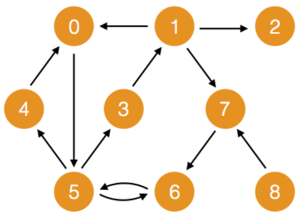
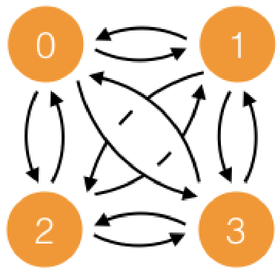
TD 1 : Définitions et parcours

26 mars 2021

1 Parcours de graphes : profondeur et largeur



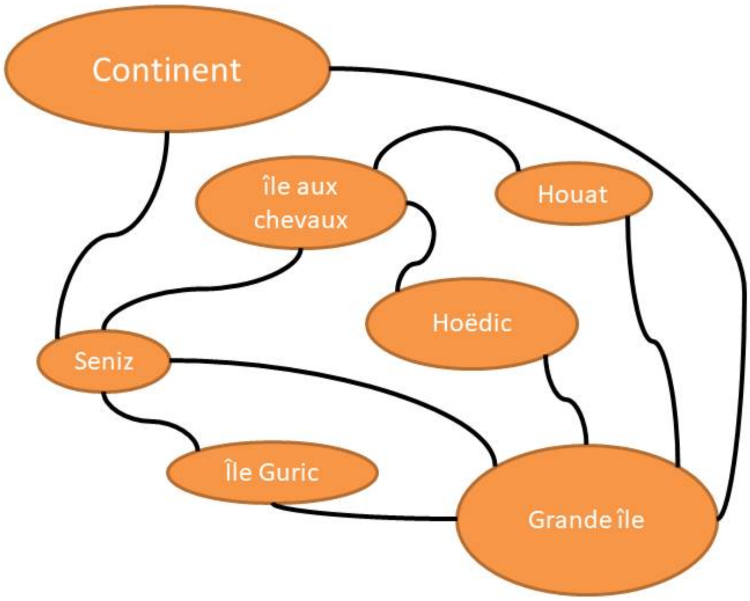


QUESTION 1 – Pour chacun des graphes ci-dessus, effectuez un parcours en profondeurs récursif. Indiquez les dates de début et de fin en respectant les conventions vues en cours (e.g., visites des adjacents par ordre croissant).

QUESTION 2 – Même question en effectuant un parcours en profondeur itératif ; vous veillerez à préciser les dates de début et de fin ainsi l'état de la pile à chaque itération.

QUESTION 3 – Même question en effectuant un parcours en largeur avec file d'attente ; vous préciserez les dates de début et de fin ainsi que l'état de la fille à chaque itération.

2 Des îles et des ponts



x	Continent	Seniz	îles aux chevaux	Houat	Hoedic	îles Guric	Grande île
Continent		12					12
Grande îles	12	10		10	9	11	
îles Guric		7					11
Houat			5				10
Hoedic			7		10		9
îles aux chevaux		8		5	7		
Seniz	12		8			7	10

Considérons un ensemble d'îles toutes reliées par des ponts. Chaque pont est caractérisé par la hauteur de marée maximale (en m) avant qu'il ne soit submergé.

Question 4 – En supposant un niveau de marée minimal (i.e. aucun pont n'est submergé) proposer un algorithme permettant de décider si toutes les îles sont accessibles. Vous préciserez sa complexité.

Question 5 – Proposez un algorithme permettant de calculer le niveau maximal de marée avant qu'une ou plusieurs îles ne soient isolées (i.e. ne sont plus accessible depuis l'ensemble des autres îles). Vous préciserez sa complexité.

3 Les arbres

[DEF-COURS] Un arbre est un graphe non orienté, connexe et acyclique.

QUESTION 6 – Soit $G = (S, A)$ un graphe non orienté. Montrer que les affirmations suivantes sont équivalentes.

1) G est un arbre.
2) Deux sommets quelconques de G sont reliés par une chaîne élémentaire unique.
3) G est connexe mais, si l'on enlève une arête quelconque à A, le graphe résultant n'est plus connexe.
4) G est connexe et $|A| = |S| - 1$.
5) G est acyclique et $|A| = |S| - 1$.
6) G est acyclique, mais si une arête quelconque est ajoutée à A, le graphe résultant contient un cycle.

4 Détection de cycles - Algorithme de Marimont

Définitions :

Soit $G = (S, A)$ un graphe orienté.

— Point d'entrée : un point d'entrée dans G est un sommet $u \in S$ n'ayant aucune arête incidente, i.e. $\nexists (v, u) \in A$;

— Point de sortie : un point de sortie dans G est un sommet $u \in S$ n'ayant aucune arête sortante, i.e. $\nexists (u, v) \in A$.

QUESTION 7 – Montrer que :

(a) un graphe G est sans circuit si et seulement si tout sous-graphe G' (non vide) de G possède au moins un point d'entrée.

(b) un graphe G est sans circuit si et seulement si tout sous-graphe G' (non vide) de G possède au moins un point de sortie.

QUESTION 8 – En déduire un algorithme permettant de décider l'existence d'un cycle dans un graphe.