

La gestion du conflit dans la combinaison des fonctions de croyance

Arnaud MARTIN

ENSIETA / E3I2 EA3876

Brest, France

 **Plan**

- 1. La fusion d'informations et les fonctions de croyance**
- 2. La combinaison des fonctions de croyance et le conflit**
- 3. La gestion du conflit**

La fusion d'informations

- **BUT** : Combiner des informations issues de *plusieurs sources* imparfaites afin d'améliorer la prise de décision en tenant compte des imprécisions et incertitudes
- **Contexte** : plusieurs experts (ou classifieurs) donnant une information sur la classe perçue
- **Problèmes** : les experts sont imparfaits et peuvent se contredire.
- **Méthodes** : Théories de l'incertain : Théorie des possibilités ou **des fonctions de croyance**

> La théorie des fonctions de croyance

- **Espace de discernement** : $\theta = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ où C_i est une classe
- L'expert peut s'exprimer sur $2^\theta = \{\emptyset, \{C_1\}, \{C_2\}, \dots, \{C_n\}, \{C_1, C_2\}, \dots, \theta\}$, θ représente l'ignorance et \emptyset l'ouverture au monde hors θ
- Extension de la DSMT : l'expert peut s'exprimer sur D^θ
- Les experts s'expriment à partir des **fonctions de masse** définies sur 2^θ à valeurs dans $[0,1]$ pour une source S_j :

$$\sum_{A \in 2^\theta} m_j(A) = 1$$

$m_j(A)$ caractérise un degré de croyance en A

La théorie des fonctions de croyance

Fonctions de masse : en pratique

- Fonctions à support simple : Toute la masse de la source S_j porte sur un sous-ensemble non vide A de 2^θ et sur l'ensemble de discernement θ (connaissance incertaine et imprécise)

$$m_j(A) = 1 - w$$

$$m_j(\theta) = w, w \in [0, 1]$$

$$m_j(B) = 0 \text{ pour tout } B \neq A, B \neq \theta$$

notée A_j^w

Si $w=0$, alors $m_j(\theta)=1$ ceci représente l'ignorance totale

Toute fonction de masse non dogmatique ($m_j(\theta) > 0$) et si les A_j sont distincts admet une décomposition canonique en fonctions à support simple

- Modèle probabiliste d'A. Appriou
- Modèle distance de T. Denœux

La théorie des fonctions de croyance

- Autres fonctions de croyance :
 - **La crédibilité** bel regroupe les masses incluses
 - **La plausibilité** pl regroupe les masses intersectées

Intervalle de confiance

$$[bel(A), pl(A)]$$

> La théorie des fonctions de croyance

Décisions sur θ et pas sur 2^θ

- **Pessimiste** : $\max_{A \in \Theta} bel(A)$
- **Optimiste** : $\max_{A \in \Theta} pl(A)$
- **Compromis** : $\max_{A \in \Theta} betP(A)$

Où la probabilité pignistic (Smets90) est donnée pour $X \in 2^\theta$, avec $X \neq \emptyset$

$$betP(X) = \sum_{Y \in 2^\theta, Y \neq \emptyset} \frac{|X \cap Y|}{|Y|} \frac{m(Y)}{1 - m(\emptyset)}.$$

 **Plan**

- 1. La fusion d'informations et les fonctions de croyance**
- 2. La combinaison des fonctions de croyance et le conflit**
- 3. La gestion du conflit**

La combinaison des fonctions de croyance

Afin de conserver un maximum d'informations, il est préférable de rester à un niveau crédal (*i.e.* de manipuler des fonctions de croyance) pendant l'étape de combinaison des informations pour prendre la décision sur les fonctions de croyance issues de la combinaison

> Combinaison conjonctive

- La combinaison de 2 experts est donnée par :

$$m(A) = \sum_{B_1 \cap B_2 = A} m_1(B_1)m_2(B_2)$$

- Exemple

	\emptyset	A	B	C	Θ
m_1	0	0.5	0.1	0	0.4
m_2	0	0.2	0	0.5	0.3
m	0.32	0.33	0.03	0.2	0.12

- Problème : masse non nulle sur l'ensemble vide
 - ▶ en monde ouvert : représente une solution non prévue
 - ▶ en monde fermé : pas acceptable

> Combinaison conjonctive normalisée

$$m(A) = \frac{\sum_{B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_m = A} \prod_{j=1}^m m_j(B_j)}{1 - k} \quad \text{si } A \neq \emptyset$$

et $m(\emptyset) = 0$

avec $k = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^m m_j(B_j) < 1$

k est une mesure de conflit entre les sources (dépend de la modélisation)
(ou encore *inconsistance de la fusion*)

> Le conflit

Origines du conflit

- ▶ Les sources ne sont pas fiables. L'information est erronée et peut conduire à une **ambiguïté**
- ▶ Le cadre de discernement est non exhaustif. Hypothèse d'un monde fermé fausse
- ▶ Les sources observent des phénomènes différents. Dans ce cas il ne faut pas les combiner

Problème : la normalisation masque le conflit (Exemple de Zadeh)

> Exemple de Zadeh

	\emptyset	A	B	C	Θ
m_1	0	0.9	0	0.1	0
m_2	0	0	0.9	0.1	0
m_{12} normalisée	0	0	0	1	0
m_{12} non normalisée	0.99	0	0	0.01	0

Toute la masse est sur C seul élément où les 2 sources sont d'accord

Problèmes :

- **Conjonctive normalisée** : La normalisation masque le conflit
Intéressant si monde fermé sans conflit
- **Conjonctive non-normalisée** : la normalisation de la probabilité pignistique masque le conflit

> Propriété de la combinaison conjonctive

La loi \oplus n'est pas idempotente

	\emptyset	A	B	C	\ominus
m_1	0	0.7	0.2	0.1	0
m_2	0	0.7	0.2	0.1	0
m_{12} normalisée	0	0.91	0.07	0.02	0
m_{12} non normalisée	0.46	0.49	0.04	0.01	0

Le conflit de deux sources identiques est non nul !

Auto-conflit d'ordre n (Martin et Osswald) : $a_n(j) = \bigoplus_{k=1}^n m_j(\emptyset)$

or

$$a_n(j) \leq a_{n+1}(j)$$

plus le nombre d'experts est important plus le conflit peut être proche de 1

 **Plan**

- 1. La fusion d'informations et les fonctions de croyance**
- 2. La combinaison des fonctions de croyance et le conflit**
- 3. La gestion du conflit**

> Supprimer la non-idempotence

La combinaison conjonctive sur des fonctions à support simple A^{w1} et A^{w2} est $A^{w1.w2}$

Toute fonction de masse non dogmatique peut s'écrire de manière unique comme la combinaison conjonctive de fonctions à support simple généralisées $w \in]0, +\infty[$

La règle conjonctive prudente sur les fonctions à support simple A^{w1} et A^{w2} est donnée par $A^{\min(w1, w2)}$

et se généralise sur les fonctions de masse non-dogmatiques

**Remarque : absence d'élément neutre
intéressante si peu de conflit**

> Supprimer le conflit

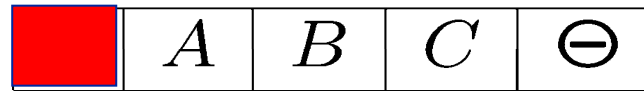
$$\forall X \in 2^\Theta$$

$$m_{\text{Dis}}(X) = \sum_{A \cup B = X} m_1(A)m_2(B).$$

- **Élargit les éléments focaux donc perte de spécificité : En pratique très problématique**
- **Intéressant si on ne sait pas modéliser les fiabilités des sources, leurs ambiguïtés et imprécisions**

> Hypothèse du monde fermé : fausse

TBF (*Transferable Belief Functions*) en monde ouvert



$$m(A) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^m m_j(B_j)$$

$$m(\emptyset) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^m m_j(B_j)$$

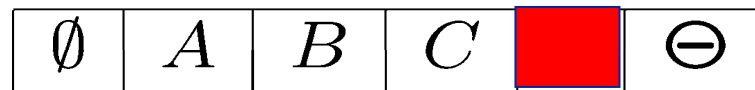
k est affecté à l'ensemble vide

Décision pignistique : Retour en monde fermé par normalisation du conflit

> Hypothèse du monde fermé : fausse

La technique du *hedging* consiste à ajouter un élément inconnu e au cadre de discernement pour rester en monde fermé

i.e. que l'on suppose que le conflit vient du manque d'exhaustivité



$$m(A \cup e) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^m m_j(B_j)$$

$$m(e) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^m m_j(B_j)$$

> Répartir le conflit

Le conflit total : k

Yager 1987, Inagaki 1991, Lefèvre 2002, Florea 2006

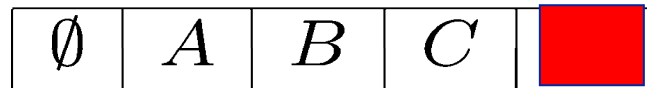
Le conflit partiel

Dubois et Prade 1988, Smarandache et Dezert 2005,

Martin et Osswald 2006 et 2007

> Conflit est issu de l'ignorance

Yager propose un modèle en monde fermé où la mesure de conflit est affectée au cadre de discernement total Θ



$$m(A) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^m m_j(B_j)$$

Calcul de $m(\Theta)$:

$$m(\Theta) = 1 - \sum_{A \subseteq D} \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^m m_j(B_j)$$

puis la modifie

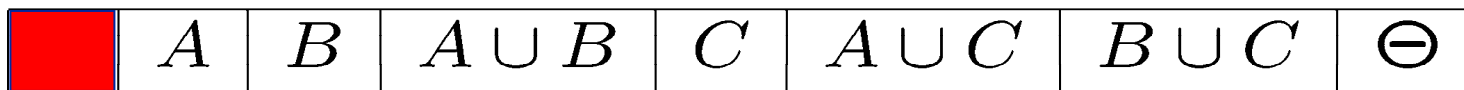
$$m(\Theta) = m(\Theta) + \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^m m_j(B_j)$$

> Répartition du conflit total de manière générale

Une fois le conflit calculé $m_{\text{conj}}(\emptyset)$ il est réparti selon une fonction de poids

$$\forall X \in 2^\Theta \quad m_c(X) = m_{\text{conj}}(X) + w(X)m_{\text{conj}}(\emptyset)$$

$$\sum_{X \in 2^\Theta} w(X) = 1$$



> Répartition du conflit total de manière générale : règle mixte

On pose $k = m_{\text{conj}}(\emptyset)$

$$\forall X \in 2^{\Theta} \quad m_{\text{Flo}}(X) = \beta_1(k)m_{\text{Dis}}(X) + \beta_2(k)m_{\text{Conj}}(X)$$

Les poids peuvent être choisis de façon à avoir une symétrie pour $k=1/2$

$$\beta_1(k) = \frac{k}{1 - k + k^2},$$

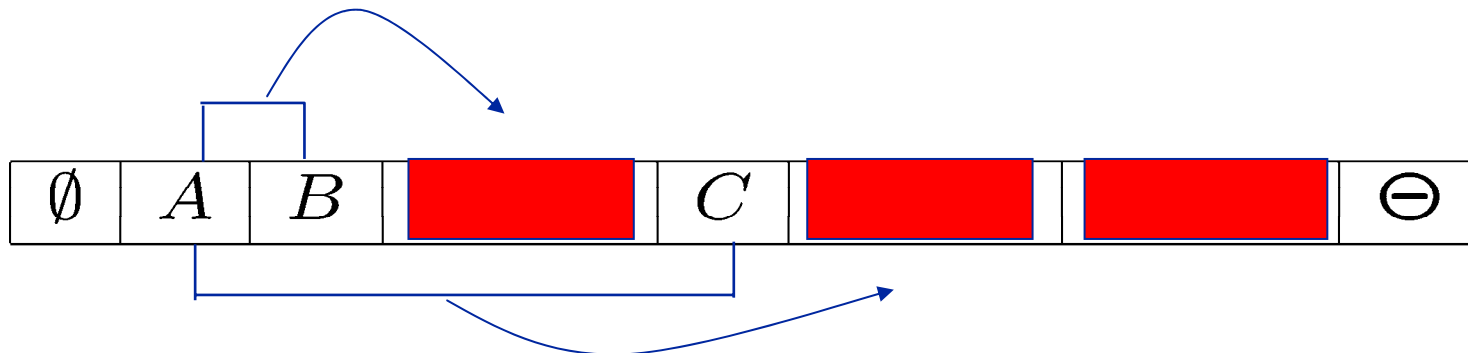
$$\beta_2(k) = 1 - \beta_1(k) = 1 - \frac{k}{1 - k + k^2}.$$

> Conflit partiel sur ignorance partielle

Compromis des approches conjonctives et disjonctives

$$m_{DP}(X) = \sum_{A \cap B = X} m_1(A)m_2(B) + \sum_{\substack{A \cup B = X \\ A \cap B = \emptyset}} m_1(A)m_2(B).$$

Répartition fine du conflit



> Répartition du conflit partiel de manière générale : règle mixte

Extension de la règle de Florea et/ou Dubois et Prade à partir de poids sur le conflit partiel

$$m_{\text{Mix}}(X) = \sum_{A \cup B = X} \delta_1 m_1(A) m_2(B) + \sum_{A \cap B = X} \delta_2 m_1(A) m_2(B).$$

On retrouve la règle de Dubois et Prade avec

$$\delta_1(A, B) = 1 - \delta_2(A, B) = \mathbb{1}_{A \cap B = \emptyset}$$

Prise en compte de la spécificité des réponses

$$\delta_1(A, B) = 1 - \frac{|A \cap B|}{\min(|A|, |B|)},$$

> Conflit partiel réparti proportionnellement

PCR5 : Redistribution du conflit partiel proportionnellement sur les éléments qui l'engendrent

on ajoute à la combinaison conjonctive :

$m_1^2(A)m_2(B)/(m_1(A)+m_2(B))$ à $m(A)$ et

$m_1(A)m_2^2(B)/(m_1(A)+m_2(B))$ à $m(B)$

	\emptyset	A	B	Θ
m_1	0	0.6	0	0.4
m_2	0	0.3	0.2	0.5
m_c	0.12	0.6	0.08	0.2
m_{PCR5}	0	0.69	0.11	0.2

$$m_{PCR5}(X) = m_{conj}(X) +$$

$$\sum_{i=1}^M m_i(X) \sum_{\substack{(Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (D^\Theta)^{M-1} \\ \bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X \equiv \emptyset}} \frac{\left(\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}) \mathbb{1}_{j>i} \right) \prod_{Y_{\sigma_i(j)}=X} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{\sum_{\substack{Y_{\sigma_i(j)}=Z \\ Z \in \{X, Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)}\}}} \prod (m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}) \cdot T(X=Z, m_i(X)))}$$

> Conflit partiel réparti proportionnellement

PCR6 : Redistribution du conflit partiel proportionnellement sur les éléments qui l'engendrent, généralise la PCR5 à plusieurs experts

	$A \cup B$	$B \cup C$	$A \cup C$	Θ
Expert 1	0.7	0	0	0.3
Expert 2	0	0	0.6	0.4
Expert 3	0	0.5	0	0.5

$$m_{PCR6}(X) = m_{conj}(X) +$$

$$\sum_{i=1}^M m_i(X)^2 \sum_{\substack{M-1 \\ k=1 \\ \bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X \equiv \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (D^\Theta)^{M-1}}} \left(\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})} \right)$$

$$\begin{cases} \sigma_i(j) = j & \text{if } j < i, \\ \sigma_i(j) = j + 1 & \text{if } j \geq i, \end{cases}$$

> Intérêt de la PCR6 face à la PCR5

La PCR5 redistribue proportionnellement le conflit sur les singletons qui engendrent le conflit. Par exemple : si on a $m_1(A)m_3(B)m_2(A \cup B)$ le conflit est redistribué sur A et B proportionnellement à $m_1(A)$ et $m_3(B)$

Exemple surprenant où le conflit est total :

	A	B	C	D	E	F	G
Expert 1	0.0	0.57	0.43	0.0	0.0	0.0	0.0
Expert 2	0.58	0.0	0.0	0.42	0.0	0.0	0.0
Expert 3	0.58	0.0	0.0	0.0	0.42	0.0	0.0
Expert 4	0.58	0.0	0.0	0.0	0.0	0.42	0.0
Expert 5	0.58	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.42

Résultat de la fusion est une probabilité

	A	B	C	D	E	F	G
PCR5	0.1915	0.2376	0.1542	0.1042	0.1042	0.1042	0.1042
PCR6	0.5138	0.1244	0.0748	0.0718	0.0718	0.0718	0.0718

Pour chaque sous ensemble de 2, 3 ou 4 experts : décision PCR5 et 6 : A

> Extension de la PCR6 : PCR6f

$$m_{\text{PCR6f}}(X) = m_{\text{conj}}(X) + \sum_{i=1}^M m_i(X) f(m_i(X)) \sum_{\substack{M-1 \\ \bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X \equiv \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (D^\ominus)^{M-1}}} \left(\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{f(m_i(X)) + \sum_{j=1}^{M-1} f(m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}))} \right)$$

f est une fonction croissante de $[0,1]$ dans \mathbb{R}^+

> Extension de la PCR6 : PCR6g

$$m_{\text{PCR6g}}(X) = m_{\text{conj}}(X) + \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{M-1 \\ \bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X \equiv \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (D^\ominus)^{M-1}}} \\ m_i(X) \frac{\left(\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}) \right) \left(\prod_{Y_{\sigma_i(j)}=X} \mathbb{1}_{j>i} \right) g\left(m_i(X) + \sum_{Y_{\sigma_i(j)}=X} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})\right)}{\sum_{Z \in \{X, Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)}\}} g\left(\sum_{Y_{\sigma_i(j)}=Z} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}) + m_i(X) \mathbb{1}_{X=Z}\right)},$$

g est une fonction croissante de $[0,1]$ dans \mathbb{R}^+

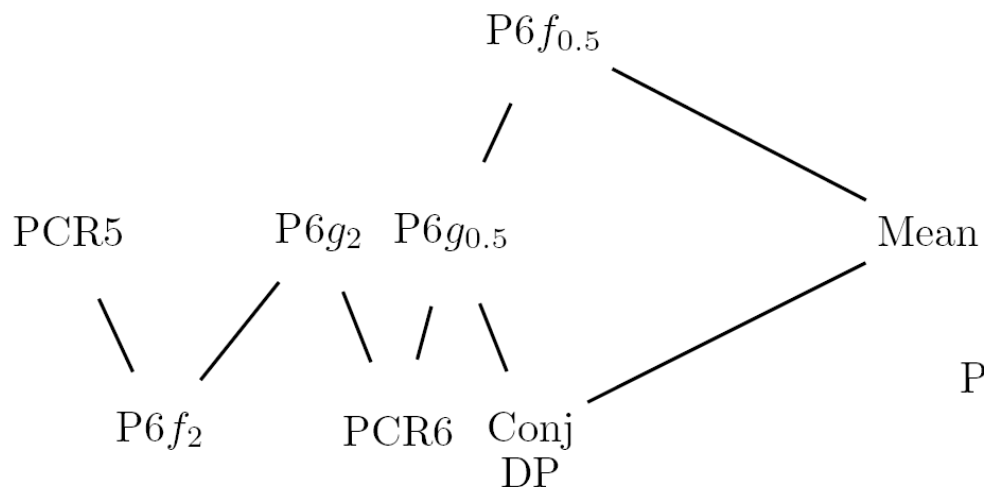
> Comparaison de règles

Fonctions de masse aléatoire

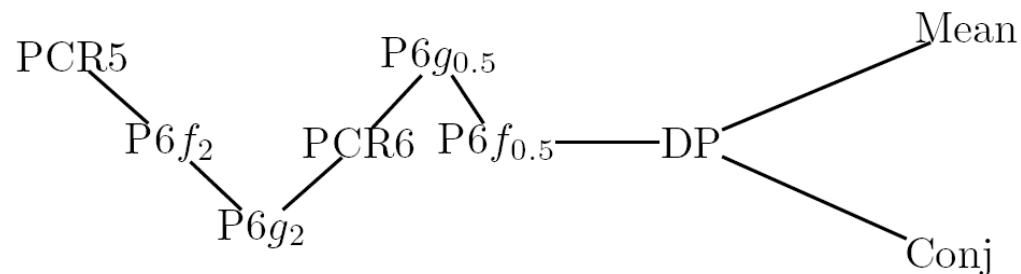
nombre de classes	2	3	4	5	6	7
changement de décision : cas 3 experts						
PCR/Conj	0.61%	5.51%	9.13%	12.11%	14.55%	16.7%
PCR/DP	0.61%	2.25%	3.42%	4.35%	5.05%	5.7%
DP/Conj	0.00%	3.56%	6.19%	8.39%	10.26%	11.9%
changement de décision : cas 3 experts						
PCR6/Conj	1.04%	8.34%	13.90%	18.38%	21.98%	25.1%
PCR6/DP	1.04%	5.11%	7.54%	9.23%	10.42%	11.3%
DP/Conj	0.00%	4.48%	8.88%	12.88%	16.18%	19.0%

> Comparaison de règles

Fonctions de masse aléatoire



2 classes, 3 experts



3 classes, 4 experts

> PCR affaiblie : DPCR

Les conflits partiels sont répartis sur les éléments qui les engendrent proportionnellement et sur les ignorances partielles selon un facteur d'affaiblissement $\alpha \in [0, 1]$

$$\begin{aligned}
 m_{\text{DPCR}}(X) &= m_{\text{Conj}}(X) \\
 &+ \sum_{\substack{Y \in 2^\Theta, \\ X \cap Y = \emptyset}} \alpha \left(\frac{m_1(X)^2 m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right) \\
 &+ \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X \\ Y_1 \cap Y_2 = \emptyset}} (1 - \alpha) m_1(Y_1) m_2(Y_2),
 \end{aligned}$$

> PCR affaiblie : choix du facteur

- A partir d'une fonction de conflit

$$f_i(Y_1, \dots, Y_M) = \frac{\sum_{j=1}^M \mathbb{1}_{\{Y_j \cap Y_i = \emptyset\}}}{M(M-1)}$$

$$\alpha(Y_1, \dots, Y_M) = 1 - \sum_{i=1}^M f_i(Y_1, \dots, Y_M)$$

Exemple

	A	B	AUC	Θ
Expert 1		0	0	0.3
Expert 2	0		0	0.5
Expert 3	0	0		0.4

il n'y a pas de conflit entre

A et AUC

mais le facteur est identique

> PCR affaiblie : choix du facteur

- A partir d'une fonction de non conflit à valeur dans $\left[0, \frac{1}{M}\right]$

$$\begin{aligned} \alpha_i(Y_1, \dots, Y_M) &= \frac{1}{M} - f_i(Y_1, \dots, Y_M) \\ &= \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^M \mathbb{1}_{\{Y_j \cap Y_i \neq \emptyset\}}}{M(M-1)}. \end{aligned}$$

> PCR affaiblie : choix du facteur

- A partir d'une fonction de non conflit $\alpha_i(X, Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)})$

$$m_{\text{DPCR}}(X) = m_{\text{Conj}}(X) + \sum_{i=1}^M m_i(X)^2$$

$$+ \sum_{\substack{\bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X = \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)}, \dots, Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (2^\Theta)^{M-1}}} \alpha_i \left(\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})} \right)$$

$$+ \sum_{\substack{Y_1 \cup \dots \cup Y_M = X \\ Y_1 \cap \dots \cap Y_M = \emptyset}} \left(1 - \sum_{i=1}^M \alpha_i \right) \prod_{j=1}^M m_j(Y_j),$$

> PCR affaiblie : choix du facteur

Avec λ donné pour $\alpha_i \neq 0$

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^M \alpha_i}{\langle \alpha, \gamma \rangle}$$

$$\gamma_i = \frac{m_i(X)}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}$$

> PCR mixte et affaiblie : MDPCR

$$\begin{aligned}
 m_{\text{MDPCR}}(X) = & \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X, \\ Y_1 \cap Y_2 \neq \emptyset}} \delta m_1(Y_1) m_2(Y_2) \\
 + & \sum_{\substack{Y_1 \cap Y_2 = X, \\ Y_1 \cap Y_2 \neq \emptyset}} (1 - \delta) m_1(Y_1) m_2(Y_2) \\
 + & \sum_{\substack{Y \in 2^\Theta, \\ X \cap Y = \emptyset}} \alpha \left(\frac{m_1(X)^2 m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right), \\
 + & \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X \\ Y_1 \cap Y_2 = \emptyset}} (1 - \alpha) m_1(Y_1) m_2(Y_2).
 \end{aligned}$$

> Vers une règle encore plus générale ...

- Conflit partiel considéré seulement quand au moins 2 experts sont en conflit
- Imprécision des réponses prise en compte seulement quand il n'y a pas de conflit

M experts non en conflit

$$\varepsilon_k(Y_1, \dots, Y_M) = \{ \{Y_{i_1}, \dots, Y_{i_k}\}, i_j \in I : \\ I \subset \{1, \dots, M\}, |I| = k, \bigcap_{j=1}^k Y_{i_j} \neq \emptyset \},$$

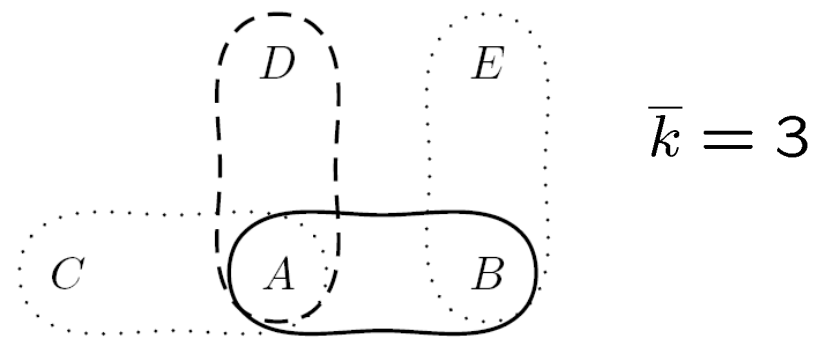
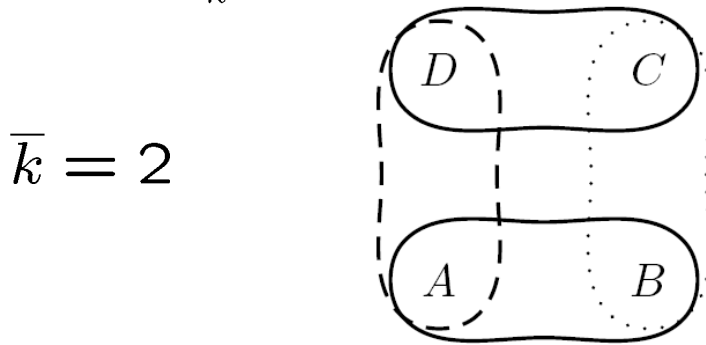
$$\bar{k} = \operatorname{argmax}_k \{ \varepsilon_k \neq \emptyset \} \quad \forall Z = \{Y_{i_1}, \dots, Y_{i_k}\} \in \varepsilon_{\bar{k}}$$

$$\delta(Z) = 1 - \frac{|\bigcap_{j=1}^{\bar{k}} Y_{i_j}|}{\min_{j \in \{1, \dots, \bar{k}\}} |Y_{i_j}|}$$

> Vers une règle encore plus générale ...

- Règle mixte étendue

$$m_{EMix}(X) = \sum_{Y_1 \cup \dots \cup Y_M = X} \sum_{Z \in \epsilon_{\bar{k}}(Y_1, \dots, Y_M)} \delta(Z) \prod_{j=1}^M m_j(Y_j) + \sum_{\substack{\{Y_{i_1}, \dots, Y_{i_k}\} = Z \in \epsilon_{\bar{k}}(Y_1, \dots, Y_M) \\ Y_{i_1} \cap \dots \cap Y_{i_{\bar{k}}} = X,}} \frac{(1 - \delta(Z))}{|\epsilon_{\bar{k}}(Y_1, \dots, Y_M)|} \prod_{j=1}^M m_j(Y_j).$$



$$\epsilon_2 = \{\{A \cup B, B \cup C\}, \{B \cup C, C \cup D\}, \{C \cup D, A \cup D\}, \{A \cup B, A \cup D\}\}$$

$$\epsilon_3 = \{\{A \cup B, A \cup C, A \cup D\}\}$$

Conclusions

- **Beaucoup de règles de combinaison, trop ?**
- **Gestion fine du conflit semble essentielle**
- **Même si l'ensemble des experts ne sont pas en conflit**

- **Gestion de la spécificité des réponses des experts**
- **Même si les experts sont en conflit**