG. 2.5 – Simulateur d'endoscopie et de prototypage



2.2 Contribution

2.2.1 Introduction

À partir d'un modèle géométrique et physique représentatif des structures anatomiques, le simulateur que nous proposons permet de rendre compte du comportement de l'endoscope dans son environnement et d'optimiser le dimensionnement de sa structure ainsi que les lois de commandes qui assurent une pénétration guidée dans les structures cavitaires. Les développements nécessaires ont tous été intégrés dans la plate-forme de réalité virtuelle OpenMASK² [ADDC03] du projet Siames de l'IRISA, celle-ci sert de support au simulateur. Le modèle mécanique d'endoscope virtuel retenu est celui qui modélise le prototype en développement, présenté ci-dessus (Figure 2.3). Pour cette raison, il est basé sur un modèle de segments rigides articulés et un modèle des actionneurs à mémoire de forme. Le modèle de contact proposé permet de mener les simulations dans l'environnement géométrique des vaisseaux d'un patient. Pour obtenir un modèle d'efforts réaliste, la souplesse des parois des vaisseaux ainsi que leur déformation a été prise en compte. En outre, le simulateur propose l'optimisation par algorithmes génétiques du prototype virtuel ou de ses éléments constitutifs. Ceci constitue une première approche de « retour sur conception [≫]visant une aide à l'analyse et à la conception de la structure. La méthode d'optimisation retenue nous a également permis de définir la forme des actionneurs en AMF. La nécessité de nous confronter au réel nous a amené à participer à la réalisation du prototype réel en développant une méthode de réalisation par électroérosion à fil de ces actionneurs [GDFM01, KDM⁺02] (Figure 2.6).



FIG. 2.6 – Ressort usiné à coté du brut (à gauche) grossi 5 fois (à droite)

2.2.2 Modèle mécanique

La structure réelle de l'endoscope est polyarticulée, la modélisation naturelle s'appuie donc sur les équations de la dynamique des corps rigides [DCB01]. Néanmoins, les mouvements effectués lors d'une inspection endoscopique sont lents [IIF01] et les masses embarquées sont faibles. Nous sommes donc naturellement amenés à négliger les effets d'inertie dans l'écriture des équations de Lagrange qui gouvernent les mouvements du système. Nous obtenons alors un système d'équations aux dérivées partielles d'ordre 1, qui s'écrit

²http://www.openmask.org

comme suit :

$$C \cdot \dot{q} = G(q, t) + K \cdot (q - q_0) + F(q, \dot{q}, t)$$
(2.1)

Dans cette équation, le terme $C \cdot \dot{q}$ est un terme d'amortissement aux liaisons, le terme G(q,t) représente l'action de la pesanteur (terme non constant), le terme $K \cdot (q - q_0)$ est lié à l'élasticité de la gaine protectrice et $F(q, \dot{q}, t)$ (terme non constant) est l'effet des efforts extérieurs ([Kuhl03], pages 24 à 39). Les contraintes de stabilité et de précision pour ce système qui représente une chaîne ouverte nous ont amenés à orienter notre choix sur un intégrateur de type Runge-Kutta d'ordre 4 à pas de temps adaptatif [PTVF92]. Une comparaison avec le logiciel ADAMS a été menée pour valider le développement effectué. Les différences sont minimes en termes de résultats, par contre, pour un même modèle sur une même machine, le gain de temps de simulation est de l'ordre de 97% (passage de 13 min à 18s). Ceci est bien adapté aux objectifs de rapidité visés pour la réalisation d'un simulateur.

2.2.3 Modèle des actionneurs en AMF

L'effet mémoire de forme observé dans les matériaux (AMF) est dû à une transformation martensitique thermo-élastique, dépendant de la température et de l'état de contrainte dans le matériau. Elle s'accompagne d'une déformation importante du réseau cristallin et se produit entre deux phases solides [PB90] :

- la phase auténitique ou phase mère correspond à la phase à haute température et correspond à la forme mémorisée du matériau;
- la phase martensitique ou phase produite correspond à la phase à basse température.



FIG. 2.7 - Comportement unidirectionnel des AMF

Pour représenter correctement le comportement des actionneurs, en vue de la commande de l'endoscope, nous devons nous pencher plus avant sur la modélisation de ce matériau. Nous ne développerons pas ici le diagramme de transition de l'AMF, ni la méthode d'homogénéisation [FPZ91] pour obtenir le comportement global du matériau [Tanaka86]. Les principaux résultats du modèle de comportement unidirectionnel des AMF présentant deux phases et un effet mémoire simple sens sont présentés sur la figure 2.7, ce modèle rend

compte des observations expérimentales et est utilisé dans le simulateur pour le contrôle global de l'endoscope.

Ce modèle unidimensionnel de comportement a été intégré dans un modèle mixte de poutre en flexion pour le calcul du comportement d'actionneurs en AMF de type ressorts tel que présenté sur la figure 2.4. Ce modèle [DK04b] est basé sur une discrétisation du domaine en éléments de type poutre qui permettent la prise en compte de contraintes variables dans l'épaisseur. Il prend en compte la non-stationnarité du chargement thermique et les non-linéarités liées au comportement des AMF. Les réponses sous chargement thermiques sont correctes ainsi que celles sous chargements mécaniques cycliques. Néanmoins, des vérifications expérimentales, que nous n'avons pas pu développer, seraient certainement d'une aide précieuse pour valider plus finement cette approche.

2.2.4 Modèle du côlon

Le simulateur doit permettre de reproduire le comportement de l'endoscope dans son environnement. Le tissu vivant qui compose cet environnement à des propriétés mécaniques non-linéaires qui ont été répertoriées sous forme de modèles rhéologiques dans [Fung93]. La modélisation des organes a été proposée sous cette forme [MPL+02, FAM+02] où dans des approches par la méthode des éléments finis [Delingette98, CDA99, Debunne00]. Dans [DKB02], nous avons proposé de reconstruire un modèle rigide de côlon à partir de la base de donnée géométrique acquise par RMN (Figure 2.8). Le modèle de contact est alors simplement un modèle de Voigt où l'effort est donné en fonction de la pénétration *dist*, de la vitesse de pénétration \vec{v} , de la normale au contact \vec{n} , de la raideur *k* et de la viscosité *f* par :

$$F = -k \operatorname{dist} \cdot \vec{n} - f(\vec{v} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n}$$
(2.2)



FIG. 2.8 - Carte des distance reconstruite à partir d'une acquisition RMN

Cette approche permet d'évaluer des efforts de contact sur l'endoscope, elle est en accord avec les modèles proposés dans la littérature mais demanderait à être validée par une identification expérimentale des coefficients sur un côlon in-vivo. Ceci est évidemment difficile, néanmoins, elle permet dans un environnement rigide simplifié, de montrer l'intérêt apporté par un endoscope actif (contrôlé). En effet, la détection des interactions,



couplée à la commande de l'endoscope, permet de diminuer fortement les efforts d'interaction et de prévoir une réelle diminution des risques opératoires par déchirement des parois. Par contre, cette approche ne permet évidemment pas de représenter les mouvement du côlon lors de la simulation ce qui semble généralement nécessaire [RGF⁺04]. En nous inspirant des travaux développés pour l'industrie textile [RNN00] et des idées développées dans [MPL⁺02, LMGC02], nous avons choisi de représenter [KD05] le côlon par une courbe spline déformable pour laquelle les rigidités en extension et en flexion sont représentées par des modèles de Voigt. Les effets des ligaments mésentériques qui soutiennent le côlon sont également représentés par des modèles de Voigt (Figure 2.9).



FIG. 2.9 - Modèles (a) du côlon et (b) des ligaments mésentériques

La courbe est définie par :

$$M_j : [0,1] \to I\!\!R^3$$
$$p \mapsto \sum_{i \in [0,n]} b_i^j(p) q_i \tag{2.3}$$

L'équation de Lagrange qui gouverne le mouvement de cette courbe est donnée par :

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_{i}^{\alpha}}(q,\dot{q},t) - \frac{\partial K}{\partial q_{i}^{\alpha}}(q,\dot{q},t) = Q_{i}^{\alpha} - \frac{\partial E}{\partial q_{i}^{\alpha}}, \text{ pour } i \in [0,n[\text{ et } \alpha \in \{x,y,z\}$$
(2.4)

Dans cette équation, nous avons adopté les notation classiques. K est l'énergie cinétique de la courbe, E est l'énergie potentielle des efforts extérieurs dérivant d'un potentiel, Q_i^{α} représente tous les autres efforts extérieurs. Si on suppose que ρ , la masse linéique du côlon, est constante, nous obtenons, en notant M la matrice de masse :

$$M\ddot{q} = \frac{d}{dt}\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i^{\alpha}}(q,\dot{q},t) - \frac{\partial K}{\partial q_i^{\alpha}}(q,\dot{q},t) \text{ où } M_{il} = \sum_{j\in[0,np[} \left(\int_{p\in[0,1]} \rho b_l^j(p)b_i^j(p)dp\right) \quad (2.5)$$

Le calcul de l'énergie de déformation par une approche continue (tensorielle) est très coûteux en termes de calculs et nous avons proposé de considérer une distribution de combinés ressorts/amortisseurs (modèle de Voigt) entre les points de contrôle de la spline. Entre deux points consécutifs ceci crée un comportement visco-élastique en traction/compression.

Entre deux points d'indice i et i + 2 ceci crée un comportement visco-élastique de flexion. Un essai d'identification statique par mesure expérimentale a été réalisé, il a permis d'approcher la rigidité en traction sur un côlon de porc ex-vivo. Le porc est connu pour avoir des organes proches de ceux de l'humain, il a été choisi pour cette raison. L'expérimentation en vitesse imposée, qui aurait permis d'accéder à la partie visqueuse de la loi de comportement, n'a pas été réalisée. Nous aurions pu motoriser notre banc d'essai pour la mener.

2.2.5 Contrôle de l'endoscope

L'intérêt attendu de l'utilisation d'endoscopes actifs est la diminution des risques opératoires due à l'adaptation de l'appareil à la courbure des organes explorés. Avec les éléments que nous venons de mettre en place, nous pouvons réaliser la simulation de l'endoscope dans son environnement. Nous l'avons dit, il est possible de prévoir sur l'endoscope réel des capteurs qui détecteront les effort entre l'appareil et le côlon. Pour des raisons technologiques, notamment dues à l'encombrement de la connectique pour réaliser le contrôle, il faut localiser la réponse des actionneurs auprès des capteurs. Pour cette raison, nous avons choisi d'expérimenter un stratégie de contrôle/commande locale basée sur l'utilisation d'un système multi-agents proposée par exemple dans [Ferber95]. En étendant au cas tridimensionnel la stratégie d'utilisation des agents proposée pour des cas bidimensionnels par [STB99], nous avons montré que la diminution des efforts lors d'une inspection était significative [DK05a]. Lorsqu'un contact est détecté par l'intermédiaire du capteur, la consigne est donnée à l'actionneur qui précède l'anneau de fléchir l'endoscope pour diminuer cet effort, dans le même temps la consigne est donnée à l'actionneur qui suit de fléchir d'un angle opposé pour conserver la ligne de visée de la tête de l'endoscope. Nous proposons un résultat de simulation sur la figure 2.10, ceci montre bien une diminution des efforts au cours de la tâche d'inspection. Lors de cette simulation, l'utilisateur spécifie la vitesse d'entrée de l'endoscope. Cette vitesse, ou la position, de la base de l'endoscope peut être directement couplée à un périphérique de réalité virtuelle. Le calcul des efforts résultants peut alors être utilisé pour informer le retour haptique.

2.2.6 Optimisations de la structure et des actionneurs

Pour transformer la « maquette numérique » en « prototype virtuel », nous avons proposé un simulateur où l'utilisateur est, pour l'instant, représenté par une spécification de la vitesse de la base de l'endoscope. Les outils et modèles qui ont permis de définir ce simulateur peuvent maintenant être utilisés pour optimiser la structure proposée [KD02a, KD02b, BCD02]. Nous avons expérimenté cette optimisation sous deux formes. La première consiste à tirer parti de la structure modulaire de l'endoscope prévu. La modification du nombre de modules et de leur taille unitaire doit permettre d'optimiser la tâche de suivi de trajectoires. La seconde vise à dimensionner les actionneurs en optimisant leur forme. Ceci permet d'évaluer leur capacité à assurer la flexion locale de l'endoscope. La nature discrète des paramètres à optimiser, que ce soit pour la structure modulaire ou pour le dimensionnement des actionneurs, nous a orienté vers l'utilisation d'algorithmes « génétiques » [Darwin59] qui ont étés mis en œuvre en utilisant la bibliothèque GAlib [Wall96].



FIG. 2.10 – Efforts lors de l'inspection (a) sans commande et (b) avec commande multiagents

Nous schématisons le résultat obtenu en suivi de trajectoire pour la structure polyarticulée sur la figure 2.11. Chaque module a une taille comprise entre 4 et 18 mm avec incrément de 2 mm, le nombre de modules est limité à 50. La phase d'optimisation vise à produire l'endoscope le mieux adapté à cette tâche de suivi (minimisation de la distance de l'endoscope à la courbe) en minimisant le nombre de modules utilisés et en maximisant la profondeur de pénétration. L'écart maximal à la trajectoire de 5 mm est faible comparé au diamètre d'un côlon qui est de 40 à 80 mm. L'optimisation n'a pas abouti à la solution triviale d'un endoscope constitué des segments de la plus petite taille qui resterait au plus près de la trajectoire en conduisant à un grand nombre de segments. De plus, elle propose une répartition de la longueur des modules avec des modules longs près de la base et courts près de l'extrémité. La possibilité d'explorer de manière systématique un grand nombre de solutions est sans aucun doute intéressant dans une phase de conception. Un schéma classique de conception n'aurait certainement pas conduit à proposer cette structure.

L'optimisation a également été mise en œuvre pour concevoir la forme des actionneurs ressorts en AMF [DK05b]. Elle permet comme dans [ZBF95] de modifier la conception CAO initiale, si celle ci a été paramétrée. Les paramètres optimisés sont les suivants, ils sont dictés par la place disponible pour installer les actionneurs :

- -l est la longueur des lames du ressort. Sa valeur maximale est fixée à 2 mm;
- h est la hauteur d'une lame. $h \in [0, 1; 0, 5]$;
- le nombre de lames n est compris entre 2 et 8 ;
- le paramètre de précharge p est lui choisi entre 0,1 et 6. Il permet de calculer le couple que peut produire l'actionneur. Ce paramètre relie la flèche initiale d'une lame à son épaisseur $\delta_{init} = p h$

L'algorithme définit un premier jeu de paramètres. Les contraintes de fabrication du ressort (électroérosion à fil) imposent un espace libre supérieur à $100\mu m$ qui, s'il n'est pas respecté, conduit à l'élimination de ce jeu de paramètres. L'algorithme vérifie ensuite si les contraintes d'espace disponible sont dépassées. Si ce n'est pas le cas, le modèle de poutre



FIG. 2.11 – Endoscope optimal pour un suivi de trajectoire

mentionné ci-dessus est utilisé. Il permet de calculer l'angle maximal que l'actionneur est capable d'imposer à la structure. Dans le cas où l'angle souhaité de 15° , issu du cahier des charges de l'endoscope réel, est atteint, le système calcule alors le couple disponible dans cette configuration. Ce résultat constitue la fonction objectif pour ce jeu de paramètres. Les contraintes maximales atteintes dans le matériau servent alors à corriger la valeur de la fonction objectif pour obtenir le résultat final. Sur la figure 2.12 nous présentons un ressort ainsi dimensionné. Il est constitué de 5 lames de longueur 2mm (la longueur maximale augmente l'effort engendré par le ressort) et un paramètre de précharge p de 0, 9. La marge de couple obtenue avec ce ressort est de $33 \, 10^{-3} Nm$ qui permet d'assurer le soutien d'environ 170 anneaux et la contrainte maximale de 550MPa est compatible avec le matériau. Néanmoins, même pour cette structure simple dont la simulation est effectué à l'aide des algorithmes que nous avons mis en place, le temps de calcul complet de l'optimisation est d'environ 8 heures. Ceci limite l'utilisation de l'optimisation dans la conception de

formes [BFB85].



FIG. 2.12 – Le ressort optimisé

2.2.7 Opération de débouclage du sigmoïde

L'ensemble des méthodes et algorithmes présenté ci-dessus nous a permis de simuler une opération de débouclage du sigmoïde (Figure 2.13). Le passage du sigmoïde est en effet très délicat et nécessite la présence d'un(e) aide-soignant(e) pour être réalisé. La simulation montre que l'utilisation d'un endoscope actif permet de réaliser cette inspection par un chirurgien seul et que le simulateur peut être utilisé comme outil d'entraînement.

2.3 Conclusion et perspectives

Ce chapitre a essayé d'éclairer notre définition du « prototypage virtuel ». Il a mis en exergue les éléments qui font qu'une « maquette numérique » peut être utilisée comme un véritable prototype. Les avantages attendus d'un tel prototype dans une phase de conception sont, bien sûr, de diminuer les coûts d'étude des systèmes. Pour illustrer notre propos, nous avons choisi un exemple illustratif qui propose une approche complète de prototypage pour un endoscope actif. Cette approche repose sur une modélisation mécanique associée à des algorithmes de résolution qui vise à la performance et à l'obtention de résultats interactifs. Ce modèle concerne non seulement le système à concevoir mais également l'environnement dans lequel le système est amené à évoluer. Il faut alors définir les interactions possible entre le système et son environnement et en proposer également une modélisation. Tous ces ingrédients permettent de définir un simulateur qui permet à l'utilisateur de tester le système en fonctionnement. Les modèles, algorithmes et méthodes nécessaires à la définition du simulateur sont alors intégrées dans des tâches d'optimisation de la conception. Nous avons proposé ceci pour la structure globale et en nous focalisant sur les actionneurs en AMF.





FIG. 2.13 – Simulation de débouclage du sigmoïde

Tout ceci n'est pas totalement abouti. En effet, il subsiste des limitations qu'il faudrait dépasser. Nous avons, autant que faire se peut, essayé de valider nos approches par des expérimentations devant assurer l'adéquation du modèle à la réalité qu'il doit représenter. Nous avons fait l'impasse sur une validation totale, par exemple pour l'identification du comportement mécanique du côlon. Si nous sommes persuadés de la validité de la loi de comportement utilisée, fortement inspirée de la littérature, nous sommes conscients que les coefficients utilisés dans cette loi nécessiteraient des investigations plus poussées pour être autre chose que juste un ordre de grandeur. C'est également le cas pour la validation du modèle d'actionneur. Ici, la loi de comportement nous semble correcte et les grandeurs caractéristiques utilisées sont celles du fournisseur des alliages, que nous avons pu également identifier. Par contre, le ressort optimisé que nous avons proposé en utilisant notre modèle de calcul de poutre avec contraintes variant dans l'épaisseur n'a pas été testé. Nous

avons utilisé le procédé de l'électroérosion pour obtenir les premiers prototypes (réels) de nos ressorts, ces prototypes ont été testés et ont donné satisfaction quant à leur capacité d'actionnement. Le ressort optimisé devrait donc être réalisé et installé en configuration de fonctionnement pour valider la magnitude des efforts que nous avons prévu.

Dans ce chapitre, nous avons vu que la réalité virtuelle peut être une aide à la conception de systèmes et ceci sous deux formes. La réalité virtuelle est, stricto-sensu, associée à une notion d'interactivité. Il faut pouvoir utiliser les objets ou systèmes dans leur environnement avec une réponse immédiate. Les fréquences visées sont de l'ordre de 30 Hz pour la restitution visuelle et au minimum de 300 Hz pour la restitution des efforts (restitution haptique). C'est ce que nous allons développer dans le chapitre suivant (chapitre 3) sur un des éléments constitutifs majeur du [«] prototypage virtuel [»]à savoir l'interaction avec l'environnement et plus particulièrement le traitement des chocs et des contacts.

Chapitre 3

Interactions entre objets

3.1 Problématique

Pour les manipulations en temps réel d'objets, notamment dans le cas d'utilisation de périphériques à retour d'effort (périphériques haptiques) [HS04], la prise en compte des interactions qui se produisent entre l'objet manipulé et son environnement est un des points clé. En effet, quand un utilisateur déplace des corps dans un environnement, il souhaite non seulement que ceux-ci ne s'interpénètrent pas, mais aussi qu'une véritable réaction à l'environnement soit induite. Pour nos objectifs de prototypage virtuel, ces interactions seront des interactions entre solides. La prise en compte de ces interactions conduit à poser des problèmes qui sont difficiles à résoudre même si le contact est localisé sur une petite partie des frontières des corps. La description des surfaces potentielles de contact est en effet un point dur. Dans le cas de corps déformables, elle est même une des inconnues du problème et peut nécessiter l'utilisation de modèles en grandes transformations. La seconde difficulté est liée à la non-linéarité des lois de comportement de l'interface, à la prise en compte du caractère unilatéral du problème de contact et à la gestion du frottement. La résolution du problème de contact consiste donc en la détermination des mouvements et, le cas échéant, des déformations des corps, en la détermination des surfaces effectives de contact, en la détermination de la répartition des efforts dans ces zones ainsi que de la répartition des états (que l'on appelle traditionnellement *statuts*) qui caractérisent l'interaction.

Deux types de modèles peuvent être envisagés pour calculer les réponses à de telles interactions. Le premier considère, et c'est la réalité, que lors du contact (ou choc) le modèle de solide rigide n'est plus valide. Une étude de type analytique (contact de Hertz) ou de type calcul de structures [Dumont95] est nécessaire. Dans la mesure où il nécessite le développement d'algorithmes spécifiques de minimisation sous contraintes unilatérales (inégalités), ce point sera abordé dans la section 3.2.1.

Le deuxième modèle propose d'utiliser l'approximation des solides rigides, ce point sera abordé dans la section 3.2.2. Pour une utilisation en temps réel en conservant cette approximation, la méthode dite de « pénalisation » consiste à régulariser la formulation et donne de bons résultats dans le cas de contacts [MW88, PO92, HFKS03], mais le choix du coefficient de pénalisation est difficile, voire impossible [SH96], pour rendre correctement

G.	DUMON	Τ
	1 11 1 1 1 1 1 1 1 1	
U T		
<u> </u>	DOMOIN	

les phénomènes de chocs. Nous préférons utiliser des algorithmes en vitesse utilisant les sauts de quantité de mouvement et les torseurs de percussions. Quelques auteurs ont proposé de se concentrer uniquement sur les chocs et de représenter les contacts comme des séries de micro-collisions [Hahn88, MC95]. D'autres ont proposé des approches par énergie potentielle qui ne dépend que de la position des corps et une résolution par des méthodes d'optimisation [Milenkovic96, MS01, SM04]. Nous pensons que les contacts, qui induisent une liaison persistante après l'interaction, et les chocs, qui eux induisent une liaison éphémère, ne sont pas de même nature et nécessitent un traitement adapté [Baraff94]. C'est ce que nous nous attacherons à développer. Ce type d'approche a notamment été utilisé pour l'étude de matériaux granulaires [JM92, SP02, Renouf04, SDB+04, SCG+04], pour des études de maçonnerie [Acary01, AJ00], pour des applications en robotique [LBPL99] ou en réalité virutelle [SS98, HKL⁺99, GBF03]. Deux formulations seront envisagées, pour lesquelles nous ferons la part des avantages et inconvénients respectifs :

- la première est pilotée par l'événement de contact ou de choc (traduction très approximative de l'anglais « event-driven ») [Baraff89] et possède l'avantage de déterminer exactement l'instant de l'interaction. Elle est performante si le nombre de contacts entre corps est faible. Par contre, elle n'est pas très adaptée à la gestion de chocs multiples simultanés. La gestion des contacts préexistants lors d'un choc doit faire l'objet d'une attention particulière. Enfin, elle peut être coûteuse en temps de calcul pour la détermination de l'instant du choc. Nous avons proposé de prendre en compte ces paramètres et aborderons ce point ci-dessous.
- la seconde est à temps contrôlé, elle passe sur les événements de contact ou de choc (time-stepping) [Moreau74]. Elle ne fournit qu'une moyenne sur le pas de temps des efforts de liaison. Pour augmenter sa précision, il faut diminuer le pas de temps et, de ce fait augmenter le temps de calcul. Il faudra donc trouver un compromis entre précision et interactivité.

Notons que la mise en œuvre d'algorithmes de traitement des chocs et de contacts est étroitement couplée avec l'utilisation de détecteurs géométriques qui déterminent les interpénétrations. Ce point ne sera qu'évoqué ici. Dans nos études, nous utilisons en général des bibliothèques existantes ou développons des méthodes de base adaptées aux cas à traiter. Nous évoquerons néanmoins quelques références sur le sujet.

3.2 Contribution

3.2.1 Traitement des interactions pour des solides déformables

Nous présentons ici l'approche que nous avons menée à la Direction des Études et Recherches d'Électricité de France et qui a été développée dans le Code $Aster^{(C)}$. Bien que légèrement hors-sujet, puisqu'elle met en jeu des calculs trop coûteux pour envisager de l'utiliser en environnements interactifs, cette approche doit être mentionnée, car elle nous a permis de formaliser l'écriture des problèmes de contact unilatéral quasi-statiques et les algorithmes de résolution associés [Dumont93, Dumont94]. Elle a, par ailleurs, servi de base aux contributions algorithmiques de la section suivante. Un état de l'art complet sur ce sujet est proposé, par exemple, dans [Wriggers95].

Dans le cadre de la méthode des éléments finis, deux grandes familles de traitement

sont possibles : la première est basée sur le développement d'éléments finis de contact, la deuxième sur le traitement géométrique des conditions de liaisons par dualité. C'est sur cette dernière que nous nous sommes focalisés. En effet, les éléments finis dits de contact [AC86] sont des éléments particuliers qui servent à mailler l'espace entre les différents solides susceptibles d'entrer en contact. Leur loi de comportement contient les caractéristiques du contact unilatéral qui sont, par essence, discontinues. On utilise alors des lois régularisées qui s'apparentent à des formulations pénalisées. Ces approches conviennent, nous l'avons dit ci-dessus, pour les cas statiques, assimilés à des contacts, et on peut montrer que les formulations variationnelles induites convergent vers les solutions exactes quand la raideur tend vers l'infini. Par contre, elles ne sont que difficilement applicables pour les cas dynamiques, assimilables à des chocs. En effet, la raideur des éléments de contact influe alors directement sur la réponse élastique du système.

Le traitement par conditions géométriques [BC85, CMV88] ne nécessite pas cette approximation et conduit à mettre en œuvre des algorithmes itératifs de minimisation à l'intérieur d'un convexe [Boot68, GMW81, Bertsekas82] basés sur le théorème de Kuhn Tucker [Nedelec82].

Nous proposons ici de détailler les travaux que nous avons menés sur ce sujet. Soit Ω un solide élastique fixé sur la partie Γ_d de sa frontière, chargé par des efforts \vec{t} sur la partie Γ_f de sa frontière et possédant Γ_c comme frontière potentielle de contact. Les équations qui régissent l'équilibre élastique de ce solide s'écrivent :

$$\begin{cases}
-\sigma_{ij,j} = f & \text{dans } \Omega \\
\sigma_{ij} \cdot n_j = t_i & \text{sur } \Gamma_f \\
u_i = u_0 & \text{sur } \Gamma_d & (\text{condition à la limite}) \\
\sigma_{ij} = \frac{1}{2} A_{ijkl}(u_{k,l} + u_{l,k}) & \text{dans } \Omega & (\text{loi de comportement})
\end{cases}$$
(3.1)

La condition de contact unilatéral de non-pénétration des deux parties du solide situées de part et d'autre de la frontière Γ_c est une inégalité qui s'écrit $G(x) \leq 0$, pour un point x quelconque de Γ_c . C'est une condition non-linéaire qui, dans le cas général, ne peut être explicitée analytiquement. Nous avons choisi de la linéariser dans le cadre d'une formulation en petits déplacements. La condition de contact ci-dessus ($G(x) \leq 0$) est naturellement associée (par dualité) à une réaction $R(x) \geq 0$ qui traduit le fait qu'il n'existe pas de cohésion entre les corps. De plus, cette réaction est évidemment nulle lorsqu'il n'y a pas contact : $G(x) < 0 \Rightarrow R(x) = 0$. On condense alors ces relations dans la conditon de Signorini :

$$G(x) \le 0 \quad R(x) \ge 0 \quad R(x) G(x) = 0$$
 (3.2)

La formulation variationnelle du problème s'écrit alors [KO88] :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij}(u)(v_{i,j} - u_{i,j})dx \ge \int_{\Omega} f_i(v_i - u_i)dx + \int_{\Gamma_f} t_i(v_i - u_i)ds, \forall v \in K$$
(3.3)

Dans cette équation, on note $V = \{v \in (H^1(\Omega))^3 | v = u_0 \text{ sur } \Gamma_d\}$, l'espace des déplacements cinématiquement admissibles et K le convexe défini par : $K = \{v \in V | v_n - d \le 0 \text{ sur } \Gamma_c\}$ en notant $v_n = v \cdot n$ qui traduit que le déplacement relatif normal entre deux points candidats au contact est inférieur à la distance initiale $(G(x) = v_n - d)$. Cette inégalité

variationnelle caractérise la solution u du problème de contact. La différence fondamentale avec une formulation variationnelle habituelle en mécanique des solides réside dans l'apparition d'une inégalité qui est liée à l'appartenance de u au convexe K. Cette formulation a une solution unique [DL72, ET74] et, par application du théorème de Stampacchia, sa résolution est équivalente [Brezis83] à la résolution du problème de minimisation sous contraintes suivant :

$$\begin{cases} u \in K \mid F(u) = \min_{v \in K} F(v) = \min_{v \in K} \frac{1}{2} v^t C v - b^t v \end{cases}$$
(3.4)

Nous avons proposé de résoudre ce problème de minimisation à l'aide d'un algorithme itératif dit des contraintes actives, qui a été utilisé notamment par Klarbring [Klarbring86, Klarbring92]. Cet algorithme diffère de celui du gradient projeté de Rosen [Rosen60] dans la manière de mettre à jour l'ensemble des contraintes. Cet algorithme assure à chaque itération la minimisation de la fonctionnelle quadratique ci-dessus (équation 3.4) et modifie l'ensemble des contraintes activées en s'appuyant sur la condition de Signorini (équation 3.2). Nous avons démontré la convergence en un nombre fini d'itération de cet algorithme dont une preuve partielle avait été faite par Kalker [Kalker90]. Les résultats ont étés validés dans des cas axisymétriques pour le problème de Hertz [Love27] dont nous connaissons la solution analytique. Les idées d'algorithmes constituent la base du traitement du contact unilatéral dans le code Aster^(C) et ont été utilisé avec succès pour étudier les conditions de frettage des tubes d'échangeurs thermiques dans le circuit primaire de centrales.

3.2.2 Traitement des interactions pour des solides rigides

Nous avons développé, dans la section précédente, l'approche du traitement des interactions pour des solides déformables. Elle présente un intérêt historique dans notre démarche et nous permettra, par ailleurs, de dégager des pistes pour la poursuite de nos travaux. Nous proposons ici de nous étendre sur les deux méthodes que nous avons envisagées pour le traitement des systèmes de solides rigides. Dans la communauté informatique et robotique, Baraff [Baraff90, Baraff91, Baraff93] a particulièrement étudié cette problématique en s'intéressant à la réduction des temps de calculs [Baraff96] : son approche se situe dans le cadre des approches pilotées par les événements (*event-driven*). Les pionniers de la dynamique non-régulière, approche *time-stepping*, sont Moreau [Moreau88] et Jean [JM92]. Une étude approfondie des méthodes et algorithmes envisageables pour traiter ce problème a été proposée depuis dans [BtDP⁺02].

Un modèle de solide est constitué de deux entités pour une utilisation en environnement virtuel. Il possède, comme en CAO, un modèle géométrique. Celui-ci est généralement, pour des questions de performance d'affichage et de traitement des interactions, un modèle polygonal qui constitue un maillage de la surface de l'objet. Le second est le modèle de dynamique des corps rigides qui régit son mouvement dans l'espace. Le traitement des interactions se décompose schématiquement en deux parties : une première partie est la détection géométrique et la seconde est la résolution des équations du mouvement. La détection géométrique est le traitement qui consiste à rechercher l'existence d'intersections



entre les objets. Il est effectué à partir de la configuration géométrique des solides dans une configuration donnée et fournit la liste de solides en interaction. Lorsque celui-ci met en évidence l'existence d'interactions entre les solides, il faut modifier la résolution des équation du mouvement pour prendre en compte l'effet de ces interactions sur ces solides et assurer la non-pénétration. L'algorithme typique de résolution est présenté sur la figure 3.1.



FIG. 3.1 - schéma caractéristique d'un algorithme

Explicitons l'algorithme proposé sur cette figure. Notons C l'énergie cinétique du système paramétré par n paramètres $q = (q^1, ...q^n)$. La partie régulière (hors liaisons unilatérales) qui permet de trouver le mouvement des corps pour chaque particules est, par exemple, obtenue en appliquant le principe des travaux virtuels [Bamberger81b, Dumont87] (ou puissances virtuelles [Germain86]) et des formules de Lagrange. En notant Q_i les actions extérieures données (par exemple, l'action de la pesanteur) et \mathcal{L}_i les éventuelles liaisons bilatérales, nous avons :

$$-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \dot{q}^{i}}\right) + \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial q^{i}} + \mathcal{Q}_{i} + \mathcal{L}_{i} = 0 \quad \text{pour } i \text{ de 1 à } n.$$
(3.5)

Que l'ont peut ré-écrire sous la forme matricielle :

$$M(q)\ddot{q} = Q(q,\dot{q},t) + \mathcal{L}$$
(3.6)

M(q) est la matrice de masse du système, $Q(q, \dot{q}, t)$ est le terme qui exprime l'ensemble des efforts externes (y compris les termes de Coriolis et d'entraînement) et \mathcal{L} est le vecteur des actions de liaisons bilatérales. Ces équations sont des équations différentielles du second ordre que l'on résout par des schéma d'intégration temporelle classiques.

Notons t_k , l'instant de l'interaction. Une liaison f se crée qui apporte une contribution de la forme $\mathcal{P}_i = \lambda \frac{\partial f}{\partial q^i}$ qui est la percussion engendrée pour l'équation i du système cidessus. Au temps t_k , l'équation est une équation de percussion obtenue comme la limite en t_k de l'équation 3.5 en configuration q figée et quand le pas de temps tend vers 0 (notons au passage que les efforts qui restent bornés au cours du choc n'engendrent pas de percussion) :

$$-\Delta(\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \dot{q}^i}) + \mathcal{P}_i = 0 \quad \text{pour } i \text{ de 1 à } n,$$
(3.7)

et qui s'écrit également
$$M(q)(\dot{q}_{t_{\mu}^{+}} - \dot{q}_{t_{\mu}^{-}}) = \mathcal{P}$$
 (3.8)

Cette dernière équation est, nous nous en doutions, une équation en \ll quantité de mouvement \gg .

Si la liaison f est persistante après l'instant t_k , nous sommes en présence d'un contact et nous avons la relation de liaison complémentaire :

$$\left(\frac{df_1}{dt}\right)_+ = \frac{\partial f_1}{\partial a^i} \, \dot{q}^i_+ + \frac{\partial f_1}{\partial t} = 0 \tag{3.9}$$

Dans ce cas, le système est soluble. En cas de choc, cette équation de liaison n'a plus cours après t_k et l'état des vitesses après le choc est alors indéterminé. Il faut introduire une loi complémentaire qui traduit le comportement de cette liaison. Nous avons utilisé la loi de choc dite de Newton pour laquelle on peut facilement montrer qu'elle est une loi de rebond des vitesses normales :

$$(V_n)_+ = -e(V_n)_- \quad \text{qui s'écrit également} \quad (\frac{df_1}{dt})_+ = -e(\frac{df_1}{dt})_- \tag{3.10}$$

Ceci est vrai quand on peut définir un plan d'interaction et est bien adapté, par exemple, aux corps sphériques. Pour des corps à géométrie plus complexe, le coefficient de restitution *e* n'a plus vraiment de sens, il faut prendre en compte la géométrie [SCM04]. Un exemple nous amène également à nous interroger sur cette loi. Considérons un bloc parallélépipédique oscillant sur un sol plan. Ce bloc passe par un statut de double contact pour lequel la loi de choc de Newton ne permet pas de décrire le décollement. Nous avons donc proposé de transformer cette loi en une inégalité. Celle-ci autorise et le rebond standard et le décollement :

$$(V_n)_+ \ge e(V_n)_- \tag{3.11}$$

Nous venons de formuler les équations qui régissent les approches en solides rigides pilotées par les événements (*event-driven*). Nous reviendrons un peu plus tard sur celles qui régissent les approches de type *time-stepping* en soulignant les différences.

Approche solides rigides et pilotage par l'événement

Nous avons étudié cette approche qui a fait l'objet de la thèse de Frédéric Beauchamp [Beauchamp98] soutenue en décembre 1998 et du DEA de Jean-Marie Souffez [Souffez02].

Les équations ci-dessus peuvent, pour la partie continue (équation 3.5), être résolues par des schémas numériques d'ordre élevés et donc fournir d'excellents résultats. Par contre, il faut déterminer l'instant t_k du choc pour pouvoir utiliser l'équation 3.7 qui gère l'interaction. Le résultat sera d'autant plus fiable que cet instant sera déterminé précisément. Hors, au cours de la simulation, l'instant t_k peut, et c'est le cas général, ne pas correspondre à un instant de calcul t_i . La méthode nécessite donc une gestion par raffinement itératif du pas de temps pour rechercher cet instant t_k : ceci induit des temps de calculs explosifs dans le cas où de nombreuses interactions apparaissent et qui semblent peu compatibles avec la notion de simulation interactives. Nous nous trouvons ici devant la nécessité de discriminer le cas du choc de celui du contact [Germain86, Dumont90] puisqu'ils induisent des traitement différents. Cette discrimination est faite en considérant les vitesses relatives normales des corps. Nous considérons que les vitesses faibles engendrent des contacts et que les vitesses élevées engendrent des chocs. Les phénomènes de seuil inhérents à une telle

discrimination n'ont pas introduit d'artefacts gênant dans nos simulations. Les chocs sont alors traités en configuration figée des paramètres du mouvement (la position q du système est constante) et traités en termes de vitesses des coordonnées généralisées : ils engendrent, par essence, des discontinuités de vitesse. Nous utilisons alors les équations 3.7 et 3.11. Les contacts sont traités en identifiant les efforts qui interviennent au cours du déplacement relatif des deux objets avec persistance de la liaison. Nous utilisons alors les équations 3.5 et 3.9 qui traduisent une liaison bilatérale que l'on traite soit en utilisant des multiplicateurs de Lagrange soit une méthode de pénalisation. Cette approche est valide puisque nous sommes dans un cas de contact. L'utilisation du mouvement permet également de lever les indéterminations d'interprétation de la détection géométrique. En effet, il n'est pas possible d'assurer la non-pénétration de manière exacte. Ceci est évidemment lié à la mise en œuvre informatique qui, par essence travaille sur des paramètres discrets (codage discret de réels). Un détecteur purement géométrique peut, pour cette raison, détecter une intersection, même si elle ne doit pas exister. Il faut alors déterminer si les corps se rapprochent ou s'éloignent. Dans le premier cas, il faut prendre en compte les équations de liaison, dans le second cas il ne le faut pas. Nous avons donc proposé une méthode de couplage, pilotée par les paramètres du mouvement relatif entre les objets, entre la détection géométrique de l'interaction et le traitement mécanique de la réponse. Des idées semblables ont par la suite été proposées [Redon02].

Nous nous proposons d'illustrer ces points sur les trois figures qui suivent. Ces résultats volontairement succincts sont issus des deux références précitées [Beauchamp98, Souffez02] et sont tous des résultats issus de simulations tri-dimensionnelles. Le premier résultat illustre le pilotage de la gestion des interactions par le mouvement. Sur la figure 3.2, une planche est posée sur un support de telle sorte que la projection verticale de son poids soit à l'extérieur du polygone défini par les quatre points de contact initiaux. L'algorithme détecte la tendance au décollement pour les deux points de gauche, la planche bascule. En cas de chute de la planche sur le support dans cette même configuration, nous avons également pu illustrer la validité de l'équation 3.11.



FIG. 3.2 – La planche bascule puis tombe

Ce second résultat illustre la validité du traitement du contact persistant. Sur la figure 3.3, la planche est posée sur le support de telle sorte que la projection verticale de son poids soit à l'intérieur du polygone défini par les quatre points de contact initiaux. Ces quatre contacts restent actifs. La planche ne bouge pas. Notons que le traitement du contact par contraintes donne ici un résultat parfaitement stable sans pénétration ni micro-vibration comme dans les approches par micro-collisions. La transition, non présentée ici, entre ces deux cas est obtenue naturellement dans des simulation où l'utilisateur pousse la planche interactivement.



FIG. 3.3 – La planche reste en équilibre

Sur la figure 3.4, nous proposons un choc avec contact pré-existant. Cette simulation est également une simulation tri-dimensionnelle. Les deux boules de gauche sont initialement en contact et sous astreintes à rouler sans glisser sur le tapis. Quand la troisième vient percuter l'ensemble, le contact initial devient un choc et engendre une impulsion. Les deux boules sont concernées par cet impact. C'est une des difficultés de la mise en œuvre effective de telles solutions. Dans nos travaux, nous avons proposé que les chocs soient traités en priorité, les contacts ensuite. En effet, un choc, en modifiant les vitesses relatives des corps impliqués, peut transformer un contact en un choc ou en un écartement et un écartement en un choc ou bien en un contact.



FIG. 3.4 – Un exemple de traitement des interactions multiples avec contact pré-existant
Approche solides rigides et temps contrôlé

Une seconde approche, objet du stage post-doctoral de Mathieu Renouf, consiste à utiliser des algorithmes de mécanique non-régulière [Moreau94]. Dans une approche continue en temps (« time-stepping »), le choc et le contact sont traités dans l'espace des vitesses de manière unifiée [LW05]. Elle repart de l'équation 3.6 et lui préfère une forme au sens des mesures exprimée en vitesse :

$$M(q)d\dot{q} = Q(q, \dot{q}, t)dt + \mathcal{L}d\nu.$$
(3.12)

Dans cette équation, dt est la mesure de Lebesgue, $d\dot{q}$ est la mesure d'accélération et $d\nu$ une mesure non négative pour laquelle $d\dot{q}$ possède une densité de mesure [Renouf04] et \mathcal{L} est la densité d'impulsion de contact. Cette approche introduit, sur un intervalle] t^i , t^{i+1}], la quantité inconnue qui est une *impulsion moyenne de contact* :

$$\mathcal{L}(i+1) = \frac{1}{dt} \int_{]t^i, t^{i+1}]} \mathcal{L} d\nu.$$

La condition de contact de Signorini 3.2 est, dans cette méthode basée sur l'étude des vitesses, formulée en termes des vitesses relatives normales. Elle exprime, pour deux corps initialement disjoints (à t_0 , l'écartement $\delta(t_0)$ est tel que $\delta(t_0) \ge 0$) et interpénétrés à un instant t proche ($\delta(t) \le 0$), le fait que la vitesse relative des deux corps au contact est positive (écartement) ou que la force de contact est positive (répulsion) :

Pour
$$t_0$$
 tel que $\delta(t_0) \ge 0$
 $\forall t \in \mathbf{I}, \quad \delta(t) \le 0 \Rightarrow \quad v_n \ge 0 \quad R_n \ge 0 \quad v_n R_n = 0.$
(3.13)

Le frottement de Coulomb est traité en utilisant une loi de Coulomb classique qui stipule que la norme de la composante tangentielle de l'impulsion locale doit rester inférieure à la valeur de la norme de l'impulsion normale multipliée par le coefficient de frottement $\mu : ||R_t|| \le \mu R_n$. Il est important de traiter le cône de frottement sans en proposer d'approximation pyramidale, car cette approximation engendre des dérives lors de cyclage en effort sur des corps soumis à du frottement [RAD05]. Considérons une bille soumise à la pesanteur \vec{q} sur un plan et choisissons d'appliquer une force cyclique définie par :

$$F_{c}(t) = \begin{cases} \mu mg(\cos\frac{\pi}{3} \mathbf{e}_{x} + \sin\frac{\pi}{3} \mathbf{e}_{y}) & \forall t \in [15k, 5 + 15k[\\ -\mu mg \mathbf{e}_{x} & \forall t \in [5 + 15k, 10 + 15k[\\ \mu mg(\cos\frac{\pi}{3} \mathbf{e}_{x} - \sin\frac{\pi}{3} \mathbf{e}_{y}) & \forall t \in [10 + 15k, 15(k+1)[\end{cases}, \ k \in \mathbf{N}.$$
(3.14)

La norme de $F_c(t)$ est choisie pour activer le glissement de la bille sur le sol et pour faire coïncider les points initiaux et finaux du cycle. La trajectoire doit alors être un triangle équilatéral. Sur la figure 3.5 (a), nous proposons différentes approximations $C_i, i \in 1, 2, 4$ classiques du cône de frottement, où le cône est représenté par une pyramide à *i* faces, et, sur la figure 3.5 (b), les résultats obtenus pour ces différentes approximations. Comme nous le constatons, sans approximation du cône, la trajectoire est bien un triangle équilatéral (en noir), les approximations $C_i, i \in \{2, 3, 4, 6, 8\}$ conduisent à des dérives d'autant plus importantes que *i* est petit.



FIG. 3.5 – (a) approximation du cône de frottement par une pyramide C_i à *i* faces (b) illustration de la dérive due à l'approximation du cône de frottement par une pyramide

Le caractère régulier du cône de Coulomb est une difficulté pour la simulation tridimensionnelle. Différents algorithmes de résolution ont été étudiés dans [Renouf04]. Pour aller au plus près de l'interactivité pour un nombre de corps important, nous préférons utiliser un algorithme de type Gauss-Seidel itératif.

Cette méthode basée sur le contrôle du temps a l'avantage de ses inconvénients. Il n'est ici pas nécessaire de discriminer les chocs des contacts et le pas de temps (sous réserve qu'il soit suffisamment petit) peut être conservé constant tout au long de la simulation et donc envisager de tenir le temps-réel. Par contre, nous n'avons accès qu'à l'impulsion moyenne, qui sera d'autant mieux calculée que le pas de temps dt sera petit et nous n'avons pas accès à la configuration d'interaction. De plus, si il n'y a aucune interaction (cas libre) le schéma numérique est d'ordre 1, ce qui est connu pour être moins précis qu'un schéma d'ordre plus élevé comme on peut en utiliser dans l'autre méthode (event-driven). Ces approches ont prouvé leur pertinence pour la simulation de systèmes granulaire à interactions multiples (Ballast, mécanique des sols), mais conduisent à des temps de calculs importants et incompatibles avec une utilisation en réalité virtuelle si le nombre de corps est important. Nous avons donc proposé de simplifier les algorithmes et de contrôler cette simplification pour conserver la pertinence des résultats de simulation. La mise en œuvre proposée nous permet de simuler des entassements de billes, où les contacts sont nombreux, pour lesquels nous discuterons des rapports entre la validité des résultats et les temps de calculs. Pour des modèles comportant moins de corps, nous sommes proches du temps réel de visualisation (30Hz). Pour les modèles à peu de corps, nous approchons le temps réel de manipulation (100Hz) qui ne permet pas encore totalement de rendre des sensations haptiques (300Hz). Cette méthode a été utilisée avec succès sur des blocs oscillants, des lignes de dominos et permet la gestion du contact, sans oscillation, dans le cas d'une maçonnerie (figure 3.6).



FIG. 3.6 - Exemples avec des maçonneries

3.2.3 De la détection géométrique

Notre but n'a pas été, nous l'avons dit, de développer des procédures générales de détection des interactions. En ce sens, cette section n'est pas, à proprement parler une contribution de nos travaux. Néanmoins, nous ne pouvons envisager le traitement des interactions sans un regard spécifique sur la détection géométrique d'intersections. Nous avons développé, et ceci est illustré dans les résultats proposés ci-dessous, quelques procédures dédiées aux sphères (ceci est pratiquement immédiat) et aux pavés. Dans ce second cas, nous nous sommes inspirés de la littérature pour mettre en place des stratégies de tri basées sur un partitionnement de l'espace pour accélérer les traitements. Ces techniques font par ailleurs l'objets de recherches spécifiques. Pour ne pas laisser le lecteur dans l'expectative, nous proposons ici quelques points d'entrée qui permettront d'appréhender ce sujet plus avant. Les première références importantes sont issues de l'Université de Caroline du nord (Ming Lin et Dinesh Manosha, pour ne citer qu'eux), cette équipe a travaillé sur des représentations polygonales des objets [CLMP95, LMCG96]. Elle a proposé de traiter des représentations par frontières (B-Rep) [PML95] ou plus spécifiques [HLC⁺97]. Elle est actuellement intéressée par l'extension de son savoir faire à l'interaction en réalité virtuelle [GLGT00] et aux systèmes robotiques de production [RLMK04]. Christian Laugier et Ammar Joukhadar se sont plutôt focalisés sur des méthodes permettant la détection rapide d'intersections pour des corps rigides et des corps déformables [DJL98b, DJL98a]. Cette approche est également celle de Dinesh K. Pai [JP01, JP04, PPG04, KEP05]. Stéphane Redon accélère la détection en utilisant le mouvement pour prédire les interaction futures [RKC01, RKC00, RKC02]. M.D.S Aliyu [AAS99, Aliyu00] propose également d'utiliser le paramètre temporel pour gérer les détections. Pour finir, le lecteur pourra consulter quelques états de l'art [LG98, JTT01] plus complets.

3.2.4 Résultats

Nous avons choisi, pour cette section résultats, des illustrations de simulation réalisées avec la méthode à temps contrôlé. Pour illustrer la complexité de la prédiction sur des assemblages, nous proposons, sur la figure 3.7 a, la chute de deux colonnes de billes. Le coefficient de Newton est égal à 1 pour la colonne de gauche et à 0,9 pour la colonne de droite. La colonne de droite se stabilise très rapidement, au bout d'une quinzaine de rebond.

À chaque rebond, il existe une perte d'énergie cinétique et la vitesse des billes s'annule. La colonne de gauche, par contre, rebondit indéfiniment (coefficient de restitution égale à 1). La variation d'énergie cinétique est identique pour trois des quatre schémas utilisés (figure 3.7 b) et l'énergie totale T_e est conservée pour ces mêmes trois schémas, qui sont donc non-dissipatifs et garantissent des simulations correctes.



FIG. 3.7 – Multi-rebonds d'une colonne de billes (a) coefficient de restitution égal à 1 et 0, 9 (b) Schémas non-dissipatif : conservation de l'énergie totale

Nous illustrons sur la figure 3.8, le glissement de blocs sur un plan incliné. C'est une méthode qui permet de valider la prise en compte du frottement de Coulomb. Le plan, sur lequel nous faisons glisser quatre blocs différents, est incliné de 20°. Les trois blocs représentés en gris sont affectés d'un coefficient de frottement $\mu = 0.6$ correspondant à un angle de glissement $\theta = \arctan(\mu) = 30^\circ$, le bloc représenté par un assemblage de briques est affecté d'un coefficient de frottement $\mu = 0.3$ correspondant à un angle de glissement $\theta = \arctan(\mu) = 16, 7^\circ$. Dans la simulation, les trois blocs gris s'arrêtent tandis que l'autre bloc continue à glisser.



FIG. 3.8 – Test du frottement de Coulomb

L'exemple de l'oscillation du bloc sous l'effet d'une percussion initiale montre l'inadéquation de l'équation de Newton (équation 3.10) à représenter les rebonds dans un système à contact multiples. Dans nos deux approches, nous avons modifié cette loi (équa-



tion 3.11) pour autoriser le décollement. Dans cet exemple, il faut également affecter une valeur importante du coefficient de frottement μ pour éviter le glissement.



FIG. 3.9 – Oscillation d'un bloc après une impulsion

Les méthodes basées sur les contraintes sont, nous l'avons dit, pénalisée quand il existe de nombreuses interactions à traiter. Avec la méthode *time-stepping*, nous avons réalisé une simulation de 130 sphères sur un escalier. Le coefficient de restitution est e = 0, 3 et le coefficient de frottement est $\mu = 0, 4$. La simulation avec un pas de temps dt = 0, 04s (soit une fréquence de 25Hz) est temps réel. Aucune stabilisation n'a été nécessaire pour conserver des rebonds cohérents (Figure 3.10). Le nombre de contacts au cours de la simulation varie entre 95 et 210.



FIG. 3.10 – Descente d'un escalier : 130 billes, simulation à 25 Hz

La simulation d'empilements de sphères pose des contraintes légèrement différentes. Dans le cas ci-dessus, le nombre de contacts est du même ordre (ici inférieur à deux fois, puisqu'il y a contact sur l'escalier). Dans les cas d'empilement de sphères, le nombre de contacts observés augmente fortement avec le nombre de corps. Nous avons effectué des

simulations sur des collections de 80, 160, 320 et 800 sphères. Pour les deux premiers cas, nous avons pu respecter le temps réel (temps simulé = temps de calcul) en assurant la cohérence des résultats. Pour les deux autres cas, il est difficile de préserver le temps réel et le sens physique de la simulation. Sur la figure 3.11, nous proposons la position finale pour un empilement constitué de 800 sphères. Le temps de calcul est environ 15 fois supérieur au temps simulé.



FIG. 3.11 – Empilement de billes (800 billes, le temps réel n'est pas atteint)

Nous avons également reproduit l'émergence, sous l'action de vibration de la boîte, d'une bille de rayon important dans un ensemble constitué de billes de rayons plus faibles (figure 3.12), ce phénomène bien connu, \ll les gros cailloux remontent \gg , avait été proposé par J.J. Moreau [Moreau94].

3.3 Conclusion et perspectives

L'utilisation de la réalité virtuelle pour prototyper des systèmes, effectuer des revues de projets ou appréhender des phénomènes physiques nécessite des fonctionnalités de traitement des contacts et des chocs. La différence essentielle entre ces deux phénomènes est la persistance (ou non) de la liaison qui s'établit lors de l'interaction entre deux objets. Le modèle naturel doit rendre compte de la déformabilité locale des objets qui induit les efforts ou les phénomènes de rebonds. Ces modèles de solides déformables, englobés communément dans la mécanique des structures, sont bien connus pour être de gros consommateurs de ressources de calcul. Il permettent, dans les cas où la réalité virtuelle est utilisée seulement comme support de visualisation, d'accéder aux grandeurs locales qui peuvent être pertinentes pour l'analyse de ces structures avec contact. Néanmoins, les modèles de solides



FIG. $3.12 - \text{Émergence de la}^{\ll}$ grosse $^{>}$ bille

rigides permettent, moyennant une modélisation adaptée des interfaces et des comportements de ces interfaces et la mise en œuvre d'algorithmes de résolution spécifiques, de développer des simulations valides pour de nombreux phénomènes dont nous avons donné des exemples. Comme toujours, il faut trouver un compromis entre le nombre de corps à simuler, la qualité de simulation du phénomène d'interaction et le temps de calcul nécessaire à la réalisation de cette simulation. Les algorithmes gouvernés par les événements (*event-driven*) captent précisément les instants des interactions au prix de retours en arrière dans les simulations et donc de temps de calculs qui augmentent drastiquement avec le nombre d'objets en interaction. Cette méthode peut être acceptable si le nombre d'objets est suffisamment faible surtout si les applications nécessitent la connaissance précise des instants d'interaction. Les algorithmes en temps contrôlé (*time-stepping*) sont plus adaptés à la simulation, même en temps réel, de collections plus importantes de corps. Ici le compromis mentionné ci-dessus prend toute sa mesure et nécessitera des réglages entre vitesse et précision.

Nos travaux devraient néanmoins être étendus dans quelques directions. Il nous semble fondamental d'étudier plus avant le couplage entre nos modèles de simulation et les méthodes de détection que nous avons mentionnées. En effet, nous sommes pour l'instant limités à des simulations sur des objets géométriquement simples qui ne rendent pas compte de la richesse des formes que l'on rencontre dans des études de conception. C'est une des étapes à passer pour que la réalité virtuelle devienne un support complémentaire de conception. Le couplage entre modèles de solides rigides et modèle de solides déformables est également une étape à passer. Nous avions partiellement évoqué cette possibilité dans des travaux précédents [Dumont90] mais nous ne les avions pas menés à leur terme. C'est d'ailleurs une piste qui est explorée par d'autres comme en témoigne la bibliographie de

ce chapitre. Enfin, il doit être envisageable d'enrichir le modèle de solides rigides. L'idée que nous souhaitons mettre en avant consiste à pré-calculer les modes de déformation des objets soumis à des interactions. Nous avons souligné que ces déformations, et donc les lois de chocs associées, dépendent notamment des surfaces en contact, de la structure des corps et des conditions en vitesse de l'interaction. Il ne semble pas possible d'effectuer des études de déformations (basées sur la méthode des éléments finis, par exemple) dans des temps compatibles avec une utilisation interactive. L'approche consisterait donc à remplacer du temps de calcul en ligne, avec l'utilisateur dans la boucle, par du temps de calcul hors ligne, simulation non-interactive. Il faudrait effectuer des calculs de réponse paramétrique sur différents types de choc suivant les paramètres évoqués ci-dessus. Les résultats de ces calculs constitueraient une base de données dans laquelle l'accès ainsi que les éventuelles interpolations pourraient être effectuées dans des utilisations interactives. Dans le chapitre suivant (chapitre 4), nous développerons une utilisation hors-ligne de la réalité virtuelle, c'est-à-dire hors de la boucle de calcul par la méthodes des éléments finis, et nous nous focaliserons sur l'interaction avec ces résultats de calculs.

Chapitre 4

Couplage entre calcul scientifique et réalité virtuelle

4.1 Problématique

Le prototypage virtuel (chapitre 2) a pour but essentiel de diminuer le nombre de prototypes physiques dans la phase de conception et la réalisation de maquettes numériques est au centre des préoccupations des industriels. Nous nous intéresserons aux produits manufacturés qui constituent un enjeu majeur des acteurs industriels de l'automobile, de l'aéronautique, du secteur de l'énergie, de la construction navale ou de la défense [Arnaldi03]. Il est évident que la pertinence croissante de ces maquettes numériques permet de s'affranchir en partie de la réalisation de prototypes physiques. La conséquence directe en est la minimisation du nombre de ces prototypes au cours du cycle de conception et donc la baisse des coûts de développement. Dans ce contexte, les maquettes numériques de plus en plus poussées entraînent des fichiers de résultats de calcul de plus en plus volumineux. Pour l'essentiel des applications visées, ces résultats de calcul sont obtenus par des simulations par éléments finis qui contiennent la géométrie des pièces, mais aussi des données attachées aux nœuds, aux arêtes ou aux faces $[BCC^{+}03]$. Au vu de l'explosion en termes de taille des modèles traités, l'exploitation de ces résultats peut devenir problématique [KS04]. L'utilisation de la Réalité Virtuelle comme support au prototypage virtuel, grâce à l'interaction de l'humain avec le modèle [FN98], offre la perspective d'une interprétation plus facile des maillages et des résultats de calculs qui lui sont associés [SRE98, FT04].

Il est évident que ces maquettes numériques sont trop complexes pour pouvoir être exploités directement en Réalité Virtuelle. Essayons d'en analyser la raison. En Réalité Virtuelle, l'homme est au centre de l'application. Par contre, en conception de produits, c'est le modèle qui l'est. Cette différence fondamentale est à l'origine des incompatibilités entre les deux types de maquettes : numériques et virtuelles. La maquette virtuelle est alors un sous-ensemble de la maquette numérique. Ce sous-ensemble contient la représentation géométrique maillée des corps ainsi que les résultats de calcul associés et est préparé pour une utilisation interactive en réalité virtuelle. Ces incompatibilités se situent essentiellement au niveau de la complexité des maquettes numériques, souvent très détaillées. Les

contraintes de temps-réel, ou d'interactivité, imposées par la Réalité Virtuelle restreignent la quantité d'informations que l'on peut traiter à chaque instant à une fraction de la quantité d'informations contenues dans la maquette numérique. La ressource critique est ici souvent liée à la carte graphique et au processeur des ordinateurs utilisés.

Nous nous attacherons, dans ce chapitre, à proposer des méthodes de simplification qui garantiront, malgré tout, l'analyse interactive de ces maquettes. Notons que ce n'est pas un hasard si ces maquettes sont de plus en plus complexes. Ceci est le résultat d'études de plus en plus fines. Il serait donc irréaliste de proposer des analyses qui ne reposent pas sur la totalité des données et des résultats associés à ces maquettes. Cette double problématique paraît difficile à résoudre : en effet, une simplification de modèle implique par définition une distorsion de ce modèle, et donc une perte de pertinence par rapport à l'original. Le mot-clé qui résume alors notre proposition est la \ll simplification sans perte \gg de ces maquettes : c'est-à-dire qu'il faut garantir à l'utilisateur, tout en simplifiant l'analyse, l'accès à la précision initiale.



FIG. 4.1 – Analyse thermo-mécanique d'une vanne (Courtoisie EDF)

Les réflexions que nous avons menées avec deux représentants du monde industriel, nous ont conduit à définir deux scénarii types. Le premier scénario d'analyse de maquette numérique émane d'une demande d'EDF/R&D. Il s'agit d'effectuer une analyse interactive de nocivité de défaut sur une vanne sous chargements thermomécaniques transitoires. Sur la figure 4.1, nous illustrons ce scénario pour une demi-vanne. Les chargements subis sont des combinaisons de moments et efforts en bouts avec des transitoires thermiques référencés. Les calculs sont linéaires ce qui permet d'affirmer que toute situation peut être déduite d'une combinaison linéaire des chargements de référence. Les données à traiter ont un volume conséquent. Il faudra considérer environ dix vannes représentées chacune par 500000 élément finis volumiques. Pour chaque transitoire, il faudra traiter au minimum 100

pas de temps sous 15 chargements différents. Dans ce volume de données, il faut prévoir de pouvoir se positionner interactivement sur une zone d'intérêt. L'utilisateur souhaitera ensuite visualiser l'animation pour une combinaison de chargements choisis afin de déterminer l'instant dimensionnant en termes de contraintes. Il faut alors pouvoir extraire les contraintes en ce point et à cet instant. Nous pensons que ce scénario est dimensionnant actuellement en termes de volume de données traitées pour des chargements qui varient dans le temps.

Le second scénario concerne les études de certification de navires (Figure 4.2). La problématique est de se positionner interactivement dans la structure, puis de sélectionner pour les visualiser des zones locales, par exemple des encadrements de portes ou de hublots, pour déterminer la tenue de la structure. Ces modèles sont essentiellement des modèles à résolutions multiples. Le navire sur la houle est souvent modélisé comme une poutre en flexion-torsion soumis à un chargement extérieur. Ce chargement sert de base de calcul à un maillage peu raffiné qui permettra ensuite d'étudier, en maillant finement, des zones spécifiques. Dans la suite, nous présenterons des résultats pour une analyse interactive d'un maillage de 5 millions de mailles (section 4.2.4) qui pourrait être représentatif de cette application.



FIG. 4.2 – Modèle par éléments finis d'un navire (Courtoisie Principia Marine)

Il est illusoire, sur des modèles aussi complexes, d'espérer obtenir des résultats de calcul en temps réel. Ceci nous enlève une contrainte qui est celle de l'intégration des outils de réalité virtuelle, du moins pour cette partie, dans des environnements de calcul. Nous considérerons que la maquette numérique est le point de départ de notre travail. Nous allons nous attacher à définir une passerelle entre ce modèle initial et le modèle que nous gérerons dans notre session de Réalité Virtuelle. Ces travaux font l'objet de la thèse de Jean-Marie Souffez [SD05], qui doit être soutenue dans le courant de l'année 2006 et qui s'effectue dans le cadre du projet RNTL Salomé2¹.

¹http://www.salome-platform.org/salome2/

4.2 Contribution

4.2.1 Introduction

Les maquettes numériques sont trop complexes pour pouvoir être exploités interactivement en Réalité Virtuelle : leur simplification est nécessaire. Actuellement, les algorithmes de simplification construisent ou bien une maquette virtuelle statique ou bien une maquette virtuelle multi-résolution. Pour les maquettes statiques, la résolution est nécessairement, pour que l'exploitation soit possible, plus grossière que celle de la maquette numérique initiale. Ceci limite la pertinence de la session de Réalité Virtuelle dans ses capacités d'analyse. En effet, les résultats sont présentés sous forme de moyennes qui ne peuvent rendre compte de la finesse des phénomènes que l'utilisateur cherche à représenter. Les maquettes multi-résolution n'ont pas ce défaut, par contre elles imposent de gérer un volume de données encore plus important que la maquette numérique initiale. Ceci limite grandement la performance de la session d'analyse. Dans ce contexte, nous mettons en évidence les avantages et inconvénients des algorithmes de simplification existants. Nous proposons ensuite un algorithme qui prend le meilleur parti des deux méthodes, en construisant une hiérarchie multi-résolution de modèles statiques.

Cette approche nous permet de définir le cadre de la passerelle proposée (Figure 4.3) entre la CAO et la réalité virtuelle. Notons que l'exportation vers la réalité virtuelle de maquettes numériques est le cœur même de notre exposé. La phase retour d'utilisation de la Réalité Virtuelle pour modifier la conception des maquettes numériques est volontairement laissée en pointillés et sera discutée dans les perspectives de ce chapitre [Beckers87, Beckers99]. Nous effectuerons un retour sur les limitations de notre méthode et proposerons des pistes pour des travaux futurs.



FIG. 4.3 – Schéma de principe de la passerelle

4.2.2 Simplification de maquettes numériques

Les algorithmes de simplification de maillages peuvent être classés en trois catégories principales. Les premiers, basés sur des maillages statiques, permettent des utilisations en

Réalité Virtuelle mais pour des données de taille limitée. Les seconds, basés sur des représentations multi-résolution, permettent d'analyser des modèles plus importants, mais au prix de performances limitées. Les troisièmes, basés sur des représentations hybrides, offrent les avantages des deux précédents sans en cumuler les inconvénients. Notre proposition se place dans cette troisième catégorie et nous la positionnerons par rapport aux autres algorithmes de cette nature.

Quelque soit la méthode, la simplification des géométries est un processus itératif qui repose sur deux éléments clés : le premier est une fonction de coût et le second, est un opérateur de simplification. La fonction de coût doit, pour chaque pas de simplification, choisir quel élément du maillage (sommet ou arête ou maille) doit être traité. Le critère est la minimisation de la distorsion entre le maillage simplifié et le maillage initial [GH97]. L'opérateur de simplification supprime des éléments de base (sommet, arête ou maille). Pour des utilisations en multi-résolution, où le maillage initial doit pouvoir être reconstruit, il est associé à son opérateur inverse.

Simplification basée sur des maillages statiques

Les algorithmes de simplification statique engendrent une approximation de la géométrie du modèle initial. La maquette virtuelle est alors découplée de la maquette numérique. Ce point est limitant. En effet, pour l'analyse de résultats, nous devons pouvoir accéder à la donnée initiale sur le maillage initial. Les algorithmes de simplification sont basés sur les polygones [LF05], sur les surfaces [CVM⁺96] ou sur les images [LT00]. Des approches récentes sur les polygones permettent des simplifications de modèles qui ne tiennent pas initialement en mémoire pour de très grands modèles [Lindstrom00] ou basées sur un remaillage dynamique [VRS03]. Elles sont finalement proches des algorithmes de multirésolution. Ces méthodes ont été utilisées avec succès pour l'analyse de résultats de calcul par éléments finis [FLGB02] où le traitement de la simplification est piloté par la géométrie et les résultats. Cette dernière méthode est adapté à notre problématique à ceci près qu'elle ne traite pas les modèles qui ne tiennent pas en mémoire. Les algorithmes basés sur l'utilisation de maillages statiques ont des points forts. La phase de simplification est effectuée une fois pour toute dans la préparation des modèles et n'est donc pas trop contrainte par la rapidité d'exécution de l'algorithme. Ceci permet de développer des algorithmes qui contrôlent correctement la distorsion des modèles. De plus, comme ces modèles sont statiques, ils peuvent être compilés² pour des performances optimales (affichage de 3 à 4 fois plus rapide) [Hoppe99, BG01]. L'utilisation de ces modèles (figure 4.4) consiste en une commutation entre les niveaux de détails, cette méthode devrait être bien adaptée à notre utilisation. Par contre, comme la maquette virtuelle est une approximation de la maquette numérique, l'analyse ne peut se faire qu'à cette échelle et jamais à la résolution initiale.

Simplification par des méthodes multi-résolution

Dans les méthodes multi-résolution [Hoppe96], la phase de simplification consiste à définir une hiérarchie qui permet de représenter le modèle original dans sa totalité. Cette

²la compilation est une préparation spécifique pour la carte graphique qui, par regroupement de polygones, augmente significativement les performances d'affichage.



FIG. 4.4 – Quatre représentations à des résolutions statiques différentes pour le même objet.

hiérarchie conserve l'ensemble des opérateurs de simplification employés. Sur la figure 4.5, la méthode choisit les nœuds à afficher en fonction du point de vue et affiche la partie droite de la sphère en résolution maximale tandis que la partie gauche est en résolution basse. En utilisation dans une session d'analyse, la méthode reconstruit localement (à la demande ou en fonction du point de vue) la résolution initiale. C'est un des points forts de ces approches qui permet d'accéder à l'information initiale au cours de l'analyse. De plus, comme la résolution la plus fine n'est affichée que localement, il n'y a pas de limitation forte du côté de la carte graphique de la machine autre que le fait que les modèles ne peuvent être compilés. Par contre, la reconstruction consomme des ressources de calcul de manière importante et les recherches actuelles se focalisent notamment sur l'amélioration des performances [KL03, PD04]. C'est à ce prix que ces méthodes pourront s'appliquer à l'analyse de modèles importants.

Méthodes multi-résolution hybrides

Les deux méthodes étudiées ne répondent pas totalement à notre problématique. En effet, les méthodes basées sur des modèles statiques ne garantissent pas l'accès à la résolution initiale des modèles et les méthodes multi-résolution sont trop consommatrices



49

FIG. 4.5 – Vue multi-résolution pilotée par le point de vue (ici placé à droite)

de ressources de calcul pour permettre l'analyse de modèles importants. L'idée, que nous développons par la suite, est donc de créer une hierarchie multi-résolution de modèles statiques [CGG⁺04, YSGM04, GM05, BGB⁺05]. En regroupant des nœuds dans des petits maillages statiques que l'on peut compiler, on crée une structure plus petite qui est donc plus rapide à parcourir. L'utilisation des ressources de calcul est minimisée, l'utilisation de la carte graphique est maximisée et l'utilisateur peut accéder aux données initiales. Ces méthodes mixtes répondent à notre problématique. Par contre, les approches proposées utilisent des algorithmes de décomposition spatiale qui subdivisent le maillage jusqu'à obtenir un nombre de polygones par cellule de l'espace. Dans le cas de modèles concaves ou d'épaisseur fine, les associations peuvent ne pas avoir de sens. Pour cette raison, nous proposons de développer ces idées sur des méthodes de décomposition qui s'appuient sur la maquette numérique elle-même.

4.2.3 Simplification sans perte

Pour proposer la méthode de simplification sans perte de maillage, nous construisons une structure multi-résolution fondée sur un partitionnement du maillage d'entrée. Chaque sous-maillage est alors traité statiquement. Ceci permet d'obtenir les performances voulues lors de l'affichage de celui-ci et également de revenir à la résolution initiale avec des performances dictées par les stratégies de niveaux de détails statiques. À ce niveau de détail, qui correspond à la résolution initiale, l'analyse des résultats est immédiate.

Dans la structure de données proposée, présentée sur la figure 4.6, chaque sous-maillage est indépendant de ses voisins et plusieurs niveaux de détails sont créés. Comme expliqué ci-dessous, un graphe dual de la partition est alors créé pour conserver la structure to-pologique du modèle initial. L'utilisateur est libre de commuter interactivement entre les différents niveaux de détails sur chaque sous-maillage. Cette stratégie où l'utilisateur mène l'analyse nous semble préférable à l'utilisation d'heuristiques d'affichage (par exemple, en fonction du point de vue) qui perturberaient l'étude en imposant des changements indépendant de la volonté de l'utilisateur. Néanmoins, ce point pourrait être étendu en proposant des stratégies d'affichage mixtes qui pourraient choisir d'afficher un niveau de détail déterminé dans la zone d'intérêt sur laquelle focalise l'utilisateur et lui laisseraient l'initiative du pilotage fin.

Notre algorithme de préparation consiste en trois phases principales :





FIG. 4.6 – Notre structure de données multi-résolution

- 1. Partitionnement du maillage;
- 2. Préparation du graphe dual de la partition ;
- Création de plusieurs niveaux de détails pour chaque sous-maillage et compilation de ceux-ci.

Partitionnement du maillage

Pour effectuer le partitionnement, nous utilisons une méthode qui permet de créer des sous-maillages sous différents critères [SK03] et qui a prouvé son efficacité tant du point de vue de la rapidité que du point de vue de la qualité du partitionnement obtenu. Un des critères, le plus simple, est de répartir équitablement le nombre de polygones dans chaque sous-ensemble. D'autres pourraient être plus adaptés à nos objectifs d'analyse de résultats et de proposition de modification de la conception. Ceux-ci devraient s'appuyer, par exemple, sur des rayons de courbure locaux (congés de raccordement) où les chances de voir apparaître les contraintes dimensionnantes pour la structure sont les plus importantes ou directement sur les grandeurs calculées lors de la simulation (gradient de contrainte, par exemple). Sur la figure 4.7, nous présentons la partition en 300 sous-maillages d'une structure composée de 184000 sommets. Cette structure est extraite du modèle de la centrale d'UNC Chapel Hill³ qui est généralement utilisée comme cas-test de visualisation de maillage. Bien que le maillage initial soit concave, la partition est correcte car les différentes parties de la structure sont distribuées dans les différents sous-maillages.

Graphe dual de la partition

Le graphe dual est simplement le graphe de voisinage des sous-maillages, il permet un traitement du modèle global en identifiant chaque voisin de chaque sous-maillage. Définir ce graphe dual est simple [OB02], nous en présentons la méthode sur la figure 4.8 où un *sommet dual* est associé à chaque sous-maillage et où une *arête duale* relie chaque paire de sous-maillages qui partage au moins une arête.

³http://www.cs.unc.edu/~geom/Powerplant/



FIG. 4.7 – Partitionnement d'un maillage d'une structure fine et concave . (a) & (b) Le modèle d'entrée. (c) La partition prend correctement l'épaisseur des pièces en compte.



FIG. 4.8 – Principe d'établissement d'un graphe dual de partition d'un maillage bidimensionnel

Sur la figure 4.9, nous représentons le graphe dual pour deux modèles classiques de la littérature. Notons que sur de tels modèles plutôt convexes, le graphe dual rend compte de la silhouette de l'objet initial.

Le graphe dual peut être très facilement chargé en mémoire. En effet, la partition d'un maillage composé de 1 million de polygones et décomposé en sous-maillages de 2000 polygones ne sera composé que de 500 sommets duaux qui correspondent au nombre de partitions. Ce graphe a deux propriétés que nous souhaitons souligner :

- Il est facile de l'utiliser pour mettre en place des stratégies de pré-chargement : Quand l'utilisateur porte son intérêt sur une zone particulière, les différentes résolutions de ce sous-maillage sont chargées ainsi que celles des voisins immédiats. Les sousmaillages qui n'ont pas été utilisés pendant un temps déterminé peuvent également être déchargés de la mémoire. C'est cette propriété, utilisée dans les gestions auto-





FIG. 4.9 – Graphe duaux des maillages partitionnés. (a) & (c) Modèles initiaux (b) Club de golf, 150 sous-maillages. (d) Bouddha joyeux, 1000 sous-maillages

matiques de caches, qui permet l'analyse de structures qui ne tiennent pas dans la mémoire.

- Il est facile de gérer la résolution globale de la structure : l'utilisateur souhaite, pour une analyse plus confortable, que deux sous-maillages voisins soient affichés avec des résolutions proches. Le graphe dual, en exprimant une relation de voisinage, permet d'adapter les résolutions des sous-maillages voisins du sous-maillage d'intérêt en traitant les éventuelles dépendances cycliques.

Traitement des sous-maillages

Nous savons maintenant comment est gérée la structure de données. Il reste à aborder le point de création des différentes résolutions basses des sous-maillages. Il faut absolument éviter les artefacts d'affichages qui apparaîtraient si les frontières n'étaient pas stables. Nous avons donc complété les méthodes classiques de simplification par une contrainte de bord dont le principe est représenté sur la figure 4.10 : les frontières des sous-maillages sont figées et ne sont pas simplifiées. Les performances d'affichage pourraient encore être améliorées en autorisant une stratégie multi-résolution sur les frontières.



FIG. 4.10 – Décimation à frontières figées

Comme dans les environnement à niveaux de détails statiques, chaque sous-maillage est compilé pour optimiser l'affichage par le GPU (Graphic Processor Unit). Pour permettre une indépendance des résolutions, celles-ci sont, pour chaque sous-maillage, stockées indépendamment sur le disque dur.

4.2.4 Résultats

L'environnement a été développé sur un Pentium-IV à 2GHz et à 1GB de RAM avec une carte graphiques nVidia Quadro4 200 NVS. La bibliothèque de partitionnement choisie est METIS⁴ car elle est rapide et gère la répartition de charge entre les partitions. La décimation (simplification) à frontières figées de chaque sous-maillage est réalisée en utilisant l'algorithme de décimation de Garland [GH97], qui est efficace du point de vue temps et conserve correctement la silhouette du modèle, et chaque sous-maillage est compilé en utilisant la bibliothèque nVidia NvTriStrip⁵.

modèle	jante	club de golf	culasse
nb sommets	569932	839110	2679412
nb faces	1139904	1678216	5358848
nb sous-maillages	150	150	600
taille du graphe dual	2,112 ko	2,076 ko	8,360 ko
nb niveaux / sous-maillage	3	5	4
temps de partition	5 s	9 s	28 s
temps de simplification	12 s	26 s	306 s
temps total	24 s	42 s	390 s

TAB. 4.1 – Temps de traitement en fonction de la taille

La table 4.1 présente les résultats de la phase de préparation pour trois modèles, une jante (figure 4.11), un club de golf (figure 4.9), une culasse (figure 4.12). Chaque partition contient 10000 polygones à la résolution initiale. Comme attendu le graphe dual est petit et peut être chargé en mémoire. Par contre, la place utilisée (sur le disque) a augmenté, puisque nous devons sauvegarder toutes les résolutions. Ce compromis entre la place occupée et le temps de calcul est d'ailleurs un compromis classique qui ne pose pas de problème majeur grâce à notre gestion hors-mémoire des sous-maillages. Le dernier modèle, à 2,6 millions de sommets et 5,3 millions de faces, est traité en 390s.



FIG. 4.11 – Une jante (a) Vue globale (b) La partition (c) Affichage multi-résolution

Sur la table 4.2, nous montrons les vitesses d'affichage pour les trois modèles étudiés. Ces résultats montrent que chacun des modèles peut maintenant être analysé interactive-

⁴http://www-users.cs.umn.edu/~karypis/metis/

⁵http://developer.nvidia.com/object/nvtristrip_library.html

ment. Même le modèle de culasse, qui initialement ne tient pas en mémoire, est accessible à l'analyse. L'utilisateur analyse le modèle à la résolution basse et peut commuter, pour chaque sous-maillage, à la résolution souhaitée et ainsi accéder aux grandeurs initiales. Nous avons mis en œuvre des heuristiques de chargement et déchargement sur le disque, basés sur l'utilisation du graphe dual, qui optimisent ces temps de réponse.

modèles	jante	clud de golf	culasse
Images par seconde haute résolution	5.1	2.8	«1
Images par seconde basse résolution	110	90	50
Images par seconde multi-résolution	40	37	27

T - 10	A CC 1	•	1	1 1	/ /. •
TAB 47_	Attichage en	images na	r seconde en	analyse d	e déométrie
IAD. 7.2	7 minunage en	mages pa	seconde en	analyse u	c geometric



FIG. 4.12 – Une culasse (Courtoisie de OpenCascade, http://www.opencascade.org) (a) Vue globale (b) Zoom à basse résolution

(c) Affichage multi-résolution (d) Affichage hybride

4.3 Conclusions et perspectives

Notre objectif était de contribuer à l'analyse de maquettes numériques dans des session de Réalité Virtuelle. Dans de telles sessions, l'utilisateur doit pouvoir accéder très rapidement à l'information contenue initialement dans la maquette numérique. Cette information est réputée pertinente puisqu'elle est le résultat de simulations précises que le concepteur a décidé. Comme le temps de préparation des données peut être masqué, par exemple dans

le temps de réalisation des simulations, le point fondamental n'est pas la rapidité de création de la maquette virtuelle. Par contre, son utilisation doit pouvoir être effectuée dans un temps compatible avec l'interactivité souhaitée. Pour satisfaire cette contrainte, nous avons proposé une approche basée sur le partitionnement des structures, la création de niveaux de détails pour chacun des sous-domaines définis. La structure proposée permet, et cela est fondamental, d'accéder, à la demande, à la totalité de l'information contenue dans la maquette numérique. Dans le cas de calculs par sous-structures, l'utilisateur a défini ses sous-structures en fonction de son étude. Notre approche pourrait très facilement prendre ce premier découpage comme point de départ. Nos travaux ont, jusqu'à présent, porté sur l'affichage de mailles de surfaces. Nous travaillons actuellement à l'extension de notre méthode aux éléments volumiques avec la même approche. La difficulté majeure est de mettre en place l'algorithme de simplification de tels éléments et de proposer des affichage hybrides volumiques et surfaciques.

Il serait intéressant que la session ne soit pas qu'une analyse des maquettes numériques. Le point qui nous semble important est le \ll retour sur conception \gg présenté sur la figure 4.3. En effet, nous pensons que durant l'analyse, l'utilisateur doit pouvoir créer des annotations, isoler des partitions, qui devront servir à modifier la CAO initiale pour améliorer la conception. Pour ce faire, la liaison entre la CAO et sa représentation par maillage devra être conservée dans notre structure de données.

Chapitre 5

L'humain virtuel dans l'environnement

5.1 Problématique

Nous le constatons au cours de ce document, notre approche de la réalité virtuelle est orientée vers la compréhension des phénomènes physiques. Les points sur lesquels nous nous sommes focalisés jusqu'alors concernent essentiellement la conception de produits. L'humain, lui, peut être vu de deux façons. Il peut être l'utilisateur et nous avons déjà abordé ce point, mais il peut être aussi intégré dans l'environnement virtuel comme représentation de l'utilisateur où comme une objet à part entière et éventuellement doté d'une part d'autonomie. Il pourra servir à peupler les environnement virtuels pour aller toujours plus loin dans l'imitation de la réalité. Des environnements virtuels peuplés par des humains virtuels aux mouvements crédibles peuvent être utilisés pour :

- des études d'accessibilité ou d'ergonomie [BCCP01, CBHG04, MFS04] dans le cadre du développement de produits ou des contrôle de posture [BMT96]. Ici, on utilise des mannequins virtuels qui représentent l'humain en situation;
- des études de mouvement pour l'optimisation du geste sportif et pour comprendre les fondamentaux du mouvement [DR04];
- des études de comportement autonome [Donikian04] où, en plus de la description du mouvement, des modèles sont proposés pour la modélisation du comportement. Ceci permet d'explorer d'autres voies offertes par la Réalité Virtuelle, comme, par exemple, le comportement de foules où le mouvement crédible est un pré-requis.

Dans toutes ces approches, l'humain est considéré comme un système poly-articulé. Les modèles mécaniques proposés vont de la description cinématique [BT92] à l'intégration des lois de la dynamique qui permettront de calculer les efforts aux articulations. L'étude de ces modèles pour la représentation du mouvement humain permettra en retour de créer des humains virtuels crédibles destinés à peupler les univers virtuels. Malgré tout, les approches purement basées sur la dynamique [Hodgins96] montrent leurs limites quand il s'agit de reproduire le mouvement réel. L'impression perçue est plutôt celle d'un mouvement de robot. Ceci est principalement dû à la difficulté de réalisation d'un contrôleur

[≪] naturel [≫]plutôt qu'à la modélisation mécanique utilisée. Nous n'avons pas la prétention ici de représenter le mouvement humain dans sa totalité. Nous proposons dans la suite de nous focaliser sur la marche des humains virtuels. En effet, nous pensons que c'est une des caractéristiques premières, celle qui permet de se déplacer, qui permettra d'atteindre, à terme, l'objectif de représenter un humain dans un environnement. Des plus, les limitations constatées dans les études purement dynamiques nous conduisent à penser qu'il faut d'avantage se baser sur la réalité des mouvements. C'est ici le réel qui va donner les informations à utiliser dans le virtuel. Nous travaillons donc à partir d'acquisitions de mouvements de marche réels que nous conservons dans une base de données. La problématique est, d'une part, d'adapter ces mouvements, obtenus sur des personnes de différentes morphologies, pour un humain virtuel cible représenté par son squelette et, d'autre part, de pouvoir modifier le mouvement obtenu [MMKA04]. Il existe en effet différentes manières de marcher qui ne sont pas obligatoirement représentées dans la base de données.

Nous proposons donc de développer la représentation générique des mouvements dans la base de données pour garantir les possibilités d'adaptation et de modification des mouvements de marche. Cette base de données, construite à partir de mouvement réels, contient implicitement des informations mécaniques. L'interpolation est alors une stratégie d'utilisation de ces données réelles proche des perspectives que nous avions dressées dans le chapitre 3 pour la représentation des phénomènes de choc. Le modèle cinématique de squelette utilisé sera développé et nous proposerons une méthode d'interpolation basée sur la morphologie, voire sur la posture, qui semble être adaptée à la problématique, comme suggéré par la phase de validation que nous proposers. Enfin, ces méthodes ont étés utilisées dans le cadre d'un projet ATIP/CNRS pour proposer un outil de représentation de la marche basé sur la connaissance morphologique et appliqué à la représentation de la marche des hominidés disparus [BNM⁺05a, BNM⁺05b, BNMD05] destiné à nos collègues paléoanthropologues. Ces travaux font l'objet de la thèse de Nicolas Pronost [PDB03, PDB06, PNDM05], qui doit être soutenue dans le courant de l'année 2006.

5.2 Contribution

5.2.1 Introduction

Pour atteindre le réalisme du mouvement humain dans le cas de la marche, nous proposons de définir une méthode d'interpolation dans une base de données qui est basée sur des données morphologiques, des données posturales et des contraintes extérieures. Les données morphologiques décrivent aussi bien les personnes dont le mouvement a été acquis que les squelettes cibles qui sont les modèles des humains virtuels considérés et sur lesquels le mouvement doit être adapté. Notre système d'acquisition de mouvement utilise des marqueurs et des caméras à infrarouge (Vicon®), mais des techniques de reconstruction à partir de vidéos [BMP04] sont également envisageables.

La simulation de la locomotion s'appuie principalement sur trois approches [MFCGD99] que sont la cinématique directe ou inverse, la dynamique directe ou inverse, et l'adaptation de mouvement.

En cinématique directe les trajectoires sont fournies et le système rejoue le mouvement. Ces techniques nécessitent un bonne connaissance du mouvement. En cinématique inverse

les trajectoires des effecteurs (mains, pieds) sont données et les angles aux articulations sont calculés en s'appuyant sur la description du squelette. Cette simulation est très rapide, au moins sur des modèles partiels mais il n'existe pas de garantie de réalisme des mouvements obtenus. Certains auteurs ont utilisé cette approche pour l'adaptation aux contraintes engendrées par le contact des pieds au sol [LS99, CK00, KGS02].

La dynamique inverse utilise les mêmes trajectoires que la cinématique inverse et se focalise sur le calcul des résultantes d'efforts et des couples aux articulations pour produire le mouvement. Ces résultats peuvent d'ailleurs être utilisés pour des études de pénibilité de tâches ou d'ergonomie. L'utilisation des données inertielles des membres [dL96] engendre des mouvements beaucoup plus lisses que dans le cas précédent et respectant les lois fondamentales de la dynamique. La dynamique directe cherche à reproduire un mouvement en affectant des couples aux différentes articulations. Cette approche est souvent inspirée des asservissements proposés en robotique [BMH98]. Elles conduisent en général à des mouvements saccadés.

L'adaptation de mouvement [Gleicher98] consiste en la reproduction de mouvement par un personnage de proportions morphologiques différentes et est basée sur la déformation de mouvements obtenus par des dispositifs d'acquisition. Elle peut être basée sur la déformation des courbes caractéristiques du mouvement [WP95, BW95]. Cette déformation peut alors être complétée par l'utilisation de modèles biomécaniques [KSK00, SC02], des modèles de cinématique inverse [MBBT00] ou des modèles dynamiques [PW99, ZH99]. Seules d'importantes bases de données de mouvements garantiront la richesse nécessaire à la mise en place de telles méthodes d'interpolation [RCB98, KG04, GMHP04]

Nous proposons de de nous focaliser sur une telle méthode d'interpolation. L'approche proposée consiste en un traitement systématique de données que nous avons acquises au moyen d'un système Vicon® constitué de caméras à infrarouge. Nous avons construit cette base de données à partir de 120 mouvements de marche (40 sujets différents, 3 expériences de marche par sujet). Dans cette base de données, nous proposons une représentation synthétique des trajectoires de marche. Cette représentation synthétique, normalisée par la morphologie et par la fréquence de la marche, est utilisée pour réaliser une adaptation morphologique du mouvement au squelette cible (le squelette cible n'est pas toujours un des sujets enregistrés). L'adaptation morphologique est réalisée par une interpolation généralisée dans la base de données. Elle prend en compte les paramètres géométriques du squelette cible pour proposer un mouvement adapté reconstruit par cinématique inverse. Dans le cadre de la collaboration avec nos collègues paléoanthropologues, nous avons également proposé une interpolation posturale (figure 5.1). Cette seconde interpolation est nécessaire pour appliquer la méthode à Lucy (Australopithecus Afarensis).

5.2.2 Construction de la base de données

Nous utilisons un squelette de description classique à onze degrés de liberté. Pour la marche, nous nous sommes limités à une chaîne cinématique composée d'un bassin et, pour chaque jambe, d'un fémur, d'un tibia et d'un pied. Le bassin possède trois degrés de liberté de rotation et sa translation est gérée en altitude par les contraintes d'appui des pieds au sol et les translations dans le plan horizontal sont gérées par le placement dans l'environnement (coordonnées relatives). La liaison entre le bassin et le fémur est une rotule à trois degrés de



FIG. 5.1 – Trois postures différentes

liberté de rotation également. La liaison entre le fémur et le tibia est une liaison pivot dont nous préciserons la construction de l'axe. La liaison entre le tibia est une liaison pivot qui ne sera pas utilisée dans le modèle cinématique mais servira à corriger les interpolations retenues.

Notre système d'acquisition actuel a une fréquence de 60Hz, pour un cycle de marche dont la durée moyenne est environ 1,3s nous obtenons une représentation brute du mouvement par 80 points (environ). Ce cycle peut être caractérisée de manière compacte par une courbe spatio-temporelle, la *poulaine* [Multon98], qui traduit le mouvement relatif de la cheville dans le repère centré sur le centre du bassin (Figure 5.2). La nécessité d'une représentation plus compacte et plus générique nous a conduit à définir un ensemble de quatre points caractéristiques, support d'une courbe polynomiale, calculée automatiquement par ajustement. Notre base de données (\mathcal{D}) est constituée, pour chaque acquisition, de ces quatre points et des tangentes en ces points. Nous utilisons une interpolation polynomiale d'ordre 3 générique (Courbe de Coons [Coons67]) qui garantit les continuités nécessaires. Les coordonnées de ces points *i*, *i* \in (1, 2, 3, 4) pour la courbe d'indice *k* sont notées (x_i^k, y_i^k, z_i^k) et les coordonnées des tangentes en ces points sont (tx_i^k, ty_i^k, tz_i^k).

Nous avons souligné que deux personnes (avec des morphologies différentes) n'ont pas la même amplitude de mouvement ni la même durée de pas. Cette courbe est donc adimensionnée par la longueur du membre inférieur, qui est connue pour influer fortement sur les caractéristiques géométriques du mouvement [SC02]. La gestion du temps est assurée par l'utilisation d'un profil moyen des vitesses. Ce profil, construit comme la moyenne de tous les profils de vitesse des mouvements enregistrés, permet d'approcher les grandeurs initiales avec un écart inférieur à 10%.

Dans la suite, nous utiliserons le repérage suivant :

- le centre du repère O est le centre de gravité de l'humain, il se situe au centre du bassin;
- l'axe \vec{x} est la direction du déplacement, orthogonale au plan frontal, et la coordonnée x gouverne la longueur des pas ;
- l'axe z est l'axe vertical, orthogonal au plan transverse, et la coordonnée z gouverne la posture du squelette;
- l'axe \vec{y} est le vecteur complémentaire tel que $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est un repère orthonormé direct. Il est orthogonal au plan sagittal et la coordonnée y gouverne l'écartement des



FIG. 5.2 – La courbe caractéristique : la poulaine

pieds du squelette.

Les longueurs des membres sont directement extraites de l'acquisition de mouvement en utilisant le paramétrage du squelette. Notons que nous avons pratiqué les acquisitions sur des sujets de morphologies très différentes comme en témoigne un extrait de ces grandeurs, répertorié pour cinq sujets dans la table 5.1.

Sujet	femme (1)	femme (2)	enfant	homme (1)	homme (2)
fémur (cm)	45.2	46.9	20.3	41.9	50.6
tibia (cm)	40.4	39.7	18.3	43.7	46.6
ratio fémur/tibia	1.12	1.18	1.11	0.96	1.09
jambe (cm)	85.59	86.6	38.6	85.6	97.2

TAB. 5.1 – Dimensions des membres inférieurs de 5 sujets

5.2.3 Adaptation du mouvement

Le processus d'adaptation est organisé en plusieurs étapes principales (Figure 5.3). L'utilisateur spécifie tout d'abord la description anatomique du squelette cible. Les données anatomiques sont utilisées comme facteur d'échelle pour l'interprétation des courbes de la base. L'utilisateur décrit ensuite les points d'appui au sol, i.e. la longueur des pas, et la posture de référence, i.e. au repos. Le module d'interpolation sélectionne dans la base \mathcal{D} les données qui répondent à ces spécifications.

L'idée fondamentale de notre méthode est de séparer les interpolations dans les trois directions \vec{x} , \vec{y} , \vec{z} et nous avons mené nos acquisitions en fonction des paramètres les plus influents dans chacun des plans anatomiques :

- Orthogonalement au plan frontal, la longueur du pas définit le paramètre sur l'axe \vec{x} (figure 5.4 :(a)). La première étape est de choisir, dans la base \mathcal{D} , la courbe (indice l) qui présente la longueur de pas la plus proche. On conserve alors les coordonnées sur \vec{x} des points (x_i^l , $i \in (1, 2, 3, 4)$) et de leurs tangentes (tx_i^l , $i \in (1, 2, 3, 4)$);
- Orthogonalement au plan sagittal, l'écartement des pieds est gouverné par les coordonnées des points suivant \vec{y} (figure 5.4 :(b)), ce qui conduit à la sélection de la





FIG. 5.3 - Le processus d'adaptation du mouvement

courbe d'indice e et à la réservation des points $(y_i^e, i \in (1, 2, 3, 4))$ et des tangentes $(ty_i^e, i \in (1, 2, 3, 4))$;

– Orthogonalement au plan transverse, pour des raisons d'équilibre [Whittle91], les coordonnées suivant \vec{z} (figure 5.4 :(c)) gouvernent la posture de référence, c'est à dire la position naturelle de l'humanoïde au repos. On sélectionne la courbe d'indice h, les coordonnées des points $(z_i^h, i \in (1, 2, 3, 4))$ et les tangentes associées $(tz_i^h, i \in (1, 2, 3, 4))$.



FIG. 5.4 – L'interpolation (a) selon \vec{x} (b) selon \vec{y} (c) selon \vec{z}

Nous disposons alors de toutes les données pour reconstruire la courbe adaptée au squelette cible. Notons que ces données peuvent avoir été sélectionnées sur des courbes d'indices différents, la courbe engendrée n'est donc pas initialement contenue dans la base \mathcal{D} . Si les spécifications d'entrée correspondent à un sujet dont l'acquisition a été réalisée (courbe d'indice k), l'algorithme choisit bien toutes les composantes sur la courbe de même indice k et propose la reconstruction à l'identique. Cette reconstruction, proposée sur la figure 5.5, valide la cohérence de l'approche. En effet, les différences entre la courbe acquise et la courbe reconstruite sont minimes. Ce processus de validation a été mené sur toutes les données initiales et présente les même résultats.



FIG. 5.5 – La courbe reconstruite dans les trois plans $(\vec{x}, \vec{z}), (\vec{x}, \vec{y}), (\vec{y}, \vec{z})$

Le profil des vitesses moyennes permet de recalculer une courbe temporelle, et ainsi de spécifier la vitesse de la marche désirée. Un fois cette première *poulaine* temporelle constituée, la seconde, pour l'autre pied, est considérée comme identique. Ceci conduit à engendre une marche symétrique. Les deux courbes doivent être ensuite synchronisées pour respecter les phases de double appui caractéristiques de la marche. Une résolution par un algorithme de cinématique inverse permet alors de calculer les trajectoires angulaires pour les différents degrés de liberté. La chaîne cinématique est redondante et ne peut être contrôlée uniquement avec cette trajectoire. Les tâches secondaires visent à respecter les butées articulaires et à minimiser l'énergie cinétique de rotation. Ce deuxième point est important car il permet d'obtenir des mouvements de bonne qualité. L'algorithme de cinématique inverse associé à la minimisation de ces deux tâches secondaires ne sera pas décrit ici. Enfin, le pied est positionné par rapport au squelette et au sol. Sa longueur est un paramètre qui permet de corriger la courbe obtenue pour prendre en compte le déroulé du pied.

5.2.4 Validation

La validation consiste à étudier les courbes articulaires obtenues pour différentes simulations. Pour l'ensemble des sujets, les résultats sont en accord avec les résultats de la littérature de biomécanique [Whittle91] et nous en présentons un exemple sur la figure 5.6. La figure 5.7 propose un aperçu plus global de l'approche appliquée à diverses caractéristiques morphologiques et à diverses postures.

5.2.5 Résultats

Nous avons présenté un partie des résultats au fil de la description de notre contribution. Nous souhaitons profiter de cette section pour revenir sur l'application de ces méthodes à la définition d'un outil de test d'hypothèse de marche destiné à aider la compréhension





64

FIG. 5.6 – Les angles obtenus pour un des sujets de la base



FIG. 5.7 – Extrait d'une simulation

de la marche bipède des Australopithèques. Notre projet¹ vise à évaluer et caractériser les potentialités locomotrices des hominidés fossiles par la modélisation et la simulation de leurs mouvements. L'approche choisie porte sur l'étude du squelette pelvien (figure 5.8). Le modèle tridimensionnel a été reconstruit à partir de la mesure du fossile. Les parties manquantes ont étés complétées par l'adjonction d'un genou issu d'un autre fossile, pour cause de mauvaise conservation du genou de Lucy, par hypothèse paléanthropologique pour le morceau manquant du tibia et par symétrisation de l'ensemble ainsi obtenu.

Pour la description du mouvement, nous avons décrit le squelette en position de référence. Ceci a permis de positionner les différents segments les uns par rapport aux autres et de déterminer les origines angulaires. Les points caractéristiques (figure 5.9) permettent

¹http ://www.cnrs.fr/SHS/recherche/article.php ?id_article=47

http://www.ivry.cnrs.fr/deh/berillon/locomotion.htm#evaluer_aptitudes_locomotrices



FIG. 5.8 – Squelette pelvien de Lucy vu de face (a) les données réelles, (Photo Gilles Berillon, Courtesie of Museum National of Ethiopia)

(b) la reconstruction 3D du squelette. En vert les parties préservées. En bleu, le genou d'un autre fossile d'Australopithèque. En gris les zones extrapolées par symétrie. (Courtoisie de Gilles Berillon CRNS/UPR 2147)

de décrire les liaisons (centre et axes associés). Ainsi, les points Pelv3g et Fem1g sont géométriquement confondus, ils définissent le centre de la liaison rotule gauche entre le bassin et le fémur gauche. Les points Fem9g et Fem10g définissent l'axe de la liaison pivot entre le fémur gauche et le tibia gauche, les points Fem6g et Tib1g géométriquement confondus finissent de définir cette liaison.



FIG. 5.9 – Identification des points caractéristiques pour décrire les liaisons (Courtoisie de Gilles Berillon CRNS/UPR 2147)

Notre méthode est appliquée et conduit à la construction de la *poulaine* de Lucy (figure 5.10) dont la validation est tout d'abord visuelle. Pour avancer dans le processus de validation, nous avons défini un outil d'interpolation morphologique et postural (figure 5.11),

qui s'appuie sur les méthodes présentées ci-dessus et qui permet de faire varier :

- les coordonnées des points anatomiques en position de référence ;
- la longueur du pied ;
- la longueur du pas ;
- la vitesse de déplacement;
- les butées articulaires.

Il propose des options de réglages tels :

- le choix du squelette parmi l'humain (Homo), le chimpanzé (Pan) et Lucy (Australopithecus) dont les modèles tri-dimensionnels paramétrés sont définis ;
- le choix de la visualisation tri-dimensionnelle (coupe en plan, zoom sur une articulation).

Il fournit;

- une visualisation tri-dimensionnelle du squelette choisi;
- les trajectoires angulaires calculées pour le squelette testé.





FIG. 5.10 – La *poulaine* reconstruite de Lucy

FIG. 5.11 – Outil d'interpolation morphologique et postural

La validation est d'abord visuelle. Elle permet de constater que, d'une manière générale, le mouvement reconstruit correspond à une marche bipède plausible. Le profil général des courbes humaines correspond aux trajectoires habituellement enregistrées sur des sujets vivants (figure 5.6). La trajectoire bimodale du genou, par exemple, comporte une première flexion juste après le contact du talon au sol, puis une deuxième flexion correspondant à la phase d'oscillation du membre.

Ces premiers tests mettent en évidence notre approche qui consiste à évaluer l'influence des paramètres anatomiques sur le déplacement bipède de humanoïdes. Il permet de tester séparément l'influence de chacun de ces paramètres. Ces tests doivent reposer sur un modèle fiable et l'on a montré, au moins chez l'homme, que cette condition est atteinte. Il s'agit donc d'un nouveau moyen de test des interactions articulaires à l'échelle du système complet ce que ne permettent pas les méthodes de comparaisons anatomiques classiques en vigueur chez nos collègues anthropologues. Peut-être pourrons bientôt, à partir des mouvements de l'humain réel obtenir, par un processus de simulation, le mouvement de Lucy (figure 5.12).



67

FIG. 5.12 – De l'humain à l'hominidé disparu?

5.3 Conclusion et perspectives

Nous avons proposé une première approche de modélisation du mouvement des humains virtuels. En effet, l'intégration d'humains, aux mouvements réalistes (plausibles), dans des applications de Réalité Virtuelle permettra d'envisager des utilisations plus pertinentes. Les études d'ergonomie ou d'accessibilité ont déjà été abordées dans la littérature et constituent certainement une piste d'avenir. Nous pensons que la connaissance du mouvement humain est encore trop peu avancée pour proposer des modèles paramétriques facilement utilisables qui rendraient compte fidèlement des mouvement de l'homme. Notre proposition est donc basée sur l'acquisition de mouvement réels en situation qui permettra de mieux comprendre le mouvement humain, de mieux le représenter et de mieux l'utiliser. Pour le moment, nous avons décliné notre approche sur l'étude de la marche, car il nous semble que le déplacement des humains virtuels dans l'environnement est un des principaux enjeux. Par contre, notre méthode semble applicable à l'ensemble des mouvements possibles.

Dans un avenir proche, nous souhaitons nous intéresser aux mouvement du haut du corps, et intégrer la prise en compte des lois de la dynamiques (dynamique inverse) dans nos modèles. En effet, l'interpolation généralisée est basée sur une approche purement cinématique du mouvement (trajectoires acquises). Elle conduit à la création d'un mouvement adapté au squelette cible, mais rien n'indique que le principe fondamental de la dynamique (PFD) soit respecté. À partir des mouvement acquis, de ces lois de la dynamique fondamentale, nous pensons pouvoir accéder aux efforts mis en jeu, notamment dans des actions qui sont connues pour être traumatisantes pour l'homme. Pour cela, nous nous appuierons sur l'intégration, en cours, des tables anthropométriques issues de la littérature de biomécanique. Nous pensons que l'approfondissement de la connaissance des mouvement permettra de proposer des postures et des gestes qui amélioreront le quotidien dans les entreprises. Les mêmes modèles pourront être appliqués à l'étude de gestes sportifs et de rééducation avec l'objectif soit de contribuer à améliorer la performance, soit de contribuer à définir des protocoles de rééducation.

Chapitre 6

Pistes et conclusion

Dans ce document, tout au long des conclusions partielles de chaque chapitre, nous avons essayé de mettre en exergue certains points qui nous semblaient importants et dont nous proposons une courte synthèse.

Nous avons proposé une définition du « prototypage virtuel » que nous avons étayée par le développement d'un exemple illustratif. Celui-ci nous a conduit à montrer la nécessaire cohabitation entre différentes disciplines en nous focalisant sur des problématiques de modélisation et de performance. Il nous a également permis de montrer l'intérêt de telles approches dans la conception de systèmes réels. Cette conception, s'appuie sur l'utilisation de la réalité virtuelle et induit la prise en compte des interactions entre les objets.

Pour aborder cette problématique, nous avons donc exploré deux approches complémentaires qui sont basées sur deux axes souvent considérés comme disjoints en mécanique. La première approche vise à considérer que les objets sont rigides et que la dynamique multi-corps est adaptée au traitement des contacts et des chocs. Ceci implique de modéliser les phénomènes d'interaction de manière adaptée et en respectant toujours, autant que faire se peut, les contraintes d'interactivité qui s'imposent. La deuxième approche vise à rendre compte effectivement des phénomènes localisés, en s'appuyant sur une modélisation de la mécanique des milieux continus, qui apparaissent au niveau des zones de contact ou de choc. Dans ce cas, la difficulté d'atteindre l'interactivité devrait pouvoir être contournée par une interpolation dans une base de donnée correctement construite à partir de résultats de simulation des interactions entre les objets.

La réalité virtuelle permet d'interagir avec des objets, représentés par leurs modèles mécaniques, et permet également d'interagir avec des données ou résultats associés à ces objets. Nous avons exploré une piste qui devrait faciliter le processus de conception en rendant possible l'analyse de ces données, partie intégrante de la « maquette numérique ». C'est sans doute une piste qui conduit à la transformation de la « maquette numérique » en « prototype virtuel ».

Enfin, la représentation de l'humain devient de plus en plus importante dans le processus de conception. Nous nous sommes focalisés sur l'étude de son mouvement, pour le moment limité à la marche, par des méthodes qui consistent une nouvelle fois à utiliser une base de donnée, mais construite dans ce cas à partir de données réelles.

Notre credo initial s'est appuyé et s'appuie sur deux axes.

Le premier de ces axes est l'étude de la relation entre le \ll monde réel \gg et le \ll monde virtuel \gg . Notre représentation du monde réel et des objets qui le composent a conduit le genre humain à proposer des modèles qui expliquent les phénomènes. Ceci est particulièrement vrai pour la science de la mécanique. En nous appuyant sur certains de ces modèles, choisis en fonction de l'objectif, nous pouvons proposer une représentation virtuelle du monde qui est crédible. La réalité virtuelle permet alors d'interagir avec ce monde comme s'il était réel. Cette interaction permet alors d'accéder à des informations et comportements que l'on n'aurait pu tester dans le monde réel et modifie notre compréhension du monde en permettant d'affiner nos modèles. La boucle est bouclée, du réel vers le virtuel et du virtuel vers le réel.

Le second de ces axes est la nécessaire pluridisciplinarité. La mécanique est par essence pluridisciplinaire, en termes de modèles de représentation des phénomènes, d'algorithmique et de méthodes de calcul et ce, même si le principe des puissances virtuelles offre une vision unifiée. La réalité virtuelle est également pluridsciplinaire par essence, en termes d'intégration des méthodes et algorithmes de calculs et de contrôle des interfaces, par exemple.

Nous nous focalisons sur la collaboration, nécessairement pluridisciplinaire elle aussi, entre ces deux « mondes » en tablant sur leur enrichissement mutuel, ce que nous espérons avoir en partie démontré. En nous focalisant plus spécifiquement sur la mécanique, nous avons en quelque sorte une pluridisciplinarité à tiroirs. La « dynamique multi-corps », souvent entendue comme dynamique des systèmes de corps rigides [Bamberger81b], cohabite avec la mécanique des milieux continus, où des milieux déformables [Bamberger81a]. Ces approches gagneraient, et c'est naturel en réalité virtuelle, à être associée à une gestion multi-échelle des temps pour les modèles dont les fréquences de calcul sont très différentes mais aussi à une gestion multi-échelle spatiale rendant compte du regard que l'on souhaite avoir sur le phénomène. Ces deux domaines de la mécanique, souvent disjoints, ne sont finalement qu'une seule et même vision à des échelles différentes. De loin et de l'extérieur, les solides sont rigides, de près et de l'intérieur le modèle déformable s'impose souvent, de très près la physique prend le dessus et finalement propose des approches particulaires peu éloignées des approches qui étudient les matériaux granulaires. Cette cohabitation multimodèles, que nous avons mise en exergue, devrait se structurer en approches hiérarchiques, soit de type éléments finis hiérarchiques, soit de type mixte et impliquant des systèmes multi-corps constitués aussi bien de corps rigides rigides que de corps déformables. Un modèle complet de corps humain serait un exemple d'une telle réalisation.

[≪] Pour finir, je tiens à vous remercier de m'avoir accompagné jusqu'à ce point, en espérant que les idées développées dans ce document vous seront utiles. [≫]
Bibliographie

[AAS99]	Aliyu (M. D. S.) et Al-Sultan (K. S.). – Fast collision detection in four-dimensional space. <i>European Journal of Operational Research</i> , vol. 114, n° 2, avril 1999, pp. 437–445.
[AC86]	Alart (Pierre) et Curnier (Alain). – <i>Contact discret avec frottement : uni- cité de la solution, convergence de l'algorithme.</i> – Rapport technique, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Laboratoire de mécanique appliquée, 1986.
[Acary01]	Acary (Vincent). – Contribution to the mechanical and numerical mo- delling of masonry structures. – Mémoire de Thèse de Doctorat, Su- pervisor : Michel Jean, Ecole Supérieure de Mécanique de Marseille, Université d'Aix-Marseille II, 5 janvier 2001. (in french).
[Ackerman98]	Ackerman (Michael J.). – The visible human project. <i>In</i> : <i>Proceedings</i> of the IEEE, pp. 504–511. – mar 1998.
[ADDC03]	Arnaldi (Bruno), Donikian (Stéphane), Duval (Thierry) et Chauffaut (Alain). – <i>Le traité de la réalité virtuelle, 2ème édition</i> , chap. Open- MASK : {Multi-threaded Modular} Animation and Simulation {Ker- nel Kit}, pp. 125–153. – Presses de l'Ecoles de Mines de Paris, october 2003.
[ADH91]	Arnaldi (Bruno), Dumont (Georges) et Hégron (Gérard). – Animation of physical systems from geometric, kinematic and dynamic models. <i>In : Modeling in Computer Graphics</i> , éd. par Springer-Verlag. IFIP Working conference 91 (TC 5/WG5. 10), pp. 37–53. – avril 1991.
[AJ00]	Acary (Vincent) et Jean (Michel). – Numerical modeling of three di- mensional divided structures by the non smooth contact dynamics me- thod : Application to masonry structure. <i>In : The Fifth international</i> <i>Conference on Computational Structures Technology 2000</i> , éd. par Top- ping (B.H.V.). pp. 211–222. – Civil-Comp Press, 6-8 September 2000.
[Aliyu00]	Aliyu (M. D. S.). – A vertex algorithm for collision detection. <i>European Journal of Operational Research</i> , vol. 120, n ^o 1, janvier 2000, pp. 174–180.
[Arnaldi94]	Arnaldi (Bruno). – Animation de systèmes physiques. – mémoire d'ha- bilitation à diriger les recherches, université de Rennes I, fevrier 1994.

[Arnaldi03]	Arnaldi (B.). – <i>Le traité de la réalité virtuelle, 2ème édition</i> , chap. PERF-RV : plate-forme française de réalié virtuelle, pp. 157–205. – Presses de l'Ecoles de Mines de Paris, october 2003.
[Bamberger81a]	Bamberger (Yves). – Mécanique de l'ingénieur : Milieux déformables.– 293 rue Lecourbe 75015 Paris, Hermann, 1981, volume 2.
[Bamberger81b]	Bamberger (Yves). – <i>Mécanique de l'ingénieur : Systèmes de corps rigides</i> . – 293 rue Lecourbe 75015 Paris, Hermann, 1981, volume 1.
[Baraff89]	Baraff (David). – Analytical methods for dynamic simulation of non- penetrating rigid bodies. <i>In</i> : <i>Proceedings of SIGGRAPH</i> '89. pp. 223– 232. – ACM Press, 1989.
[Baraff90]	Baraff (David). – Curved surfaces and coherence for non-penetrating rigid body simulation. <i>In</i> : <i>Proceedings of SIGGRAPH</i> '90. pp. 19–28. – ACM Press, 1990.
[Baraff91]	Baraff (David). – Coping with friction for non-penetrating rigid body simulation. <i>In</i> : <i>Proceedings of SIGGRAPH '91</i> . pp. 31–40. – ACM Press, 1991.
[Baraff93]	Baraff (David). – Issues in computing contact forces for non penetrating rigid bodies. <i>Algorithmica</i> , vol. 10, 1993, pp. 292–352.
[Baraff94]	Baraff (David). – Fast contact force computation for nonpenetrating rigid bodies. <i>In</i> : <i>Proceedings of SIGGRAPH</i> '94. pp. 23–34. – ACM Press, 1994.
[Baraff96]	Baraff (David). – Linear-time dynamics using lagrange multipliers. <i>In : Proceedings of SIGGRAPH '96</i> . pp. 137–146. – ACM Press, 1996.
[BBH ⁺ 87]	Barr (A.), Barzel (R.), Hauman (D.), Kass (M.), Platt (J.), Terzopoulos (D.) et Witkin (A.). – Topics in physically-based modeling. <i>ACM SIGGRAPH'87 Courses Notes</i> , vol. 17, 1987.
[BC85]	Bathe (K. J.) et Chaudary (A.). – A solution method for planar and axisymetric contact problems. <i>International Journal for Numerical Methods in Engineering</i> , vol. 21, 1985, pp. 65–88.
[BCC ⁺ 03]	Bennis (Fouad), Chablat (Damien), Chedmail (Patrick), Colmard (Georges) et Léon (Jean-Claude). – La réalité virtuelle pour le déve- loppement de produits. – Présentation de la réalité virtuelle du campus numérique AIP/PRIMECA au 8 ^{ième} colloque national sur la conception intégrée, avril 2003.
[BCCP01]	Bidault (F.), Chablat (D.), Chedmail (P.) et Pino (L.). – Distributed approach for access and visibility task under ergonomic contraints with a manikin in a virtual reality environment. <i>In</i> : <i>Proceeding of the 10th IEEE International Workshop on Robot and Human Communication</i> , pp. 32–37. – septembre 2001.
[BCD02]	Bidaud (Philippe), Chapelle (Frédéric) et Dumont (Georges). – Evo- lutionary optimization of mechanical and control design : Application to active endoscopes. <i>In : Proceedings of RO.MAN.SY 2002</i> , éd. par IFToMM. – Udine, Italy, 1-4 juillet 2002.

Simulation mécanique et réalité virtuelle

[Beauchamp98]	Beauchamp (F.). – <i>Gestion des interactions en animation.</i> – Thèse de PhD, Université de Rennes 1, dec 1998.
[Beckers87]	Beckers (Pierre). – Computer Aided Optimal Design : Structural and Mechanical Systems, chap. CAD Technology in Optimal Design. – Springer-Verlag, 1987, NATO ASI Series, Series F : Computer Systems Sciences, volume 27. second edition 1991.
[Beckers93]	Beckers (Pierre). – <i>Advanced Techniques for Structural Optimization</i> , chap. Computer Graphics for Optimum Design (chap 6). – 1993.
[Beckers99]	Beckers (Pierre). – Contribution of animation techniques for interpre- ting numerical simulations. <i>In</i> : <i>Colloque national de calcul des struc-</i> <i>tures Giens 1999.</i> – 1999.
[Bertsekas82]	Bertsekas (D. P.). – Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods. – Academic Press, 1982.
[BFB85]	Braibant (Vincent), Fleury (Claude) et Beckers (Pierre). – Shape op- timal design : An approach matching c.a.d. and optimization concepts. <i>Optimization In Computer Aided Design</i> , 1985, pp. 231–269.
[BG01]	Bogomjakov (Alexander) et Gotsman (Craig). – Universal rendering sequences for transparent vertex caching of progressive meshes. <i>In</i> : <i>GRIN'01</i> : <i>Graphics interface 2001</i> . pp. 81–90. – Toronto, Ont., Canada, Canada, 2001.
[BGB ⁺ 05]	Borgeat (Louis), Godin (Guy), Blais (François), Massicotte (Philippe) et Lahanier (Christian). – Gold : interactive display of huge colored and textured models. <i>Proceedings of ACM SIGGRAPH 2005</i> , 2005.
[BMH98]	Brogan (David C.), Metoyer (Ronald A.) et Hodgins (Jessica K.). – Dy- namically simulated characters in virtual environments. <i>IEEE Compu-</i> <i>ter Graphics and Applications</i> , vol. 15, n ^o 5, sep/oct 1998, pp. 58–69.
[BMP04]	Bregler (C.), Malik (J.) et Pullen (K.). – Twist based acquisition and tra- cking of animal and human kinematics. <i>International Journal of Com-</i> <i>puter Vision</i> , vol. 56(3), Feb-March 2004, pp. 179–194.
[BMT96]	Boulic (R.), Mas (R.) et Thalmann (D.). – A robust approach for the center of mass position control with inverse kinetics. <i>Journal of Computers and Graphics</i> , vol. 20 (5), 1996.
[BN98]	Bro-Nielsen (Morten). – Finite element modeling in surgery simulation. <i>In : Proceedings of the IEEE</i> , pp. 490–503. – mar 1998.
[BNM ⁺ 05a]	Berillon (Gilles), Nicolas (Guillaume), Multon (Franck), Marchal (François), Dumont (Georges), Deloison (Yvette) et Gommery (Domi- nique). – De l'os au mouvement : essai de modélisation du déplacement bipède des hominoïdes. <i>Bulletins et Mémoires de la Société d'Anthro- pologie de Paris</i> , vol. 16, nº 3-4, jan 2005, p. 225.
[BNM ⁺ 05b]	Berillon (Gilles), Nicolas (Guillaume), Multon (Franck), Marchal (François), Dumont (Georges), Deloison (Yvette) et Gommery (Domi- nique). – Testing locomotor hypothesis in early hominids : 3d modeling

G. DUMON	IΤ
G. DUMON	1J

	and simulation of bipedalisms using anatomical data. <i>American Journal of Physical Anthropology</i> , vol. 106, nº 40, apr 2005, p. 73.
[BNMD05]	Berillon (Gilles), Nicolas (Guillaume), Multon (Franck) et Dumont (Georges). – Des simulations comparées de la bipédie. <i>Pour la Science</i> , apr 2005, p. 82.
[Boot68]	Boot (J. C. G.). – <i>Programmation quadratique : Algorithmes, anoma-</i> <i>lies, applications.</i> – Dunod, 1968.
[Brezis83]	Brezis (H.). – <i>Analyse fonctionnelle : théorie et applications.</i> – Masson, 1983.
[BT92]	Boulic (R.) et Thalmann (D.). – Combined direct and inverse kine- matic control for articulated figure motion editing. <i>Computer Graphics</i> <i>Forum</i> , 1992, pp. 11(4) :189–202.
[BtDP+02]	Brogliato (B.), ten Dam (AA.), Paoli (L.), Génot (F.) et Abadie (M.). – Numerical simulation of finite dimensional multibody nonsmooth mechanical systems. <i>Appl. Mech. Rev.</i> , vol. 55, n° 2, 2002, pp. 107–149.
[BW95]	Bruderlin (A.) et Williams (L.). – Motion signal processing. <i>In</i> : <i>R</i> . <i>Cook, editor, Computer Graphics (SIGGRAPH'95 Proceedings)</i> , pp. 97–104. – August 1995. ACM-0-89791-701-4.
[CBHG04]	Chablat (Damien), Bennis (Fouad), Hoessler (Bernard) et Guibert (Ma- thieu). – Périphériques haptiques et simulation d'objets, de robots et de mannequins dans un environnement de cao-robotique : em-virtual desktop. <i>Mécanique & Industries</i> , vol. 5, 2004, pp. 189–197.
[CCP ⁺ 01]	Chang (Jun Keun), Chung (Seok), Park (Junha), Lee (Yongku), Kim (Jung Kyung), Lee (Seung Ki), Yang (Sang Sik), Moon (Shin Yong) et Han (Dong Chul). – Active endovascular micro catheter tools for minimally invasive surgery. <i>In</i> : <i>Proceedings of ISR2001 (International Symposium on Robotics)</i> . IFR (International Federation of Robotics), pp. 821–826. – Seoul, Korea, avril 2001. 19-21 april 2001.
[CCWS95]	Cohn (M.), Crawford (L.), Wendlandt (J.) et Sastry (S. Shankar). – Surgical applications of milli-robots. <i>Journal of robotic systems</i> , vol. 12, n° 6, 1995, pp. 401–416.
[CDA99]	Cotin (S.), Delingette (H.) et Ayache (N.). – Real-time elastic deforma- tions of soft tissues for surgery simulation. <i>IEEE transactions on visua-</i> <i>lization and computer graphics 1999</i> , vol. 5, nº 1, 1999, pp. 62–73.
[CGG ⁺ 04]	Cignoni (Paolo), Ganovelli (Fabio), Gobbetti (Enrico), Marton (Fabio), Ponchio (Federico) et Scopigno (Roberto). – Adaptive TetraPuzzles – efficient out-of-core construction and visualization of gigantic polygo- nal models. <i>ACM Transactions on Graphics</i> , vol. 23, nº 3, August 2004. – Proc. SIGGRAPH 2004.
[CK00]	Choi (K.J) et Ko (H.S). – On-line motion retargetting. <i>The Journal of Visualisation and Computer Animation</i> , vol. 11, nº 5, December 2000, pp. 223–235.

[CLMP95]	Cohen (J.), Lin (M.), Manocha (D.) et Ponamgi (K.). – I-collide : An interactive and exact collision detection system for large-scale environments. <i>Proceedings of ACM Int. 3D Graphics Conference</i> , 1995, pp. 189–196.
[CMB01]	Coutee (Adam S.), McDermott (Scott D.) et Bras (Bert). – A hap- tic assembly and disassembly simulation environment and associated computational load optimization techniques. <i>Journal of Computing and</i> <i>Information Science in Engineering</i> , vol. 1, nº 2, 2001, pp. 113–122.
[CMV88]	Combescure (A.), Millard (A.) et Verpaux (P.). – Numerical methods in the castem system for the treatment of contact problems involving friction. <i>Journal de Mécanique théorique et appliquée</i> , vol. 7, nº 1 (supplément), 1988, pp. 249–257.
[Coons67]	Coons (S.A.). – <i>Surfaces for computer aided design of space forms.</i> – Rapport technique, MIT Project TR-41, Cambridge, MA, 1967.
[CVM ⁺ 96]	Cohen (Jonathan), Varshney (Amitabh), Manocha (Dinesh), Turk (Greg), Weber (Hans), Agarwal (Pankaj), Brooks (Frederick) et Wright (William). – Simplification envelopes. <i>Computer Graphics</i> , août 1996, pp. 119–128.
[DAK01]	Dumont (Georges), Andrade (Guillermo) et Kühl (Christofer). – Le pro- totypage virtuel comme outil de conception : Application à un prototype d'endoscope actif. <i>In : quatrièmes journées du pôle microrobotique</i> . – INSA Lyon, juillet 2001.
[Darwin59]	Darwin (C.). – The origin of species. – 1859.
[DCB01]	Dumont (Georges), Chapelle (Frédéric) et Bidaud (Philippe). – Toward virtual prototyping of active endoscopes. <i>In : Proceedings of ISR2001 (International Symposium on Robotics)</i> . IFR (International Federation of Robotics), pp. 821–826. – Seoul, Korea, avril 2001. 19-21 april 2001.
[DCCB00]	Dumont (Georges), Chapelle (Frédéric), Chocron (Olivier) et Bidaud (Philippe). – Prototypage virtuel d'un micro-endoscope. <i>In : Journée thématique PRIMECA, Prototypage Virtuel : Mythe ou réalité</i> . Primeca. – mars 2000.
[Debunne00]	Debunne (Gilles). – Animation multirésolution d'objets déformables en temps-réel, Application à la simulation chirurgicale. – Thèse de PhD, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.
[Delingette98]	Delingette (H.). – Towards realistic soft tissue modeling in medical simulation. <i>In</i> : <i>Proceedings of the IEEE</i> : <i>Special Issue on Surgery Simulation</i> , pp. 512–523. – avril 1998.
[DJL98a]	Deguet (Anton), Joukhadar (Ammar) et Laugier (Christian). – A collision model for rigid and deformable bodies. <i>IEEE International Conference on Robotics and Automation</i> , 1998.
[DJL98b]	Deguet (Anton), Joukhadar (Ammar) et Laugier (Christian). – Models and algorithms for the collision of rigid and deformable bodies. <i>Robo-</i> <i>tics : the algorithmic perspective.</i> , mars 1998, pp. 327–338.

[DK04a]	Dumont (Georges) et Kühl (Christofer). – A dynamical training and design simulator for active catheters. <i>International Journal of Advanced Robotic Systems</i> , vol. 1, n ^o 4, december 2004.
[DK04b]	Dumont (Georges) et Kühl (Christofer). – Mixed beam model to calcu- late the behaviour of shape memory alloy spring actuators. <i>In : Procee-</i> <i>dings of 5th International Conference On Integrated Design And Manu-</i> <i>facturing In Mechanical Engineering</i> . AIP-Primeca. – Bath, G.B., avril 2004. 5-7 april 2004.
[DK05a]	Dumont (Georges) et Kühl (Christofer). – <i>Cutting Edge Robotics</i> , chap. A Simulator for Helping in Design of a New Active Catheter Dedicated to Coloscopy, pp. 519–532. – ISBN 3-901509-45-3, 2005.
[DK05b]	Dumont (Georges) et Kühl (Christofer). – Finite element simulation for design optimization of shape memory alloy spring actuators. <i>Engineering Computations : International Journal For Computer Aided Engineering And Software</i> , vol. 22, nº 7, 2005.
[DKA02]	Dumont (Georges), Kühl (Christofer) et Andrade (Guillermo). – A dy- namical simulator for designing active endoscopes. <i>In : Proceedings of</i> <i>the Fifth World Congress on Computational Mechanics (WCCMB V)</i> , éd. par H.A. Mang, F.G. Rammerstorfer (J. Eberhardsteiner). – Vienna, Austria, July 2002.
[DKB02]	Dumont (Georges), Kühl (Christofer) et Bidaud (Philippe). – Simu- lating and optimizing active endoscope prototypes. <i>In</i> : <i>Proceedings</i> <i>of ISR2002 (International Symposium on Robotics)</i> . IFR (International Federation of Robotics). – Stockholm, Sweden, octobre 2002. 7-11 oct 2002.
[DL72]	Duvaut (G.) et Lions (J. L). – Les inéquations en mécanique et en physique. – Dunod, 1972.
[dL96]	de Leva (Paolo). – Adjustments to zatsiorsky-seluyanov's segment iner- tia parameters. <i>Journal of Biomechanics</i> , vol. 29, n° 9, septembre 1996, pp. 1223–1230.
[Donikian04]	Donikian (Stéphane). – Modélisation, contrôle et animation d'agents virtuels autonomes évoluant dans des environnements informés et struc- turés (document d'Habilitation à Diriger les Recherches). – Thèse de PhD, Université de Rennes 1, 2004.
[DR04]	Dumont (Georges) et Rémion (Yannick). – Un éclairage mécanique pour la simulation, le contrôle et la compréhension du mouvement humain. <i>In : first International Symposium on Image Synthesis and Sport (ISS04).</i> – 2004.
[Dumont87]	Dumont (Georges). – Application de la mécanique des systèmes de corps rigides à l'animation d'images de synthèse. – Rapport de DEA, École Nationale des Ponts et Chaussées et Université de PARIS 6, PA-RIS, juin 1987.

Simulation mécanique et réalité virtuelle

[Dumont90]	Dumont (Georges). – Animation de scènes tridimensionnelles : la mé- canique des solides comme modèle de synthèse du mouvement. – Thèse de PhD, Université de Rennes 1, mai 1990.
[Dumont93]	Dumont (Georges). – Contact unilatéral sans frottement et algorithme des contraintes actives. <i>In</i> : <i>Actes du</i> $11^{ième}$ congrès français de mécanique. Association Universitaire de Mécanique, pp. 37–40. – septembre 1993.
[Dumont94]	Dumont (Georges). – The active set algorithm for solving frictionnless unilateral contact problems. <i>In : Second Contact Mechanics International Symposium</i> , éd. par M. Raous (M. Jean) et Moreau (J.J.). pp. 263–266. – Plenum Press, 1994. 19-23 september 1994.
[Dumont95]	Dumont (Georges). – Algorithme des contraintes actives et contact unilatéral sans frottement. <i>Revue européenne des éléments finis</i> , vol. 4, n^{o} 1, 1995, pp. 55–73.
[ET74]	Ekeland (I.) et Temam (R.). – Analyse convexe et problèmes variation- nels. – Dunod, 1974.
[Eyheramendy97]	Eyheramendy (Dominique). – <i>Object-oriented finite element program-</i> <i>ming - Symbolic derivations and automatic programming.</i> – Thèse de PhD, Thèse EPFL N° 1752, 1997.
[FAM ⁺ 02]	France (Laure), Angelidis (Alexis), Meseure (Philippe), Cani (Marie-Paule), Lenoir (Julien), Faure (François) et Chaillou (Christophe). – Implicit representations of the human intestines for surgery simulations. <i>ESAIM-Proceedings - MS4CMS 2002</i> , vol. 12, november 2002, pp. 42– 47.
[FAT03]	Fuchs (Philippe), Arnaldi (Bruno) et Tisseau (Jacques). – <i>Le traité de la réalité virtuelle, 2ème édition</i> , chap. La réalité virtuelle et ses applications, pp. 3–51. – Presses de l'Ecoles de Mines de Paris, october 2003.
[Ferber95]	Ferber (J.). – Les systèmes multi-agents - vers une intelligence cogni- tive. – InterEditions, 1995.
[FLA+05]	France (Laure), Lenoir (Julien), Angelidis (Alexis), Meseure (Philippe), Cani (Marie-Paule), Faure (François) et Chaillou (Christophe). – A layered model of a virtual human intestine for surgery simulation. <i>Me-</i> <i>dical Images Analysis, Elsevier Sciences</i> , vol. 9, 2005, pp. 123–132.
[FLGB02]	Fine (Lionel), Léon (Jean-Claude), Gérussi (Alexandre) et Bonneau (Georges-Pierre). – Control parameters for the analysis and visualization of F.E. results into a collaborative engineering environment. <i>In : Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics (WCCM V)</i> , éd. par H.A. Mang, F.G. Rammerstorfer (J. Eberhardsteiner). – Vienna, Austria, July 2002.
[FMP01]	Fuchs (P.), Moreau (G.) et Papin (J.P.). – <i>Le traité de la réalité virtuelle.</i> – Les Presses de l'école des Mines, 2001.

G.	DUMON	Т
G.	DUMON	Ί

[FN98]	Fuchs (P.) et Nashashibi (F.). – De la cao à la réalité virtuelle. <i>Revue de CFAO et d'informatique graphique</i> , vol. 13, nº 2, 1998, pp. 131–167.
[FPZ91]	François (D.), Pineau (A.) et Zaoui (A.). – <i>Comportement mécanique des matériaux.</i> – Hermès, 1991.
[FT04]	Fischer (Xavier) et Troussier (Nadège). – La réalité virtuelle pour une conception centrée sur l'utilisateur. <i>Mécanique & Industries</i> , vol. 5, 2004, pp. 147–159.
[Fung93]	Fung (Y. C.). – <i>Biomechanics, Mechanical Properties of Living Tissues.</i> – Springer Verlag, 1993, second edition édition.
[GBF03]	Guendelman (E.), Bridson (R.) et Fedkiw (R.). – Nonconvex rigid bo- dies with stacking. <i>ACM Trans. Graph.</i> , vol. 22, n° 3, 2003, pp. 871– 878.
[GDFM01]	Gouleau (Sébastien), Dumont (Georges), Furet (Benoit) et Mognol (Pascal). – Prototype d'endoscope : du virtuel au fonctionnel. <i>In</i> : 7 ^{<i>i</i>} ^{<i>i</i>} ^{<i>i</i>} <i>me Colloque sur la Conception Mécanique Intégrée</i> . Primeca/AIP 2001, pp. 225–234. – avril 2001.
[Germain86]	Germain (Paul). – <i>Mécanique</i> . – 91128 Palaiseau Cedex, Ecole Polytechnique, 1986.
[GH97]	Garland (Michael) et Heckbert (Paul S.). – Surface simplification using quadric error metrics. <i>Computer Graphics</i> , vol. 31, nº Annual Conference Series, 1997, pp. 209–216. – Proc. SIGGRAPH 1997.
[Gleicher98]	Gleicher (M.). – Retargetting motion to new characters. <i>In</i> : <i>SIGGRA-PH'98</i> . – 1998.
[GLGT00]	Gregory (A.), Lin (M. C.), Gottschalk (S.) et Taylor (R.). – Fast and accurate collision detection for haptic interaction using a three degree- of-freedom force-feedback device. <i>Computational Geometry</i> , vol. 15, n° 1-3, février 2000, pp. 69–89.
[GM05]	Gobbetti (Enrico) et Marton (Fabio). – Far Voxels – a multiresolu- tion framework for interactive rendering of huge complex 3d models on commodity graphics platforms. <i>ACM Transactions on Graphics</i> , vol. 24, n ^o 3, August 2005.
[GMHP04]	Grochow (K.), Martin (SL.), Hertzmann (A.) et Popović (Z.). – Style- based inverse kinematics. <i>ACM Transactions on Graphics (Proceedings</i> <i>if SIGGRAPH 2004)</i> , 2004.
[GMW81]	Gill (P. E.), Murray (W.) et Wright (M. H.). – <i>Practical Optimization</i> . – Academic Press, 1981.
[GTT89]	Gourret (J. P.), Thalmann (N. Magnenat) et Thalmann (D.). – Simulation of object and human skin deformations in a grasping task. <i>In</i> : <i>SIGGRAPH'89</i> . Computer Graphics, pp. 21–30. – juillet 1989.
[Hahn88]	Hahn (James K.). – Realistic animation of rigid bodies. <i>Computer Graphics</i> , vol. 22, nº 4, août 1988.

[HFKS03]	Hasegawa (Shoichi), Fujii (Nobuaki), Koike (Yasuharu) et Sato (Ma- koto). – Real-time body simulation based on volumetric penalty me- thod. <i>In</i> : <i>Proceedings of HAPTICS '03</i> , pp. 326–332. – 2003.
[HKL ⁺ 99]	Hotz (G.), Kerzmann (K.), Lennerz (C.), Schmid (R.), . Schömer (E.) et Warken (T.). – Calculation of contact forces. <i>In</i> : VRST '99 : Proceedings of the ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology. pp. 180–181. – ACM Press, 1999.
[HLC ⁺ 97]	Hudson (T.), Lin (M.), Cohen (J.), Gottsschalk (S.) et Manocha (D.). – V-collide : Accelerated collision detection for vrml. <i>Proc. of VRML'97</i> , 1997.
[Hodgins96]	Hodgins (J.). – Three-dimensional human running. <i>In</i> : <i>IEEE Interna-</i> <i>tional Conference on Robotics and Automation.</i> – 1996.
[Hoppe96]	Hoppe (Hugues). – Progressive meshes. <i>Computer Graphics</i> , août 1996, pp. 99–108.
[Hoppe99]	Hoppe (Hugues). – Optimization of mesh locality for transparent ver- tex caching. <i>ACM SIGGRAPH Conference Proceedings</i> , 1999, pp. 269– 276.
[HS04]	Hasegawa (S.) et Sato (M.). – Real-time rigid body simulation for haptic interactions based on contact volume of polygonal objects. <i>In : Computer Graphics forum</i> , éd. par Cani (MP.) et Slater (M.), pp. 529–538. – 2004.
[HTE98]	Haga (Y.), Tanahashi (Y.) et Esashi (M.). – Small diameter active ca- theter using SMA. <i>In</i> : <i>Proceedings of the Microelectro mechanical</i> <i>Systems'98</i> , pp. 419–424. – janvier 1998.
[IIF01]	Ikuta (K.), Iritani (K.) et Fukuyama (J.). – Mobile virtual endoscope system with haptic and visual information for non-invasive inspection training. <i>In</i> : <i>Proceedings of the 2001 ICRA (International conference on robotics and automation)</i> . IEEE, pp. 2037–2044. – Seoul, Korea, 2001.
[JM92]	Jean (M.) et Moreau (J. J.). – Unilaterality and dry friction in the dyna- mics of rigid bodies collection. <i>In : Contact Mechanics International</i> <i>Symposium</i> , éd. par Curnier (A.). pp. 31–48. – Presses Polytechniques et Universitaires Romanes, 1992.
[JP01]	James (D. L.) et Pai (D. K.). – A unified treatment of elastostatic contact simulation for real time haptics. <i>Haptics-e</i> , vol. 2, n° 1, September 2001, pp. 1–13.
[JP04]	James (D. L.) et Pai (D. K.). – Bd-tree : output-sensitive collision detec- tion for reduced deformable models. <i>ACM Trans. Graph.</i> , vol. 23, n° 3, 2004, pp. 393–398.
[JTT01]	Jimenez (P.), Thomas (F.) et Torras (C.). – 3d collision detection : a survey. <i>Computers & Graphics</i> , vol. 25, n° 2, avril 2001, pp. 269–285.

G. 1	DUMONT	ſ

[Kalker90]	Kalker (J. J.). – <i>Three-dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact.</i> – Kluwer Academic, 1990.
[KD02a]	Kühl (Christofer) et Dumont (Georges). – Réalité virtuelle : de la simu- lation à l'optimisation d'un endoscope actif. <i>In : Journées des Jeunes</i> <i>Chercheurs en Robotique</i> . jjcr15-AJCR. – LSIIT Strasbourg, janvier 2002. 31 january and 1 february 2002.
[KD02b]	Kühl (Christofer) et Dumont (Georges). – Virtual endoscopy : From simulation to optimization of an active endoscope. <i>ESAIM-Proceedings</i> - <i>MS4CMS 2002</i> , vol. 12, november 2002, pp. 84–93.
[KD05]	Kühl (Christofer) et Dumont (Georges). – Coloscopy simulation : Towards endoscopes improvement. <i>International Journal of Computer</i> <i>Methods in Biomechanics and biomechanical Engineering</i> , vol. 8, n° 4, août 2005.
[KDA01]	Kühl (Christofer), Dumont (Georges) et Andrade (Guillermo). – Simu- lateur d'étude de micro-endoscopes à actionneurs distribués. <i>In</i> : Actes du 15 ^{ième} congrès français de mécanique. Association Universitaire de Mécanique. – septembre 2001.
[KDM ⁺ 02]	Kühl (Christofer), Dumont (Georges), Mognol (Pascal), Gouleau (Sé- bastien) et Furet (Benoit). – Active catheter prototyping : From virtual to real. <i>In : Proceedings of 4th International Conference On Integrated</i> <i>Design And Manufacturing In Mechanical Engineering (IDMME2002).</i> Primeca. – Clermont-Ferrand, France, 2002. 14-16 may 2002.
[KEP05]	Kaufman (Danny M.), Edmunds (Timothy) et Pai (Dinesh K.). – Fast frictional dynamics for rigid bodies. <i>ACM Transactions on Graphics</i> , no3, August 2005. – Proc. SIGGRAPH 2005.
[KG04]	Kovar (L.) et Gleicher (M.). – Automated extraction and parametri- zation of motions in large data sets. <i>ACM Transactions on Graphics</i> , vol. 23(3) (ACM SIGGRAPH '04), July 2004.
[KGS02]	Kovar (L.), Gleicher (M.) et Schreiner (J.). – Footstake cleanup for mo- tion capture. <i>In</i> : <i>ACM Siggraph Symposium on Computer Animation</i> . – 2002.
[KL03]	Kim (Junho) et Lee (Seungyong). – Transitive mesh space of a pro- gressive mesh. <i>IEEE Transactions on Visualization and Computer Gra-</i> <i>phics</i> , vol. 9, n° 4, October-December 2003, pp. 463–480.
[Klarbring86]	Klarbring (A.). – A mathematical programming approach to three- dimensional contact problems with friction. <i>Computer Methods in Ap-</i> <i>plied Mechanics and Engineering</i> , vol. 58, n° 2, 1986, pp. 175–200.
[Klarbring92]	Klarbring (A.). – Mathematical programming and augmented lagran- gian methods for frictional contact problems. <i>In : Proceedings of</i> <i>Contact Mechanics International Symposium</i> , éd. par Curnier (A.). pp. 409–422. – Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, oc- tobre 1992.

Simulation mécanique et réalité virtuelle

[KO88]	Kikuchi (N.) et Oden (J. T.). – Contact Problems in Elasticity : A Study of Variational Inequalities and Finite Element Methods. – SIAM, 1988.
[KS04]	Klocke (Fritz) et Straubea (Andreas M.). – Virtual process engineering : An approach to integrate vr, fem, and simulation tools in the manufac- turing chain. <i>Mécanique & Industries</i> , vol. 5, 2004, pp. 199–205.
[KSK00]	Komura (T.), Shinagawa (Y.) et Kunii (L.). – Creating and retargetting motion by the musculoskeletal human body model. <i>The Visual Computer</i> , 2000, pp. 254–270.
[KSN+01]	Kobayashi (Etsuko), Sakuma (Ichiro), Nakamura (Fumi), Tsuji (Ta- kayuki), Dohi (Takeyoshi), Shimada (Mitsuo), Hashizume (Makoto) et Sukimachi (Keizo). – Improvement of laparoscopic manipulator system with five-bar linkage mechanism and optical zoom aiming for clinical applications. <i>In</i> : <i>Proceedings of ISR2001 (International Symposium</i> <i>on Robotics)</i> . IFR (International Federation of Robotics), pp. 821–826. – Seoul, Korea, avril 2001. 19-21 april 2001.
[Kuhl03]	Kühl (C.). – <i>Prototypage virtuel d'endoscopes à actionneurs distribués.</i> – Thèse de PhD, École normale supérieure de Cachan, décembre 2003.
[LBPL99]	Loyd (J. E.), Beis (J. S.), Pai (D. K.) et Lowe (D. G.). – Programming contact tasks using a reality-based virtual environment integrated with vision. <i>IEEE Transaction on Robotics and Automation</i> , vol. 15, n° 3, June 1999, pp. 423–434.
[LF05]	Léon (Jean-Claude) et Fine (Lionel). – A new approach to the preparation of models for F.E. analyses. <i>International Journal of Computer Applications in Technology 2005</i> , vol. 23, n° 2/3/4, 2005, pp. 166–184.
[LG98]	Lin (Ming C.) et Gottschalk (Stefan). – Collision detection between geometric models : a survey. <i>Proceedings of IMA Conference on Mathematics of Surfaces</i> , 1998.
[Lindstrom00]	Lindstrom (Peter). – Out-of-core simplification of large polygonal mo- dels. <i>ACM SIGGRAPH Conference Proceedings</i> , 2000, pp. 259–262.
[LMCG96]	Lin (M. C.), Manocha. (D.), Cohen. (J.) et Gottshalk. (S.). – Collision detection : Algorithms and applications. <i>In : Algorithmics for Robotics Motion and Manipulation</i> , pp. 129–142. – 1996.
[LMGC02]	Lenoir (J.), Meseure (P.), Grisoni (L.) et Chaillou (C.). – Surgical thread simulation. <i>In</i> : <i>MS4CMS</i> 2002 : <i>Proceedings of the conference on Modelling & Simulation for Computer-aided Medicine and Surgery</i> , pp. 102–107. – 2002.
[LMY ⁺ 96]	Lim (G.), Minami (K.), Yamamoto (K.), Sugihara (M.), Uchiyama (M.) et Esashi (M.). – Multi-link active catheter with snake-like motion. <i>Robotica</i> , vol. Volume 14, 1996.
[Love27]	Love (A. E. H.). – <i>Mathematical Theory of Elasticity.</i> – Dover, 1944(1927).

[LS99]	Lee (J.) et Shin (SY.). – A hierarchical approach to interactive motion editing for human-like figures. <i>In</i> : <i>SIGGRAPH'99</i> , pp. 39–48. – 1999.
[LT00]	Lindstrom (Peter) et Turk (Greg). – Image-driven simplification. ACM Transactions on Graphics, vol. 19, juillet 2000, pp. 204–241.
[LW05]	Liu (T.) et Wang (M. Y.). – Computation of three-dimensional rigid- body dynamics with multiple unilateral contacts using time-stepping and gauss-seidel methods. <i>IEEE Transactions on Automation Science</i> <i>and Engineering</i> , vol. 2, n° 1, janvier 2005, pp. 19–31.
[MAP ⁺ 01]	Menciassi (Arianna), Arena (Alberto), Phee (Louis), Accoto (Dino), Stefanini (Cesare), Pernorio (Guiseppe), Gorini (Samuele), Boccadoro (Mauro), Carozza (Maria Chiara) et Dario (Paolo). – Locomotion is- sues and mechanisms for microrobots in the gastrointestinal tract. <i>In</i> : <i>Proceedings of ISR2001 (International Symposium on Robotics)</i> . IFR (International Federation of Robotics), pp. 821–826. – Seoul, Korea, avril 2001. 19-21 april 2001.
[MBBT00]	Monzani (JS.), Baerlocher (P.), Boulic (R.) et Thalmann (D.). – Using an intermediate skeleton and inverse kinematics for motion retargetting. <i>EuroGraphics 2000</i> , 2000.
[MC95]	Mirtich (Brian) et Canny (John). – Impulse-based simulation of rigid bodies. <i>Proceedings of 1995 Symposium on Interactive 3D Graphics</i> , avril 1995.
[MDH ⁺ 03]	Meseure (Philippe), Davanne (Jerome), Hilde (Laurent), Lenoir (Ju- lien), France (Laure), Triquet (Frederic) et Chaillou (Christophe). – A physically-based virtual environment dedicated to surgical simulation. <i>International Symposium on Surgery Simulation and Soft Tissue Mode-</i> <i>ling (IS4TM)</i> , June 2003.
[MFCGD99]	Multon (F.), France (L.), Cani-Gascuel (M.) et Debunne (G.). – Computer animation of human walking : a survey. <i>Journal of Visualisation and Computer Animation 10</i> , 1999, pp. 39–54.
[MFS04]	Moreau (Guillaume), Fuchs (Philippe) et Stergiopoulos (Panagiotis). – Applications of virtual reality in the manufacturing industry : from de- sign review to ergonomic studies. <i>Mécanique & Industries</i> , vol. 5, 2004, pp. 171–179.
[MHJ ⁺ 01]	Matsuhira (Nobuto), Hashimoto (Hideaki), Jinno (Makato), Miyagawa (Toyomi), Nambu (Kyojiro), Morikawa (Yasuhide), Furukawa (Toshi- haru), Kitajima (Masaki) et Nakazawa (Kazuo). – Development of a manipulator for laparoscopic surgery -conceptual model of master slave combined manipulator and its evaluation <i>In</i> : <i>Proceedings of ISR2001</i> (<i>International Symposium on Robotics</i>). IFR (International Federation of Robotics), pp. 630–635. – Seoul, Korea, avril 2001. 19-21 april 2001.
[Milenkovic96]	Milenkovic (V. J.). – Position-based physics : Simulating the motion of many highly interacting spheres and polyhedra. <i>In</i> : <i>Proceedings of SIGGRAPH</i> '96. pp. 129–136. – ACM Press, 1996.

Simulation mécanique et réalité virtuelle	

[MMKA04]	Ménardais (S.), Multon (F.), Kulpa (R.) et Arnaldi (B.). – Motion blen- ding for real-time animation while accounting for the environment. <i>In</i> : <i>Proceedings IEEE, Computer Graphics International</i> , pp. 156–159. – 16-19 June 2004.
[Moreau74]	Moreau (J. J.). – On unilateral constraints, friction and plasticity. <i>In : New Variational Techniques in Mathematical Physics (C.I.M.E. II ciclo 1973, Edizioni Cremonese, Roma, 1974)</i> , éd. par Capriz (G.) et G. Stampacchia (eds.), pp. 173–322. – 1974.
[Moreau88]	Moreau (J. J.). – Unilateral contact and dry friction in finite freedom dy- namics. <i>In : Non Smooth Mechanics and Applications, CISM Courses</i> <i>and Lectures</i> , éd. par Moreau (J.J.) et PD. Panagiotopoulos (eds.), pp. 1–82. – 1988.
[Moreau94]	Moreau (J. J.). – Some numerical methods in multibody dynamics : application to granular materials. <i>Eur. J. Mech. A Solids</i> , vol. 13, n ^o 4-suppl., 1994, pp. 93–114.
[MPL+02]	Menciassi (Arianna), Park (J. H.), Lee (S.), Gorini (S.), Dario (Paolo) et Park (J.O.). – Robotic solutions and mechanisms for a semi- autonomous endoscope. <i>In : Proceedings of IEEE/RSJ International conference on Intelligent Robots and systems</i> , pp. 1379–1384. – 2002.
[MS01]	Milenkovic (V. J.) et Schmidl (H.). – Optimization-based animation. In : SIGGRAPH '01 : Proceedings of the 28rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques. pp. 37–46. – ACM Press, 2001.
[Multon98]	Multon (F.). – <i>Contrôle du Mouvement des Humanoïdes de Synthèse.</i> – Thèse de PhD, University of Rennes 1, October 1998.
[MW88]	Moore (M.) et Wilhelms (J.). – Collision detection and response for computer animation. <i>In : Proceedings of SIGGRAPH</i> '88. pp. 289–298. – ACM Press, 1988.
[Nedelec82]	Nédelec (J. C.). – Optimisation dans \mathbb{R}^n : théorie et algorithmes. – 1982. Cours de l'École Nationale des Ponts et Chaussées.
[NRL02]	Naegel (B.), Ronse (C.) et L.Soler. – Segmentation morphologique d'images scanners 3d de l'abdomen. <i>In : Proceedings of Modelling and Simulation for Computer-aided Medicine and Surgery</i> , éd. par ESAIM. INRIA, pp. 129–133. – 12-15 November 2002.
[OB02]	Ohtake (Yutaka) et Belyaev (Alexander G.). – Dual-primal mesh opti- mization for polygonized implicit surfaces with sharp features. <i>Journal</i> <i>of Computing and Information Science in Engineering</i> , vol. 2, decem- ber 2002, pp. 245–256.
[Olympus90]	Olympus. – Apparatus for bending an insertion section of an endoscope using a sma. – United States Patent, Patent Number 4,930,494, 1990.
[PB88]	Platt (J. C.) et Barr (A. H.). – Constraints methods for flexible models. <i>In</i> : <i>SIGGRAPH</i> '88. Computer Graphics, pp. 279–288. – août 1988.

o	2
o	э

G.	DUMON	T
G.	DUMON	Ι

[PB90]	Patoor (Etienne) et Berveiller (Marcel). – Les alliages à mémoire de forme. – Hermès, 1990.
[PD04]	Pajarola (Renato) et DeCoro (Christopher). – Efficient implementation of real-time view-dependent multiresolution meshing. <i>IEEE Transac-tions on Visualization and Computer Graphics</i> , vol. 10, n° 3, May-June 2004, pp. 353–368.
[PDB03]	Pronost (Nicolas), Dumont (Georges) et Berillon (Gilles). – Interpola- tion morphologique et posturale pour la simulation de mouvement d'un humanoïde virtuel. <i>In : 16èmes Journées de l'AFIG</i> , pp. 121–128. – December 2003.
[PDB06]	Pronost (Nicolas), Dumont (Georges) et Berillon (Gilles). – Morpholo- gical and stance interpolations in database for simulation of bipedalism of virtual humans. <i>The Visual Computer</i> , vol. 22, nº 1, 2006, pp. 4–13.
[PE99a]	Park (K.) et Esashi (M.). – An active catheter with integrated circuit for communication and control. <i>In</i> : <i>Technical Digest of the Twelfth IEEE Int. Conf. On Micro Electro Mechanical Systems (MEMS'99)</i> . IEEE, pp. 400–405. – janvier 1999.
[PE99b]	Park (K.) et Esashi (M.). – A multilink active catheter with polymide- based integrated cmos interface circuits. <i>Journal of Microelectromecha-</i> <i>nical Systems</i> , vol. 8, avril 1999, pp. 349–357.
[PML95]	Ponamgi (M.), Manocha (D.) et Lin (M. C.). – Incremental algorithms for collision detection between solid models. <i>In : Proceedings of SMA</i> '95. pp. 293–304. – ACM Press, 1995.
[PNDM05]	Pronost (Nicolas), Nicolas (Guillaume), Dumont (Georges) et Multon (Franck). – Combining morphological interpolation and biomechanical inverse kinematics to simulate bipedal locomotion. <i>In : Proceedings of the fifth IASTED International Conference on Visualization, Imaging and Image Processing (VIIP 2005).</i> – sep 2005.
[PO92]	Perić (D.) et Owen (D. R. J.). – Computational model for 3-d contact problems with friction based on the penalty method. <i>International Journal for Numerical Methods in Engineering</i> , vol. 35, 1992, pp. 1289–1309.
[PPG04]	Pauly (M.), Pai (D. K.) et Guibas (L. J.). – Quasi-rigid objects in contact. In : Proceedings of SCA '04. pp. 109–119. – ACM Press, 2004.
[PTVF92]	Press (William H.), Teukolsky (Saul A.), Vetterling (William T.) et Flan- nery (Brian P.). – <i>Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Com-</i> <i>puting.</i> – CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, ISBN 0 521 43108 5, 1992, second edition édition.
[PW99]	Popović (Z.) et Witkin (A.). – Physically based motion transformation. In : SIGGRAPH'99. – 1999.

Simulation mécanique et réalité	virtuelle
---------------------------------	-----------

[RAD05]	Renouf (Mathieu), Acary (Vincent) et Dumont (Georges). – Com- parison of algorithms for collisions, contact and friction in view of real-time applications. <i>In : Multibody Dynamics 2005 : International</i> <i>Conference on Advances in Computational Multibody Dynamics</i> . EC- COMAS. – 21-24 june 2005.
[RCB98]	Rose (C.), Cohen (MF.) et Bodenheimer (B.). – Verbs and adverbs : Multidimensional motion interpolation. <i>IEEE Computer Graphics and</i> <i>Applications</i> , vol. 18(5), Sept. 1998, pp. 32–40.
[Redon02]	Redon (Stéphane). – Algorithmes de simulation dynamique interactive d'objets rigides. – Thèse de PhD, Université d'Evry, 2002.
[Renouf04]	Renouf (M.). – <i>Optimisation Numérique et Calcul Parallèle pour l'étude de milieu divisés bi- et tridimensionnels.</i> – Thèse de PhD, Université Montpellier II, Sciences et Technologie du Languedoc, 2004.
[RGF+04]	Raghupathi (Laks), Grisoni (Laurent), Faure (François), Marchal (Da- mien), Cani (Marie-Paule) et Chaillou (Christophe). – An intestine sur- gery simulator : Real-time collision processing and visualization. <i>IEEE</i> <i>Transactions on Visualization and Computer Graphics</i> , vol. 10, nº 6, Nov/Dec 2004, pp. 708–716.
[RKC00]	Redon (S.), Kheddar (A.) et Coquillart (S.). – An algebraic solution to the problem of collision detection for rigid polyhedral objects. <i>In</i> : <i>IEEE International Conference of Robotics and Automation</i> . – 2000.
[RKC01]	Redon (Stéphane), Kheddar (Abderrahmane) et Coquillard (Sabine). – Contact : Arbitrary in-between motions for collision detection. <i>Procee-</i> <i>dings of IEEE ROMAN'2001</i> , septembre 2001.
[RKC02]	Redon (S.), Kheddar (A.) et Coquillart (S.). – Fast continuous collision detection between rigid bodies. <i>In</i> : <i>Computer Graphics Forum.</i> – 2002.
[RLMK04]	Redon (Stéphane), Lin (Ming C.), Manocha (Dinesh) et Kim (Young J.). – Fast continuous collision detection for articulated models. <i>In</i> : ACM <i>Symposium on Solid Modeling and Applications</i> . – 2004.
[RNN00]	Rémion (Yannick), Nourrit (Jean-Michel) et Nocent (Ollivier). – Dyna- mic animation of n-dimensionnal deformable objects. <i>In</i> : <i>Proceedings</i> of WSCG (Winter School of Computer Graphics), pp. 147–154. – 2000.
[Rosen60]	Rosen (J. B.). – The gradient projection method for nonlinear program- ming : Part 1- linear constraints. <i>Journal of Applied Mathematics</i> , vol. 8, 1960, pp. 181–217.
[SC02]	Savenko (A.) et Clapworthy (G.). – <i>Using Motion Analysis Techniques for Motion Retargetting</i> . – Rapport technique, Departement of Computer & Information Sciences - De Montfort University, 2002.
[SCG ⁺ 04]	Saussine (G.), Cholet (C.), Gautier (P.E.), Dubois (F.), Bohatier (C.) et Moreau (J. J). – Modelling ballast under cyclic loading using discrete

	element method. In : Proceedings of International Conference on Cy- clic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena. – Balkema, avril 2004.
[SCM04]	Saux (Cédric Le), Cevaer (Franck) et Motro (René). – Contribution to 3d impact problems : collisions between two slender steel bars. <i>Comptes rendus de l'Académie des Sciences : Mécanique</i> , vol. 332, 2004, pp. 17–22.
[SD05]	Souffez (Jean-Marie) et Dumont (Georges). – Simplification sans perte de maquettes numériques en vue de leur exploitation en réalité virtuelle. <i>In : 9th Colloque national sur la conception intégrée (AIP/PRIMECA).</i> – 5-8 avril 2005 2005.
[SDB ⁺ 04]	Saussine (G.), Dubois (F.), Bohatier (C.), Cholet (C.), Gautier (P.E.) et Moreau (J.J.). – Modelling ballast behaviour under dynamic loading, part 1 : a 2D polygonal discrete element method approach. <i>to appear in</i> <i>Computer methods in applied mechanics and engineering</i> , 2004.
[SH96]	Stoianovici (D.) et Hurmuzlu (Y.). – A critical study of the applicability of rigid body collision theory. <i>ASME J. Appl. Mech.</i> , vol. 63, n ^o 2, juin 1996, pp. 307–316.
[SK03]	Selvakkumaran (Navaratnasothie) et Karypis (George). – Multi.objective hypergraph partitioning algorithms for cut and maximum subdomain degree minimization. <i>In</i> : <i>ICCAD '03</i> : <i>Proceedings of the 2003 IEEE/ACM international conference on</i> <i>Computer-aided design</i> . p. 726. – Washington, DC, USA, 2003.
[SM04]	Schmidl (H.) et Milenkovic (V.J.). – A fast impulsive contact suite for rigid body simulation. <i>IEEE Transactions on Visualisation and Computer Graphics</i> , vol. 10, n° 2, mars - avril 2004, pp. 189–197.
[Souffez02]	Souffez (J. M.). – Optimisation d'algorithmes de traitement de contact et de chocs entre solides rigides. – Rapport de DEA, Université de Rennes 1, juin 2002. Stage de DEA.
[SP02]	Schwager (Thomas) et Pöschel (Thorsten). – System Dynamics of Long-Term Behaviour of Railway Vehicles, Track and Subgrade, Lecture Notes in Applied Mechanics, chap. Rigid body dynamics of railway ballast. – Springer, 2002.
[SRE98]	Schulz (Martin), Reuding (Thomas) et Ertl (Thomas). – Analyzing en- gineering simulations in a virtual environment. <i>Computer Graphics and</i> <i>applications (ieee cga)</i> , vol. 18, n ^o 6, novembre - décembre 1998, pp. 46–52.
[SS98]	Sauer (J.) et Schömer (E.). – A constraint-based approach to rigid body dynamics for virtual reality applications. <i>In</i> : <i>Proceedings of VRST</i> '98. pp. 153–161. – ACM Press, 1998.
[SSB02]	Sars (Vincent De), Szewczyk (Jérôme) et Bidaud (Philippe). – Conception d'une micro-structure active pour la chirurgie mini-invasive. <i>In</i> :

C' 1 .	•	/ ·		/ 11./	• .	11
Simulat	10n m	есатан	e et	realite	virtue	110
Summere	1011111	cccnnqn	000	1000000	111111111	~~~

15^{ième} journées des jeunes chercheurs en robotique. - 31 jan, 1 fev 2002. [SSBD00] Szewczyk (Jérôme), Sars (Vincent De), Bidaud (Philippe) et Dumont (Georges). - An active tubular polyarticulated micro-system for flexible endoscope. In : proceedings of ISER2000 (7th International Symposium on Experimental Robotics). - Hawaii, décembre 2000. 10-13 december 2000. [STB99] Szewczyk (Jérôme), Troisfontaine (Nelly) et Bidaud (Philippe). - An active steering device for endoscopes. In : Proceedings of IARP'99. -1999. [Tanaka86] Tanaka (K.). - A thermomechanical sketch of shape memory effect : One-dimensional tensile behavior. Res Mechanica, the International Journal of Structural Machines and Materials Science, vol. 18, nº 1, 1986, pp. 251–263. [TB98] Troisfontaine (N.) et Bidaud (P.). – Position and force control of sma micro-actuators. In : International advanced Robotics programm, pp. 110-126. - octobre 1998. [Tseng99] Tseng (S.). – Modèle de solide déformables pour la simulation et le contrôle en temps réel de robots. - Thèse de PhD, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, juin 1999. [TW88] Terzopoulos (D.) et Witkin (A.). - Physically based models with rigids and deformable components. IEEE Computer Graphics and Applications, novembre 1988, pp. 41-51. [VRS03] Vorsatz (Jens), Rössl (Christian) et Seidel (Hans-Peter). - Dynamic remeshing and applications. Journal of Computing and Information Science in Engineering, vol. 3, nº 4, december 2003, pp. 338–344. [Wal196] Wall (M.). – GAlib : a C++ library of genetic algorithm components. – Rapport technique, Massachusetts Institute of Technology, Mechanical Engineering Department, 1996. [Whittle91] Whittle (MW.). - Gait analysis : An introduction. Oxford : Butterworth-Heinemann, 1991. [WP95] Witkin (A.) et Popović (Z.). - Motion warping. In : R. Cook, editor, Computer Graphics (Proceedings SIGGRAPH'95), pp. 105–108. – August 1995. ACM-089791-701-4. [Wriggers95] Wriggers (P.). - Finite element algorithms for contact problems. Archive of Computational Methods in Engineering, vol. 2, 1995, pp. 1–49. [WSB00] Williams (C. B.), Saunders (P. P.) et Bladen (J. S.). - Development of colonoscopy teaching simulation. In : Endoscopy, pp. 901-905. - nov 2000.

[YSGM04] Yoon (Sung-Eui), Salomon (Brian), Gayle (Russell) et Manocha (Dinesh). – Quick-vdr : Interactive view-dependent rendering of massive models. *IEEE Visualization*, 2004.

[ZBF95]	Zhang (W-H.), Beckers (P.) et Fleury (C.). – A unified parametric de- sign approach to structural shape optimization. <i>International Journal</i> <i>for Numerical Methods in Engineering</i> , vol. 38, n° 13, 1995, pp. 2283– 2292.
[ZH99]	Zordan (Victor B.) et Hodgins (Jessica K.). – Tracking and modifying upper-body human motion data with dynamic simulation. <i>In : Computer Animation and Simulation '99</i> , éd. par Magnenat-Thalmann et Thalmann (D.), pp. 13–22. – 1999.
[Zienkiewicz79]	Zienkiewicz (O. C.). – La Méthode des Eléments Finis, troisième édi- tion. – Paris, Mc Graw-Hill, 1979.