Mesure de dépendance positive et négative de sources crédibilistes

Mouna Chebbah[*,**], Arnaud Martin[**]
Boutheina Ben Yaghlane[*]

[*]LARODEC, Tunis, Tunisie
Mouna.Chebbah@gnet.tn, boutheina.yaghlane@ihec.rnu.tn
[**]UMR 6074 IRISA, Université de Rennes1
Arnaud.Martin@univ-rennes1.fr

Résumé. La théorie des fonctions de croyance permet une fusion d'informations issues de différentes sources imparfaites. Dans cet article nous proposons d'étudier la corrélation de deux sources afin de déduire leurs éventuelles indépendances.

1 Introduction

La théorie des fonctions de croyance, initialement proposée par Dempster et Shafer (1976), permet la combinaison des données incertaines. En effet, plusieurs règles de combinaison ont été proposées dans le cadre de cette théorie. La dépendance des sources est une information primordiale pour le choix de la règle de combinaison à utiliser. Dans cet article nous proposons une méthode d'estimation de la dépendance cognitive de deux sources au travers leur corrélation pour déceler toute dépendance pouvant exister entre elles. Nous distinguons la *dépendance positive* (une source a le même avis que l'autre) de la *dépendance négative* (une source a toujours un avis opposé à l'autre).

2 Mesure d'indépendance, dépendance positive et négative

L'indépendance statistique de deux variables A et B dans le cadre de la théorie des probabilités est donnée si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ou encore si $P(A|B) = P(A)$. Celle-ci a été généralisée par Shafer (1976) pour les fonctions de croyance et est donnée par : $pl(A \cap B) = pl(A) \times pl(B)$. BenYaghlane et al. (2002) définissent une indépendance doxatique entre des variables définies sur différents cadres de discernement. Deux sources sont cognitivement dépendantes si le changement de croyance de l'une entraîne le changement de croyance de l'autre. La mesure d'indépendance entre deux sources est définie comme une corrélation entre les clusters résultats d'un *clustering* sur les fonctions de masse de chacune des sources. Nous supposons que le nombre de clusters C est égal à $\mid \Omega \mid$. Les clusters k_1 et k_2 des deux sources i et j sont associés de façon non symétrique en maximisant :

$$\alpha^i_{k_1,k_2} = \frac{|Cl^i_{k_1} \cap Cl^j_{k_2}|}{|Cl^i_{k_i}|}, \; i, j = 1, 2, \; i \neq j \tag{1}$$

L'indépendance de chaque couple de clusters liés (k_1, k_2) est résumée par une fonction de masse définie sur le cadre de discernement $\Omega_I = \{Dependant\ Dep, Independant\ Ind\}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{k_1 k_2}^{\Omega_I}(Ind) = \beta\, \alpha_{k_1 k_2}^i \\ m_{k_1 k_2}^{\Omega_I}(Dep) = \beta\,(1 - \alpha_{k_1 k_2}^i) \\ m_{k_1 k_2}^{\Omega_I}(Ind \cup Dep) = 1 - \beta \end{array} \right. \tag{2}$$

Le coefficient β est un facteur d'affaiblissement prenant en compte le nombre d'objets contenus dans chaque clusters. Ainsi, la croyance élementaire que la source S_1 est indépendante de S_2 est donnée par la moyenne des masses sur l'indépendance de chaque couple de clusters liés pour chacune des sources. Dans le cas de sources dépendantes, nous distinguons la dépendance positive où les deux sources disent exactement le même avis et la dépendance négative où l'une des sources manifeste un avis contraire à l'autre. Une fonction de masse conditionnelle définie sur le cadre de discernement $\Omega_P = \{P, \bar{P}\}$ résume le type de dépendance d'une source :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{k_1 k_2}^{\Omega_P}[\bar{I}](P) = 1 - D(Cl_{k_1}^1, Cl_{k_2}^2) \\ m_{k_1 k_2}^{\Omega_P}[\bar{I}](\bar{P}) = D(Cl_{k_1}^1, Cl_{k_2}^2) \end{array} \right. \tag{3}$$

$D(Cl_{k_1}^1, Cl_{k_2}^2)$ est la moyenne de la distance de Jousselme et al. (2001) entre les mêmes fonctions de masse simultanément classées dans les clusters liés $Cl_{k_1}^1$ et $Cl_{k_2}^2$. En moyennant toutes les fonctions de masse de la dépendance conditionelle de chaque couple de clusters, une fonction de masse définie sur le même cadre de discernement Ω_P est obtenue. Utiliser la règle de Smets (1993) pour combiner la fonction de masse conditionelle définie sur Ω_P avec celle de la dépendance de chaque source définie sur Ω_I permet de retrouver la fonction de masse marginale de la dépendance positive et négative de chaque source.

3 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une méthode permettant de mesurer l'indépendance cognitive de deux sources pour guider le choix de la règle de combinaison. Dans les prochains travaux, une généralisation de cette méthode sur plus que deux sources sera envisagée.

Références

BenYaghlane, B., P. Smets, et K. Mellouli (2002). Belief function independence : Ii. the conditional case. *Int. J. Approx. Reasoning 31*(1-2), 31–75.

Jousselme, A.-L., D. Grenier, et E. Bossé (2001). A new distance between two bodies of evidence. *Information Fusion 2*, 91–101.

Shafer, G. (1976). *A mathematical theory of evidence*. Princeton University Press.

Smets, P. (1993). Belief Functions : the Disjunctive Rule of Combination and the Generalized Bayesian Theorem. *International Journal of Approximate Reasoning 9*, 1–35.

Summary

In this paper, we proposed an independence measure to choose the combination rule.