

Fusion de préférences pour la détection de communautés dans les réseaux sociaux

Preference fusion for community detection in social networks

F. Elarbi¹ T. Bouadi² A. Martin² B. Ben Yaghlane³

¹ Université de La Manouba / École supérieure de commerce de Tunis

² Université de Rennes 1/ IRISA

³ Université de Carthage / Institut des hautes études commerciales de Carthage

elarbifaten@gmail.com

tbouadi@irisa.fr

arnaud.martin@univ-rennes1.fr

Boutheina.Yaghlane@ihec.rnu.tn

Résumé :

Cet article aborde la problématique de la fusion de préférences dans le contexte des réseaux sociaux. L'objectif de ce travail est de déterminer les préférences "collectives" d'un groupe d'utilisateurs appartenant à une communauté donnée à partir des préférences individuelles de chacun d'entre eux. En particulier, nous nous intéressons ici à la représentation des préférences des individus en tenant compte de leurs incertitudes. L'incertitude représentant une source de complexité dans la prise de décision, nous proposons une méthode efficace de fusion de préférences fondée sur la théorie des fonctions de croyance. Cette méthode permet de qualifier des communautés d'utilisateurs par l'analyse des préférences collectives obtenues à l'issue de l'étape de fusion. Plus précisément, elle permet la caractérisation des communautés partageant les mêmes préférences collectives. Des expérimentations sur des jeux de données générées soulignent l'intérêt de la solution proposée.

Mots-clés :

Réseaux sociaux, fusion de préférences, fonctions de croyances.

Abstract:

This article addresses the issue of preference fusion in the context of social networks. The aim of this work is to compute the collective preferences of a user group belonging to a given community from the individual preferences of each of them. In particular, we are interested here in the representation of individual preferences taking into account the uncertainty phenomenon. The uncertainty representing a source of complexity in decision making, we propose an effective preference fusion method based on belief function theory. This method allows to qualify some user communities by analyzing the collective preferences obtained during the fusion process. Specifically, it allows the characterization of communities sharing the same collective preferences. Experiments on generated data highlight the interest of the proposed solution.

Keywords:

Social Networks, preference fusion, belief functions.

1 Introduction

Le développement de systèmes d'aide à la décision et de systèmes de recommandation ont mis en évidence la nécessité d'avoir des modèles permettant de manipuler les préférences des utilisateurs et de fournir des recommandations fondées sur leurs préférences. La notion de préférence a été largement étudiée dans le domaine des bases de données et des systèmes d'information [10]. Ces travaux ont essentiellement porté sur la personnalisation de requêtes et la recommandation d'actions, notamment à travers l'intégration des préférences utilisateurs [1, 4, 9]. Dans la quasi totalité de ces méthodes, l'expression des préférences dépend uniquement du contexte et du profil d'un utilisateur donné. Cependant, avec l'avènement des réseaux sociaux tels que Facebook, Twitter, Instagram, ..., l'utilisateur n'est plus considéré comme une entité individuelle, du moins plus uniquement. Dans ce contexte, l'utilisateur désigne une entité sociale interconnectée et est auteur de flux d'informations conséquents. Dans cet article, nous nous intéressons à la problématique de la fusion de préférences dans le contexte des réseaux sociaux. En particulier, nous nous préoccupons ici de la représentation des préférences des individus en tenant compte de leurs incertitudes. Dans la littérature, quelques travaux récents [7] ont abordé la problématique d'agrégation

de préférences individuelles. Cependant, peu d'entre eux permettent une représentation optimale des préférences en présence d'informations incertaines. L'incertitude représentant une source de complexité dans la prise de décision, il est important de développer des formalismes de représentation de préférences réalisant un bon compromis entre deux aspects parfois conflictuels : i) le besoin de modèles suffisamment riches et flexibles pour décrire des comportements de décision sophistiqués, et ii) le besoin de méthodes efficaces pour résoudre des problèmes d'optimisation fondés sur des préférences.

Dans cet article, nous proposons une méthode efficace de fusion de préférences fondée sur la théorie des fonctions de croyance. Cette méthode permet d'identifier de nouvelles communautés d'utilisateurs par l'analyse des préférences collectives obtenues à l'issue de l'étape de fusion. Plus précisément, elle permet la caractérisation des communautés partageant les mêmes préférences collectives. Ces communautés d'utilisateurs sont ensuite fusionnées pour former une nouvelle communauté.

Dans la première partie de cet article, nous présentons une analyse de l'état de l'art sur la fusion de préférences. Dans la section 3, nous donnons quelques définitions préliminaires de concepts relatifs à la théorie de la préférence et la théorie des fonctions de croyance. Dans la section 4, nous détaillons les aspects formels ainsi que l'implémentation de notre méthode de fusion de préférences fondée sur la théorie des fonctions de croyance, et appliquée au contexte des réseaux sociaux. Dans la section 5, nous présentons les résultats de l'évaluation expérimentale réalisée sur des données synthétiques qui souligne la pertinence de la solution proposée.

2 État de l'art

La problématique de la représentation des préférences a été considérée dans divers travaux d'intelligence artificielle [15]. En effet,

cette question est importante lorsque nous souhaitons représenter les exigences ou les souhaits exprimés par les utilisateurs dans les systèmes d'information (ex. systèmes de recommandation), ou raisonner sur des préférences et résoudre les conflits en cas d'incohérence (ex. systèmes multi-agents). Les préférences sont également utilisées dans la prise de décision collective, où chaque agent exprime ses préférences sur un ensemble de décisions possibles. Ces préférences individuelles sont ensuite agrégées en une préférence collective. La littérature sur la représentation et l'agrégation des préférences [12, 3] offre une variété de définitions, concepts et outils qui peuvent être appliqués à la formulation des problèmes de prise décision collective.

Cependant, la modélisation des préférences d'un utilisateur n'est pas une tâche facile, car il préfère généralement exprimer ses opinions en langage naturel fondé sur ses propres connaissances et expériences plutôt que sous forme d'informations quantitatives. En d'autres termes, la résolution d'un problème traitant des préférences d'un expert est généralement caractérisée par un degré élevé d'incertitude. Pour résoudre ce problème d'élicitation de préférences utilisateurs, des représentations numériques fondées sur les fonctions de croyances ont été proposées par certains auteurs [2, 8]. Dans cet article nous souhaitons fusionner les préférences individuelles dans le but de représenter les préférences d'un groupe de personnes en tenant compte de leurs incertitudes. Dans la littérature, quelques travaux récents [7, 8, 11] ont proposé des solutions issues de la théorie des fonctions de croyance pour fusionner les préférences. Les auteurs de [7] ont proposé une approche de fusion de préférences fondée sur les fonctions de croyances, et permettant l'expression de l'ignorance sur le treillis global des préférences. Cependant, cette modélisation ne constitue pas une représentation optimale des préférences en présence d'informations incertaines et volumineuses.

Les auteurs de [11] ont introduit un nouveau modèle d'incertitude permettant l'expression de l'ignorance sur des ordres de préférences (i.e. ordres partiels). Plus précisément, cette approche propose d'utiliser des fonctions de croyance portant sur la relation entre couples d'objets et d'en inférer des ordres partiels. Dans ce modèle, l'expression de l'ignorance ne porte que sur deux relations binaires : la préférence stricte et l'incomparabilité. L'indifférence n'est donc pas prise en compte. De plus, la modélisation proposée dans cet article caractérise pour chaque couple d'objets une seule fonction de masse définie sur un cadre de discernement. Cela réduit l'expressivité du modèle. En effet, ce dernier ne permet pas d'éliciter des degrés de croyance sur la préférence stricte et l'incomparabilité en même temps.

Nous proposons alors une nouvelle approche permettant à l'utilisateur d'exprimer ses préférences à partir d'un degré de croyance. Ces degrés sont définis sur chaque couple d'objet à comparer, et sont interprétés comme des masses de croyance élémentaire. L'ignorance est exprimée au niveau du couple et n'est donc pas reportée sur une ignorance globale. Notre méthode prend en compte la préférence stricte, l'incomparabilité et l'indifférence. Elle permet dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance de fusionner les préférences de plusieurs personnes et de prendre une décision afin, par exemple, de caractériser des communautés dans des réseaux sociaux.

3 Concepts de base

3.1 Ordres de préférence

Dans cette section, nous définissons les concepts de base relatifs à la formalisation des préférences. La plupart des travaux en modélisation des préférences prennent pour point de départ un ensemble E d'objets à comparer ou à évaluer.

Definition 1. (Ordre de préférence) Un ordre

de préférence sur les valeurs de l'ensemble E est défini par l'ordre partiel \succeq . Pour deux valeurs a et b dans E , nous écrivons $a \succeq b$ si la valeur a est préférée à la valeur b .

Definition 2. Étant donné un ordre de préférence \succeq , les relations correspondantes de préférence stricte, indifférence et incomparabilité sont définies comme suit :

Pour deux valeurs a et b dans E :

- **Préférence stricte** : $a \succ b$ (a est strictement préférée à b) $\Leftrightarrow a \succeq b \wedge \neg(b \succeq a)$
- **Indifférence** : $a \approx b$ (a est indifférente (i.e. également préférée) à b) $\Leftrightarrow a \succeq b \wedge b \succeq a$
- **Incomparabilité** : $a \sim b$ (a est incomparable b) $\Leftrightarrow \neg(a \succeq b) \wedge \neg(b \succeq a)$

Le triplet (\succ, \approx, \sim) représente la structure de préférence induite par \succeq .

3.2 Théorie des fonctions de croyance

La théorie des fonctions de croyance initialement introduite par Dempster [5], et reprise par Shafer [13], est employée dans des applications de fusion d'information et de prise de décision. À partir d'un cadre de discernement $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ qui représente l'ensemble de toutes les décisions possibles, une fonction de masse est définie sur l'ensemble des parties de Ω (2^Ω) à valeurs dans $[0, 1]$ représentant ainsi la masse de croyance élémentaire. Formellement une fonction de masse m est définie comme suit :

$$m : 2^\Omega \mapsto [0, 1], \quad (1)$$

$$\sum_{X \subseteq \Omega} m(X) = 1 \quad (2)$$

Afin de fusionner des informations issues de différentes sources, plusieurs modes de combinaison ont été définis dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance. Il existe

plusieurs règles de combinaisons à appliquer et leur choix repose sur des hypothèses liées à l'indépendance ou la dépendance entre les sources considérées. Principalement, deux types de combinaison peuvent être cités quand il s'agit de sources indépendantes cognitivement : la combinaison conjonctive et la combinaison disjonctive.

Definition 3. *L'indépendance ici est considérée, pour un ensemble de sources, quand la connaissance des croyances d'une source n'a pas d'impact sur les autres sources.*

Cependant, les règles prudente et hardie, définies par Denoeux [6], ou la combinaison par moyenne, sont aussi utilisées lorsque des fonctions de masse ne sont pas indépendantes. L'efficacité de ces règles de fusion d'informations issues de sources cognitivement dépendantes est justifiée par leur opérateur d'idempotence. La règle de combinaison conjonctive proposée par [14] est utilisée pour chercher le consensus entre plusieurs sources fiables et cognitivement indépendantes, est donnée pour tout $X \in 2^\Omega$ par :

$$m_1 \odot m_2(X) = \sum_{Y_1 \cap Y_2 = X} m_1(Y_1) m_2(Y_2) \quad (3)$$

Dans le cadre d'applications de fusion d'informations, la dernière étape concerne la prise de décision, c'est-à-dire le choix de la décision ω_i , ou d'une disjonction. Ce choix va se faire par la maximisation d'un critère. Dans le cadre de cette théorie plusieurs possibilités sont envisageables. La plausibilité représentant une décision optimiste pour une source s , représentant l'intensité de la croyance avec laquelle la source ne doute pas d'un évènement. Elle est donnée par : $\forall X \in 2^\Omega$

$$Pl_s(X) = \sum_{Y \in 2^\Omega, Y \cap X \neq \emptyset} m(Y) \quad (4)$$

La crédibilité, indiquant une décision pessimiste pour une source s , représentant l'intensité

de la croyance avec laquelle toutes les sources croient que les éléments focaux d'une source affirment la croyance en un élément. Elle est de la forme de :

$$bel_s(X) = \sum_{Y \in 2^\Omega, Y \cap X \neq \emptyset} m(Y) \quad (5)$$

La probabilité pignistique reste un compromis . Elle permet ainsi une prise de décision sur des singletons seulement et est définie par : $\forall X \in \Omega$,

$$betP(X) = \sum_{Y \in 2^\Omega, Y \cap X \neq \emptyset} \frac{1}{|Y|} \frac{m(Y)}{1 - m(\emptyset)} \quad (6)$$

4 Fusion de préférences

Nous nous plaçons ici dans le cadre d'une application dans laquelle un groupe de personnes a exprimé ses préférences entre une dizaine d'objets deux à deux. L'objectif est d'avoir une représentation des préférences du groupe de personnes. Il a été demandé aux utilisateurs de préciser un degré de croyance sur chaque couple d'objets (i, j) sur le fait qu'il préfère i de j ($i \succeq j$), ou l'inverse ($j \succeq i$), ou leur degré de croyance sur l'indifférence ($i \approx j$) ou l'incomparabilité ($i \sim j$).

Nous modélisons donc ces données pour chaque personne s ($s \in \{1, \dots, S\}$) et pour chaque couple (i, j) par quatre fonctions de masse m_s^k définies sur un cadre de discernement $\Omega_{i,j} = \{\omega_{ij}^1, \omega_{ij}^2, \omega_{ij}^3, \omega_{ij}^4\}$, où $\{\omega_{ij}^1\}$ représente la préférence ($i \succeq j$); $\{\omega_{ij}^2\}$, ($j \succeq i$); $\{\omega_{ij}^3\}$, ($i \approx j$) et $\{\omega_{ij}^4\}$, ($i \sim j$).

Une telle modélisation impose donc que ces quatre éléments soient exclusifs. Par contre, à la différence de l'approche proposée par [7], la modélisation reste au niveau du couple et non du treillis global formé par tous les couples. Ceci permet de pouvoir exprimer plus facilement des ignorances au niveau du couple et non de les reporter sur une ignorance globale. Les quatre fonctions de masse sont définies comme des fonctions de masse à support simple à partir

des degrés de croyance élémentaire donnés par la personne. Afin de représenter l'ensemble des croyances sur un couple (i, j) pour une personne s , ses quatre fonctions de masse sont combinées par la moyenne :

$$m_s^{\Omega_{ij}}(X) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 m_s^k(X) \quad (7)$$

La moyenne est ici utilisée car elle permet de résumer tous les types des fonctions de masse issues de la même personne (Elles ont une dépendance cognitive entre elles).

Une fois l'ensemble des préférences ainsi modélisées pour chaque couple (i, j) et chaque utilisateur s , nous considérons la combinaison conjonctive pour fusionner les préférences de toutes les personnes (supposées cognitivement indépendantes) du groupe pour chaque couple (i, j) . Pour un couple (i, j) , nous obtenons ainsi une fonction de masse donnée par :

$$m^{\Omega_{ij}}(X) = \bigotimes_{s=1}^S m_s^{\Omega_{ij}}(X) \quad (8)$$

Une fois combinées les fonctions de masse sur chaque couple (i, j) la décision est prise par la probabilité pignistique sur l'espace $\Omega_{i,j}$ par :

$$\omega_{ij}^d = \arg \max_{\omega_{ij}^k, k=\{1,\dots,4\}} \text{betP}^{\Omega_{ij}}(\omega_{ij}^k) \quad (9)$$

À la différence de l'approche de [7], il n'y a pas de phase d'optimisation, ce qui rend l'approche plus à même de répondre à des problèmes de grande taille. Cependant, nous ne garantissons pas ici le fait qu'il n'y ait pas de cycle sur le graphe de préférences ainsi obtenu, même si les préférences exprimées par les personnes sont cohérentes et que leur graphe ne contient pas de cycle.

Afin d'éliminer les cycles potentiellement obtenus à la suite de la fusion des préférences, nous proposons dans un premier temps de les identifier à partir d'un algorithme à complexité linéaire tel que celui de Tarjan pour des

graphes orientés. Pour un cycle donné, nous allons considérer l'ensemble des fonctions de masse issues de la combinaison donnée par l'équation (8) sur les couples du cycle. Afin de supprimer le cycle, le couple dont la préférence ayant la crédibilité minimale est considérée comme incomparable par la suite.

Afin d'illustrer l'approche, nous supposons que nous avons 3 personnes qui ont exprimé leurs préférences sur 5 objets par des fonctions de masse dont les graphes obtenus après décision sur les probabilités pignistiques sont donnés sur la figure 1 (une simple flèche indique une préférence, une double une indifférence et l'incomparabilité sans flèche). Le résultat de la fusion des préférences proposées est donné sur la figure 2. Nous pouvons ainsi constater que l'objet 1 étant préféré à l'objet 2 par deux personnes sur les trois, la préférence du groupe restera de l'objet 1 sur l'objet 2. L'indifférence entre les objets 1 et 5 pour la première personne devient une préférence de l'objet 5 par rapport à l'objet 1 après fusion. Bien sûr selon les masses attribuées par les personnes, le consensus sera géré tel la règle conjonctive associée à la probabilité pignistique sur les fonctions de croyance qui ont été retenues pour notre approche.

L'algorithme 1 reprend la description de notre approche de fusion des préférences avec la création de la matrice des liens pour une représentation des préférences par un graphe orienté.

5 Évaluation expérimentale

Dans cette section, nous présentons une évaluation expérimentale de notre méthode de fusion de préférences sur des données générées. La méthode a été implémentée en R. Nous avons conduit nos expérimentations sur un Intel Core I5 et 16 GB de RAM. Afin d'évaluer les performances en terme de temps d'exécution et de stockage mémoire de l'approche proposée, nous avons généré des préférences pour des personnes en fonction du nombre d'objets sur lequel ils peuvent s'exprimer. Une va-

Algorithme 1 : Fusion des préférences de S utilisateurs et n objets

Input : S, n : entier

Output : $matG$: La matrice du graphe des préférences issue de la fusion des préférences S utilisateurs

Var

ncp, i, j, k : entier

$mUser, mComb = \text{tableau}[\][\]$ de réels ;

$betP = \text{vecteur de réels}$;

$decG = \text{vecteur d'entiers}$;

$matC = \text{tableau}[2][\]$ d'entiers

$matG = \text{tableau}[\][\]$ d'entiers ;

Début

$ncp \leftarrow n * (n - 1) / 2 \% ncp$: nombre de couples possibles

Initialisation à 0 des autres variables

Génération des masses $S \times ncp$ masses $m_s^{\Omega_{ij}}$ de l'équation (7)

$mUser \leftarrow \text{matrix}(2^4, ncp)$

Combinaison et décision

for $i := 1$ to ncp **do**

$mComb[i] \leftarrow \text{conjonctive}(mUser[:, i])$
 % combinaison par paire d'objets
 $betP[i] \leftarrow \text{pignistique}(mComb[i])$
 $decG[i] \leftarrow \text{arg max}(betP[i])$ % fournit l'élément donnant le maximum

Construction du graphe

for $i := 1$ to n **do**

%construction de la matrice des labels des paires d'objets
 $k \leftarrow k + 1$
 $matC[1, k] \leftarrow i$
for $j := i + 1$ to n **do**
 style="padding-left: 40px;"> $k \leftarrow k + 1$
 style="padding-left: 40px;"> $matC[2, k] \leftarrow j$

for $i := 1$ to ncp **do**

switch $decG[i]$ **do**
 style="padding-left: 40px;">**case 1**
 style="padding-left: 60px;"> $matG[matC[1, i], matC[2, i]] = 1$
 style="padding-left: 40px;">**case 2**
 style="padding-left: 60px;"> $matG[matC[2, i], matC[1, i]] = 1$
 style="padding-left: 40px;">**case 3**
 style="padding-left: 60px;"> $matG[matC[1, i], matC[2, i]] = 1$
 style="padding-left: 60px;"> $matG[matC[2, i], matC[1, i]] = 1$

Fin

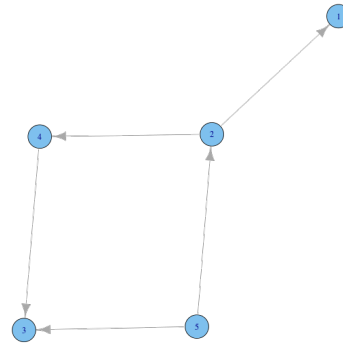
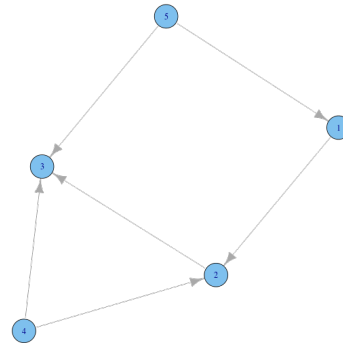
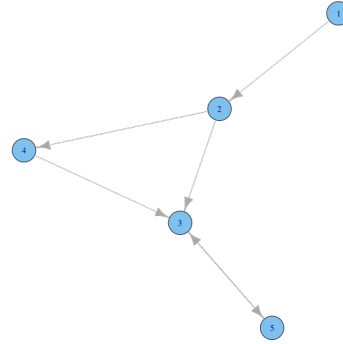


Figure 1 – Préférences des 3 personnes

leur de $m_s^k(\omega_{ij}^k)$ de l'équation (7) est tirée uniformément entre 0 et 1, le reste étant reporté sur l'ignorance Ω_{ij} .

Dans un premier temps nous avons fixé le nombre de personnes de la communauté simulée à 1000 personnes et nous avons fait varier le nombre d'objets jusqu'à 25 objets. La figure 3a représente l'évolution du temps d'exécution de l'approche proposée et la fi-

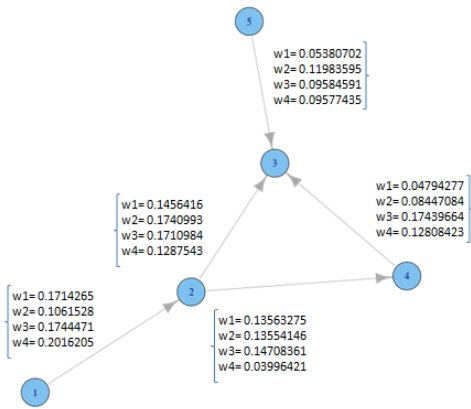


Figure 2 – Préférences issues de la fusion des préférences des 3 personnes

Figure 3b représente le taux de stockage mémoire nécessaire. Nous retrouvons à partir de ces deux figures que les courbes sont de la forme $\frac{n(n-1)}{2}$ où n est le nombre d'objets et $\frac{n(n-1)}{2}$ le nombre de paires d'objets. La complexité est quadratique en fonction du nombre d'objets. Le temps de 40 secondes reste correct pour 25 objets. Il est cependant plus raisonnable de demander aux utilisateurs leurs préférences sur un petit nombre d'objets.

Ainsi dans la suite nous étudions la variation en temps et place mémoire en fonction du nombre de personnes (de 2 à 4000) pour 5 objets. La figure 4b montre que la place mémoire prise par notre approche est linéaire avec le nombre de personnes (et donc de fonctions de masse) considérées. En revanche le temps de calcul représenté sur la figure 4a est directement dépendant de la complexité de la règle de combinaison des fonctions de masse considérée. La règle conjonctive est de complexité polynomiale ce qui est retrouvé ici. Par ailleurs, à moins d'avoir une très forte homogénéité des préférences des personnes d'une même communauté, la règle conjonctive ne sera pas adaptée à une combinaison d'un si grand nombre de fonctions de masse. En effet, l'ensemble vide étant un élément absorbant, les informations individuelles des personnes seront alors perdues.

6 Conclusion

Nous nous intéressons dans ce papier à la fusion des préférences dans le but de représenter les préférences d'un groupe de personnes, par exemple pour caractériser des communautés dans des réseaux sociaux. L'hypothèse faite ici est que les personnes ont la possibilité d'exprimer leur préférence, l'indifférence et l'incomparabilité entre deux objets à partir d'un degré. Ces degrés sont interprétés comme des masses de croyance élémentaire qui permettent dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance de fusionner les préférences de plusieurs personnes et de prendre une décision.

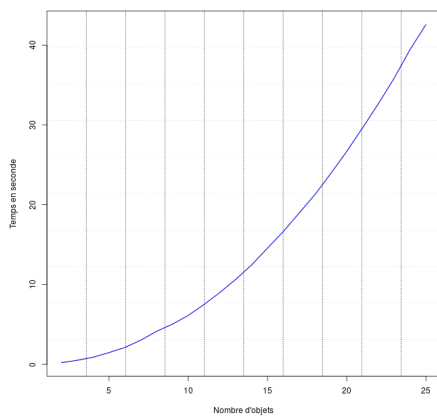
Cette approche particulièrement simple est néanmoins efficace tant au niveau de l'expressivité offerte pour la modélisation que dans sa faisabilité à grande échelle. En effet, il n'est pas nécessaire de faire appel à une approche d'optimisation, seule une approche de réduction des cycles peut être nécessaire selon le résultat escompté.

La suppression de la transitivité sur ces graphes de préférences pondérées par des fonctions de masse reste un sujet intéressant. En effet, il est alors nécessaire de tenir compte des croyances existantes sur les liens issus de la fusion afin de rétro-propager ces informations sur le reste du réseau.

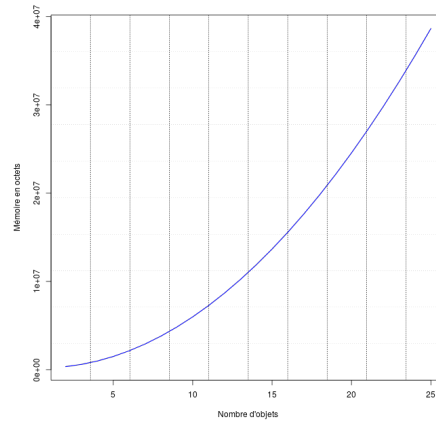
Dans le cadre de cette application de fusion de préférences d'une communauté issue d'un réseau social, nous n'avons pas ici tenu compte du lien entre les individus de cette communauté en employant la règle conjonctive. Il semble intéressant de poursuivre ce travail en cherchant à intégrer les relations entre les individus du réseaux pour modéliser les dépendances et influences entre les personnes.

Références

- [1] Rakesh Agrawal and Edward L Wimmers. A framework for expressing and combining preferences. *ACM Special Interest Group on Management of Data Record*, 29(2) :297–306, 2000.
- [2] Amel Ben Yaghlane, Thierry Denoeux, and Khaled Mellouli. Constructing belief functions from qualitative expert opinions. In *Information and Communication Technologies, 2006. Internatio-*

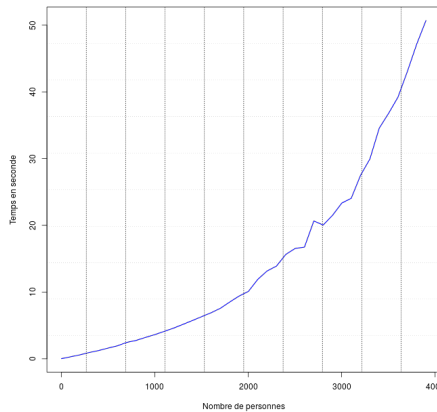


(a) Variation du temps en fonction du nombre d'objets (1000 personnes)

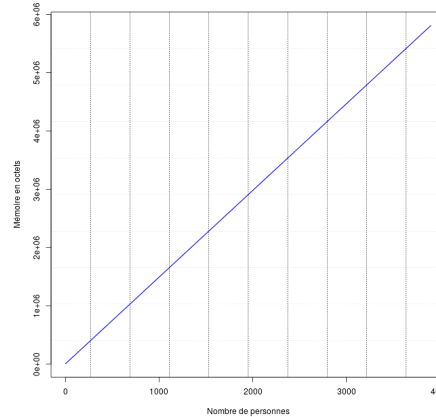


(b) Variation de la mémoire en fonction du nombre d'objets (1000 personnes)

Figure 3



(a) Variation du temps en fonction du nombre de personnes (5 objets)



(b) Variation de la mémoire en fonction du nombre de personnes (5 objets)

Figure 4

- nal Conference on Telecom Technology and Applications'06. 2nd, volume 1, pages 1363–1368. IEEE.*
- [3] Felix Brandt, Vincent Conitzer, and Ulle Endriss. Computational social choice. *Multiagent systems*, pages 213–283, 2012.
 - [4] Jan Chomicki. Preference formulas in relational queries. *ACM Transactions on Database Systems (TODS)*, 28(4) :427–466, 2003.
 - [5] Arthur P. Dempster. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping. *The annals of mathematical statistics*, pages 325–339, 1967.
 - [6] Thierry Deneux. The cautious rule of combination for belief functions and some extensions. In *Information Fusion, 2006 9th International Conference on*, pages 1–8. IEEE, 2006.
 - [7] Thierry Deneux and Marie-Hélène Masson. Evidential reasoning in large partially ordered sets. *Annals of Operations Research*, 195(1) :135–161, 2012.
 - [8] Amel Ennaceur, Zied Elouedi, and Eric Lefevre. Modeling expert preference using the qualitative belief function framework. In *Intelligent Systems Design and Applications (ISDA), 2013 13th International Conference on*, pages 98–103. IEEE, 2013.
 - [9] Werner Kießling. Foundations of preferences in database systems. In *Proceedings of the 28th international conference on Very Large Data Bases (VLDB)*, pages 311–322. VLDB Endowment, 2002.
 - [10] M. Lacroix and P. Lavency. Preferences : Putting more knowledge into queries. In *Very Large Data Bases (VLDB)*, page 225, 1987.
 - [11] Marie-Hélène Masson, Sébastien Destercke, and Thierry Deneux. Modelling and predicting partial orders from pairwise belief functions. *Soft Computing*, pages 1–12, 2014.
 - [12] Francesca Rossi, Kristen Brent Venable, and Toby Walsh. A short introduction to preferences : between artificial intelligence and social choice. *Synthesis Lectures on Artificial Intelligence and Machine Learning*, 5(4) :1–102, 2011.
 - [13] Glenn Shafer. *A mathematical theory of evidence*. Princeton university press Princeton, 1976.
 - [14] Philippe Smets. The combination of evidence in the transferable belief model. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 12(5) :447–458, 1990.
 - [15] Michael P. Wellman and Jon Doyle. Preferential semantics for goals. In *Association for the Advancement of Artificial Intelligence*, volume 91, pages 698–703, 1991.